Informationsaustausch und trotzdem Wettbewerb?
Unternehmensverhalten bei Nachfrageunsicherheit

Stephan O. Hornig*

Zusammenfassung

Unternehmen müssen nicht immer Kollusionsabsichten verfolgen, wenn sie untereinander Informationen austauschen. Dieser Beitrag zeigt, daß bei Nachfrageunsicherheit auch strikt kompetitive Konkurrenten private Informationen bezüglich ihrer Nachfragebedingungen preisgeben. Dies läßt sich in einem allgemeinen heterogenen Oligopolmodell ableiten, auf dessen erster Stufe sich die Unternehmen für den optimalen Umfang des Informationsaustauschs entscheiden, um anschließend auf der zweiten Stufe oligopolistischen Wettbewerb zu betreiben. Im Bayesianischen Gleichgewicht resultieren eindeutige Gleichgewichtsstrategien. Diese sind durch die Art des auf dem betreffenden Markt herrschenden Wettbewerbs (Mengen- oder Preiswettbewerb) und durch die Eigenschaften der produzierten Güter (Substitute oder Komplemente) bestimmt.

JEL-Klassifikation: L13, D43, D82, C72, C73.

Abstract

Information exchange between firms not necessarily pursues collusion purposes. It is shown that with demand uncertainty even competitively behaving firms reveal private information concerning their demand conditions. This is derived in a general model of a heterogeneous oligopoly where the firms decide on their optimal range of information exchange in the first stage and in the second they compete in their oligopolistic market. The Bayesian equilibrium is characterised by a dominant strategy for each firm. It is determined by the nature of competition (price or quantity) and by the basic characteristics of the goods produced (substitutes or complements).

JEL classification: L13, D43, D82, C72, C73

* Universität Tübingen, Wirtschaftswissenschaftliches Seminar, Abteilung Volkswirtschaftslehre, insbes. Wirtschaftstheorie (Prof. Dr. Manfred Stadler), Mohlstraße 36, D - 72074 Tübingen; E-mail: stephan.hornig@uni-tuebingen.de

1 Einordnung und Fragestellung des Modells

Warum sollte ein Unternehmen, das private Informationen über seine Nachfrage besitzt, diese seinen Konkurrenten zur Verfügung stellen? Eine erste schnelle Antwort könnte sein, daß es durch kollusives Verhalten die Wettbewerbsintensität verringern will, um so seinen Gewinn zu erhöhen.[1] Dies stellt aber nicht die einzig mögliche Erklärung dar.

Dieser Beitrag befaßt sich mit der Frage, ob Unternehmen in einem Oligopolmarkt ihre privaten Informationen auch dann preisgeben, wenn sie keine wettbewerbsbeschränkenden Maßnahmen im Sinn haben. Er ordnet sich damit in die Gruppe der industrieökonomischen Oligopolmodelle ein, die den Austausch privater Informationen in einer Welt unvollständiger Information untersuchen. Als Pioniermodelle dieser Gruppe sind *Basar*, *Ho* (1974), *Ponssard* (1979) und *Novshek*, *Sonnenschein* (1982) anzusehen. Daraus entwickelten sich die beiden Hauptanalyserichtungen, die sich mit Kostenunsicherheit (vgl. z.B. *Fried* 1984, *Li* 1985, *Gal-Or* 1986, *Shapiro* 1986) und Nachfrageunsicherheit (vgl. z.B. *Clarke* 1983, *Vives* 1984, *Gal-Or* 1985, *Li* 1985, *Sakai* 1986, *Kirby* 1988, *Sakai*, *Yamato* 1989, *Hviid* 1989) befassen.[2]

Sakai (1990, 1991), *Jin* (1992) und vor allem *Raith* (1996) führen diese sehr speziellen Modelle auf allen gemeinsame Prinzipien zurück und entwickeln so allgemeine Grundmodelle, welche die früheren als Spezialmodelle einschließen. In der vorliegenden Analyse soll ausgehend von *Raith* (1996) dessen hohe Modellkomplexität wieder reduziert werden, um einen allgemeinen, die oben angesprochenen Modelle umfassenden Analyserahmen zu schaffen, der die Untersuchung des Informationsaustauschs bei Nachfrageunsicherheit zuläßt. Im Gegensatz zu *Vives* (1984), *Shapiro* (1986), *Sakai*, *Yamato* (1989) und *Jin* (1992) wird dabei auf eine Wohlfahrtsanalyse verzichtet, um die Entscheidungen im Unternehmenssektor breiter und klarer herausarbeiten zu können. In der Tat lassen sich eindeutige Entscheidungsregeln der Unternehmen bezüglich des Informationsaus-

[1] Die Kontroverse, ob Informationsaustausch die Wettbewerbsintensität auf einem Markt verringert oder nicht, erstreckt sich von *Stiglers* (1964) klassischem Artikel zur Oligopoltheorie über *Shapiro* (1986) und *Jin* (1992) zu den Beiträgen in *Albach*, *Jin*, *Schenk* (1996).

[2] *Farmer* (1994) mit ihrer Analyse der Kapazitätsunsicherheit eröffnet einen weiteren Forschungsstrang.

tauschs ableiten, die durch die Art des auf dem betreffenden Markt herrschenden Wettbewerbs (Mengen- oder Preiswettbewerb) und durch die Eigenschaften der produzierten Güter (Substitute oder Komplemente) bestimmt sind.

Zum Aufbau dieses Beitrags im einzelnen: Nach dieser Einordnung und Einführung in die Fragestellung des Modells folgt die Darstellung der grundlegenden Modellstruktur. Die folgenden beiden sich anschließenden Abschnitte befassen sich mit der Lösung des modellierten zweistufigen Spiels: Im Rahmen der Rückwärtsinduktion wird zunächst in Abschnitt 3 die zweite Spielstufe (oligopolistischer Wettbewerb) gelöst. Im vierten Abschnitt wird die gewinnmaximale Intensität des Informationsaustausches als Lösung der ersten Spielstufe behandelt. Dabei stehen zwei institutionelle Regelungen zur Diskussion: Informationsaustausch mit und ohne vertragliche Bindung. Eine zusammenfassende Bewertung der Ergebnisse schließt diesen Beitrag ab.

2 Modellstruktur

Durch folgende Annahmen und Eigenschaften ist das Modell charakterisiert: Das untersuchte heterogene Oligopol besteht aus zwei symmetrischen Unternehmen. Dies vereinfacht die folgende Analyse erheblich, stellt aber keine kritische Restriktion dar, da *Raith* (1996) für diese Modellklasse zeigt, daß die Entscheidung über den Informationsaustausch in einem Markt nicht von der Anzahl der dort vertretenen Unternehmen abhängt. Die Unternehmen sind risikoneutral.[3]

Die Nachfragefunktion wird als linear angenommen und ließe sich leicht explizit mit Hilfe einer geeigneten quadratischen Nutzenfunktion herleiten. Da sich die Analyse hier jedoch auf den Unternehmenssektor beschränken soll, wird davon abgesehen. Wenn man quadratische Nutzenfunktionen für die theoretische Analyse akzeptiert, stellt diese Annahme einer linearen Nachfragefunktion auch keine wirkliche Einschränkung dar.

Im betrachteten Modell herrscht Nachfrageunsicherheit. Die beiden Unternehmen kennen nur einen Erfahrungswert, um den herum der wahre Wert des Ordinatenabschnitts der Nachfragefunktion liegen muß. Die Spielerin Natur zieht den wahren Wert des Achsenabschnitts für beide Unternehmen. Damit ist auch die tatsächliche Abweichung τ_i vom Erfahrungswert gegeben.[4] Die beiden Konkurrenten wissen aber nur, daß τ_i normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $\mathrm{E}(\tau_i) = 0$, der Varianz $\mathrm{Var}(\tau_i) = t_s > 0$ und der Kovarianz $\mathrm{Cov}(\tau_i; \tau_j) = t_n \in [0; t_s]$. Die Varianz-Kovarianz-Matrix von $\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$ lautet $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_s & t_n \\ t_n & t_s \end{pmatrix}$.[5]

Der jeweilige exakte Wert des Ordinatenenabschnitts der Nachfragefunktion ist für die Konkurrenten nicht nur unsicher, sondern ihnen auch wegen der unbekannten Höhe der Abweichung vom Mittelwert (τ_i) grundsätzlich unbekannt. Vor dem duopolistischen Wettbewerb erhalten sie als private Information ein mit Rauschen

---

[3] Risikoaversion berücksichtigen beispielsweise *Hviid* (1989), *Hwang*, *Lee* (1992), *Kao*, *Hughes* (1993) oder *Sakai*, *Yoshizumi* (1991).

[4] Ein Verzeichnis der verwendeten Variablen und Symbole befindet sich im Anhang A.1.

[5] Es ist leicht zu sehen, daß sich das Szenario im Fall eines homogenen Duopols stark vereinfacht: Der für beide Unternehmen einheitliche Ordinatenabschnitt wird durch die tatsächliche Abweichung τ bestimmt. Die Varianz ist wieder $\mathrm{Var}(\tau) = t_s > 0$. Kovarianz und Varianz-Kovarianz-Matrix existieren nicht mehr.

(η_i) behaftetes Signal $y_i = \tau_i + \eta_i$ über τ_i. Die Unternehmen wissen wiederum, daß die Störvariablen η_i normalverteilt sind mit dem Erwartungswert $\mathrm{E}(\eta_i) = 0$, der Varianz $\mathrm{Var}(\eta_i) = u_s \geq 0$ und den Kovarianzen $\mathrm{Cov}(\eta_i; \eta_j) = u_n \in [0; u_s]$. Dabei gilt natürlich: Je kleiner die Varianz u_s, desto genauer ist das von Unternehmen i empfangene Signal. Strebt u_s gegen unendlich, so enthält das Signal y_i keine verwertbare Information. Die Varianz-Kovarianz-Matrix des Störvariablenvektors $\boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix}$ lautet $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_s & u_n \\ u_n & u_s \end{pmatrix}$. Damit ergibt sich wegen der unterstellten Unabhängigkeit der Vektoren $\boldsymbol{\tau}$ und $\boldsymbol{\eta}$ die Varianz-Kovarianz-Matrix von $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ als $\mathbf{P} = \mathbf{T} + \mathbf{U} = \begin{pmatrix} t_s + u_s & t_n + u_n \\ t_n + u_n & t_s + u_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_s & p_n \\ p_n & p_s \end{pmatrix}$.
Die Unternehmen können ihre privaten Informationen kostenlos und im Unterschied zu *Marschak*, *Radner* (1972), *Crawford*, *Sobel* (1982) und *Okuno-Fujiwara*, *Postlewaite*, *Suzumura* (1990) auch nur wahrheitsgemäß miteinander austauschen. Dies stellt eine entscheidende Annahme dar, da ohne sie der Informationsaustausch unglaubwürdig wäre. Die Unternehmen könnten aus den empfangenen Signalen keine verwertbaren zusätzlichen Informationen ziehen. Denn *Ziv* (1993) zeigt, daß Unternehmen, wenn sie die Wahl haben, wahre oder falsche Informationen preiszugeben, immer falsche austauschen. Dies läßt sich nur durch die Einführung von Signalisierungskosten beheben, die hier nicht modelliert werden.

Bezüglich des Informationsaustauschs soll hier davon ausgegangen werden, daß nur die beiden Extremfälle vollständiger und keiner Informationspreisgabe existieren.[6] Dazu senden die Unternehmen ein Signal $\hat{y}_i = y_i + \xi_i$ aus. Alle Konkurrenten wissen wieder, daß die Störvariablen ξ_i normalverteilt sind mit dem Erwartungswert $\mathrm{E}(\xi_i) = 0$, der Varianz $\mathrm{Var}(\xi_i) = r_i$ und (wegen der unabhängigen Informationspreisgabeentscheidung der Unternehmen) der Kovarianz $\mathrm{Cov}(\xi_i; \xi_j) = 0$. Die Varianz-Kovarianz-Matrix von $\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_1 & \xi_2 \end{pmatrix}'$ lautet $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}$. Dadurch, daß teilweiser Informationsaustausch ausgeschlossen ist, kann $\mathrm{Var}(\xi_i)$ nur die beiden Extremwerte annehmen: $\mathrm{Var}(\xi_i) = r_i = 0$ repräsentiert dabei den Fall vollständiger und $\mathrm{Var}(\xi_i) = r_i = \infty$ den keiner Informationspreis-

[6] Teilweisen Informationsaustausch lassen beispielsweise *Gal-Or* (1985), *Vives* (1984) oder *Li* (1985) zu. Es erscheint jedoch nicht klar, wie man sich in der Realität teilweisen Informationsaustausch in Bezug auf die Nachfrage vorzustellen hat.

gabe. Damit ergibt sich aufgrund der wiederum unterstellten Unabhängigkeit der Vektoren $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\eta}$ und $\boldsymbol{\xi}$ die Varianz-Kovarianz-Matrix von $\hat{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{pmatrix}$ als $\mathbf{Q} = \mathbf{T} + \mathbf{U} + \mathbf{R} = \begin{pmatrix} t_s + u_s + r_1 & t_n + u_n \\ t_n + u_n & t_s + u_s + r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 & q_n \\ q_n & q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 & p_n \\ p_n & q_2 \end{pmatrix}$.

Die beiden Unternehmen verfolgen das Ziel, ihre Gewinne π_i zu maximieren. Um innerhalb dieses Modells sowohl Preis- als auch Mengenwettbewerb analysieren zu können, liegt folgende im Vergleich zu *Raith* (1996) vereinfachte allgemeine Gewinnfunktion zugrunde:

$$\pi_i \quad = \quad \alpha_i\left(\tau_i\right) + \beta_n s_j + \left(\beta_s + \gamma\tau_i - \epsilon s_j - \delta s_i\right) s_i \tag{1}$$

Jedes Unternehmen bestimmt entsprechend dem Gewinnmaximierungskalkül seinen Aktionsparameter (seine Strategie) s_i, der je nach der herrschenden Wettbewerbsart für die Outputmenge oder den Preis stehen kann. Weiterhin stellen $\alpha_i(\tau_i)$ eine beliebige Funktion der Zufallsvariablen τ_i, und β_s, β_n, γ, $\delta > 0$ sowie $\epsilon \in (-\delta; \delta]$ Parameter dar.[7]

In dieser Gewinnfunktion (1) legt der Parameter ϵ fest, ob der Wettbewerb zwischen den beiden Unternehmen mit strategischen Substituten ($\epsilon > 0$) oder strategischen Komplementen ($\epsilon < 0$) stattfindet (zur Definition der Begriffe vgl. *Bulow*, *Geanakoplos*, *Klemperer* 1985). Dies kann man an den Steigungen der Reaktionsfunktionen beider Unternehmen sehen:

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i \partial s_j} = \frac{\partial^2 \pi_j}{\partial s_j \partial s_i} \quad = \quad -\epsilon \tag{2}$$

Wie sieht nun die genaue zeitliche Struktur des betrachteten zweistufigen Spiels aus? Auf der ersten Stufe treffen die Konkurrenten ihre Entscheidung über den Informationsaustausch:

- Zunächst entscheiden die Unternehmen über Art und Umfang der Informationspreisgabe durch das Setzen der Varianz r_i der ausgesandten Störvariable ξ_i.

[7] Daß diese Funktionsform (1) auch die gewohnten Gewinnfunktionen repräsentiert, wird in Anhang A.2.1 gezeigt.

- Die Spielerin Natur legt den Ordinatenabschnitt der Nachfrage in einem Zufallsprozeß durch Bestimmung der Abweichung τ_i des wahren Ordinatenabschnitts der Nachfrage vom Erfahrungswert fest, wobei die Unternehmen nur die Verteilungsfunktion kennen.

- Jedes Unternehmen erhält über den Ordinatenabschnitt das private Signal y_i, dessen Verteilungsfunktion „common knowledge“ ist.

- Die eigene private Information y_i wird entsprechend der getroffenen Festlegung mit Hilfe des Signals $\hat{y}_i$ vollkommen oder gar nicht an den Konkurrenten preisgegeben, wobei die Art der Preisgabe durch die Varianz r_i gegeben ist, und alle Unternehmen den Vektor $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \end{pmatrix}'$ kennen.

Auf der zweiten Spielstufe setzen die Unternehmen im duopolistischen Wettbewerb jeweils ihre Outputmengen bzw. Preise s_i, s_j auf der Basis ihrer Informationsstände $\mathbf{z}_i := \begin{pmatrix} y_i & \hat{y}_i & \hat{y}_j \end{pmatrix}'$, $\mathbf{z}_j := \begin{pmatrix} y_j & \hat{y}_j & \hat{y}_i \end{pmatrix}'$.

Das Lösungskonzept für diese stochastische Modellierung ist das Bayesianische Gleichgewicht (vgl. *Harsanyi* 1967, 1968a, 1968b). Seine Herleitung ist Gegenstand der beiden folgenden Abschnitte.

3 Lösung der zweiten Spielstufe: Duopolistischer Wettbewerb

Das dargestellte zweistufige Spiel läßt sich mit Hilfe der Rückwärtsinduktion lösen. Man beginnt also mit der Lösung der letzten Spielstufe, dem duopolistischen Wettbewerb. Auf dieser ist beiden Unternehmen über den Vektor der Varianzen der ausgesandten Störvariablen $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \end{pmatrix}'$ das Informationspreisgabeverhalten beider bekannt. Der Informationsstand des Unternehmens i beläuft sich damit auf $\mathbf{z}_i = \begin{pmatrix} y_i & \hat{y}_i & \hat{y}_j \end{pmatrix}'$. Aus der Bedingung 1. Ordnung für die Maximierung des Gewinns (1) folgt die Reaktionsfunktion von Unternehmen i im Bayesianischen Gleichgewicht. Da sich über die Zufallsvariablenvektoren $\boldsymbol{\tau}$ und $\boldsymbol{\eta}$ jedoch nur Erwartungswerte bilden lassen, maximieren die Unternehmen auch nur ihren erwarteten Gewinn:

$$\begin{aligned} s_i^*(\mathbf{z}_i) &= \underset{s_i \in \mathbb{R}^2}{\arg\max} \, \mathrm{E}_{\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\eta}}[\pi_i(s_i, s_j|\mathbf{z}_i)] \\ &= \frac{\beta_s + \gamma \mathrm{E}\left(\tau_i|\mathbf{z}_i\right) - \epsilon \mathrm{E}\left(s_j|\mathbf{z}_i\right)}{2\delta} \end{aligned} \tag{3}$$

Gleichzeitig gilt aber (vgl. *Radner* 1962, v.a. Theoreme 4 und 5 sowie *Basar*, *Ho* 1974), daß die Gleichgewichtsstrategie (3) eine affine Funktion des Informationsstandes $\mathbf{z_i}$ der Form

$$s_i = a_i + b_i y_i + c_{ii}\hat{y}_i + c_{ij}\hat{y}_j \tag{4}$$

sein muß. Dabei stellen $a_i, b_i, c_{ii}, c_{ij} \in \mathbb{R}$ Parameter dar. Über die Gleichgewichtsstrategie s_j des Unternehmens j kann i ausgehend von seinem Informationsstand $\mathbf{z_i}$ nur Erwartungen bilden. Damit läßt sich $\mathrm{E}\left(s_j|\mathbf{z_i}\right)$ folgendermaßen berechnen:

$$\mathrm{E}\left(s_j|\mathbf{z_i}\right) = a_j + b_j \mathrm{E}\left(y_j|\mathbf{z_i}\right) + c_{jj}\hat{y}_j + c_{ji}\hat{y}_i \tag{5}$$

Die Gleichgewichtsstrategie des Unternehmens i lautet also:

$$s_i^*(\mathbf{z_i}) = \frac{\beta_s + \gamma \mathrm{E}\left(\tau_i|\mathbf{z_i}\right) - \epsilon\left[a_j + b_j \mathrm{E}\left(y_j|\mathbf{z_i}\right) + c_{jj}\hat{y}_j + c_{ji}\hat{y}_i\right]}{2\delta} \tag{6}$$

Um den Gewinn des Unternehmens i in Abhängigkeit von den exogenen Parametern zu erhalten, sind im nächsten Schritt die Parameter a_i, b_i, c_{ii} und c_{ij} zu bestimmen. Die beiden dafür erforderlichen bedingten Erwartungswerte $\mathrm{E}(\tau_i|\mathbf{z_i})$ und $\mathrm{E}(y_j|\mathbf{z_i})$ lauten (für die Berechnung vgl. Anhänge A.2.2 und A.2.3):

$$\mathrm{E}(\tau_i|\mathbf{z_i}) = \underbrace{\frac{t_s q_j - t_n p_n}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:g_i} y_i - \underbrace{\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:\hat{g}_{ij}} \hat{y}_j \tag{7}$$

$$\mathrm{E}(y_j|\mathbf{z_i}) = \underbrace{\frac{p_n r_j}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:h_i} y_i - \underbrace{\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:\hat{h}_{ij}} \hat{y}_j \tag{8}$$

Zwei Bemerkungen zur zugrundeliegenden Intuition:

- Wenn die Varianzen der von den beiden Unternehmen i und j ausgesandten Störvariablen $r_i = r_j = \infty$ gesetzt werden, werden die Parameter $\hat{g}_{ij} = \hat{h}_{ij} = \hat{g}_{ji} = \hat{h}_{ji} = 0$. Dies bedeutet, daß beide Unternehmen bei ihrer Erwartungsbildung die vom jeweiligen Konkurrenten preisgegebene Information $\hat{y}_i$ bzw. $\hat{y}_j$ außer Acht lassen. Damit entspricht dies dem Fall, daß die Unternehmen keine Informationen austauschen.
- Eine unendlich hohen Varianz der Signalstörungsvariable eines Unternehmens beim Signalempfang ($u_s = \infty$) hat zur Folge, daß auch die Varianz des von diesem Unternehmen erhaltenen Signals $p_s = \infty$. Damit gilt $g_i = h_i = 0$. In diesem Fall erhält das Unternehmen keinerlei (verwertbare) private Information.

Ausgehend von seinem Informationsstand $\mathbf{z_i}$ und unter Berücksichtigung von (8) erwartet Unternehmen i als Gleichgewichtsstrategie $\mathrm{E}(s_j|\mathbf{z_i})$ seines Konkurrenten j (5) also:

$$\mathrm{E}(s_j|\mathbf{z_i}) = a_j + b_j \frac{p_n r_j}{p_s q_j - p_n^2} y_i + \left(c_{jj} - b_j \frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j - p_n^2} \right) \hat{y}_j + c_{ji} \hat{y}_i \tag{9}$$

Einsetzen der Gleichungen (7) und (9) in (3) führt zu folgendem Ausdruck für die Gleichgewichtsstrategie des Unternehmens i:

$$
\begin{aligned}
s_i(\mathbf{z_i}) &= \frac{1}{2\delta}\left\{\beta_s + \gamma\left(\frac{t_s q_j - t_n p_n}{p_s q_j - p_n^2} y_i - \frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j - p_n^2}\hat{y}_j\right)\right. \\
&\quad \left. -\epsilon\left[a_j + b_j\frac{p_n r_j}{p_s q_j - p_n^2} y_i + \left(c_{jj} - b_j\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j - p_n^2}\right)\hat{y}_j + c_{ji}\hat{y}_i\right]\right\} \\
&= \frac{1}{2\delta}\left\{(\beta_s - \epsilon a_j) + \left(\gamma\frac{t_s q_j - t_n p_n}{p_s q_j - p_n^2} - \epsilon b_j \frac{p_n r_j}{p_s q_j - p_n^2}\right) y_i\right. \\
&\quad \left. -\epsilon c_{ji}\hat{y}_i - \left[\gamma\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j - p_n^2} + \epsilon\left(c_{jj} - b_j\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j - p_n^2}\right)\right]\hat{y}_j\right\} \\
&= \frac{1}{2\delta}\left\{(\beta_s - \epsilon a_j) + (\gamma g_i - \epsilon b_j h_i)\, y_i - \epsilon c_{ji}\hat{y}_i\right. \\
&\quad \left. + \left[\gamma \hat{g}_{ij} - \epsilon\left(c_{jj} + b_j \hat{h}_{ij}\right)\right]\hat{y}_j\right\} \qquad (10)
\end{aligned}
$$

Gleichzeitig muß diese Gleichgewichtsstrategie (10) des Unternehmens i aber auch Gleichung (4) erfüllen. Es gilt also:

$$
\begin{aligned}
s_i(\mathbf{z_i}) &= \underbrace{\frac{1}{2\delta}(\beta_s - \epsilon a_j)}_{a_i} + \underbrace{\frac{1}{2\delta}(\gamma g_i - \epsilon b_j h_i)}_{b_i} y_i \underbrace{- \frac{1}{2\delta}\epsilon c_{ji}}_{c_{ii}} \hat{y}_i \\
&\quad + \underbrace{\frac{1}{2\delta}\left[\gamma\hat{g}_{ij} - \epsilon\left(c_{jj} + b_j\hat{h}_{ij}\right)\right]}_{c_{ij}}\hat{y}_j \qquad (11)
\end{aligned}
$$

Damit lassen sich im nächsten Schritt die vier Parameter a_i, b_i, c_{ii} und c_{ij} bestimmen (vgl. Anhang A.2.4):

$$
a_i = \frac{1}{2\delta + \epsilon}\beta_s \qquad (12)
$$

$$
b_i = \gamma\frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}(2\delta g_i - \epsilon g_j h_i) \qquad (13)
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ii} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji} - \epsilon b_i \hat{h}_{ji}\right) \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2}\left[\hat{g}_{ji} - \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}(2\delta g_i - \epsilon g_j h_i)\,\hat{h}_{ji}\right] \qquad (14)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij} &= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ij}-\epsilon b_j\hat{h}_{ij}\right) \\
&= \gamma\frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ij}-\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i h_j}\left(2\delta g_j-\epsilon g_i h_j\right)\hat{h}_{ij}\right] \qquad (15)
\end{aligned}
$$

Über die Parameter (12) - (15) ist die Gleichgewichtsstrategie (10) bestimmt. Mit ihr und der zugrundeliegenden Gewinnfunktion (1) läßt sich als (bedingte) Lösung der zweiten Spielstufe auch der (bedingte) erwartete Gewinn darstellen (für die Berechnung vgl. Anhang A.2.5):

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i,s_j\right)\right] &= \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right]+\mathrm{E}\left(\beta_n s_j\right) \\
&\quad +\mathrm{E}_{\,y_i,\hat{y}_i,\hat{y}_j}\left\{\mathrm{E}\left[\left(\beta_s+\gamma\tau_i-\epsilon s_j-\delta s_i\right)|\mathbf{z_i}\right]s_i\right\} \\
&= \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right]+\beta_n a_j+\delta\left[a_i^2+\mathrm{Var}\left(s_i\right)\right] \qquad (16)
\end{aligned}
$$

„Bedingter erwarteter Gewinn“ heißt hier, daß (16) den erwarteten Gewinn bei gegebenem Informationsstand $\mathbf{z_i}$ bzw. gegebenem Informationsaustauschverhalten der beiden Unternehmen darstellt. Der gewinnmaximale Umfang des Informationsaustauschs wird im nächsten Abschnitt berechnet. Damit ist dann auch der „unbedingte“ maximale erwartete Gewinn ermittelt und das modellierte zweistufige Spiel gelöst.

4 Lösung der ersten Spielstufe: Informationsaustausch

Ausgehend von diesen (bedingten) erwarteten Gewinnen (16) läßt sich nun die erste Spielstufe lösen, in der es darum geht, den aus Sicht eines Unternehmens optimalen Umfang des Informationsaustauschs zu bestimmen. Wie in Abschnitt 2 erläutert, werden im folgenden die beiden Extremfälle „vollständiger Informationsaustausch“ und „kein Informationsaustausch“ untersucht. Es wird immer dann zu Informationsaustausch als dominanter Strategie kommen, wenn die Gewinndifferenz zwischen „Austausch“ (R) und „kein Austausch“ (N) positiv ist. Es gibt damit im hier betrachteten Duopol grundsätzlich vier Verhaltensregime des Informationsaustauschs. Aus Sicht des Unternehmens i gilt (j analog):

- RR: Unternehmen i und Unternehmen j offenbaren ihre Informationen vollständig ($v_i = v_j = R$).
- RN: Unternehmen i offenbart seine Informationen vollständig, während Unternehmen j seine nicht preisgibt ($v_i = R$, $v_j = N$).
- NR: Unternehmen i offenbart keine Informationen und Unternehmen j alle ($v_i = N$, $v_j = R$).
- NN: Keines der beiden Unternehmen gibt Informationen preis ($v_i = v_j = N$).

Im folgenden sollen die beiden auch in der bestehenden Literatur behandelten institutionell unterschiedlichen Regelungen des Informationsaustauschs diskutiert werden: Zunächst geht es darum, ob die Unternehmen ohne vertragliche Festlegung und unabhängig vom Verhalten des Konkurrenten Informationen austauschen. Allgemein gesprochen hat ein Unternehmen i einen Anreiz, seine private Information preiszugeben, wenn bei jedem gegebenen Informationsaustauschverhalten des Konkurrenzunternehmens die Differenz der erwarteten Gewinne positiv ist. Man muß also die beiden erwarteten Gewinndifferenzen

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RN/NN} &:= \mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i^{RN}, s_j^{NR}\right)\right] - \mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i^{NN}, s_j^{NN}\right)\right] \\
&= \mathrm{E}\left(\pi_i^{RN}\right) - \mathrm{E}\left(\pi_i^{NN}\right) \\
&= \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j^{NR} + \delta\left[\left(a_i^{RN}\right)^2 + \mathrm{Var}\left(s_i^{RN}\right)\right] \\
&\quad - \left\{\mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j^{NN} + \delta\left[\left(a_i^{NN}\right)^2 + \mathrm{Var}\left(s_i^{NN}\right)\right]\right\} \\
&= \beta_n\left(a_j^{NR} - a_j^{NN}\right) + \delta\left[\left(a_i^{RN}\right)^2 - \left(a_i^{NN}\right)^2\right] \\
&\quad + \delta\left[\mathrm{Var}\left(s_i^{RN}\right) - \mathrm{Var}\left(s_i^{NN}\right)\right]
\end{aligned} \tag{17}
$$

und

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NR} &:= \mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i^{RR}, s_j^{RR}\right)\right] - \mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i^{NR}, s_j^{RN}\right)\right] \\
&= \mathrm{E}\left(\pi_i^{RR}\right) - \mathrm{E}\left(\pi_i^{NR}\right) \\
&= \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j^{RR} + \delta\left[\left(a_i^{RR}\right)^2 + \mathrm{Var}\left(s_i^{RR}\right)\right] \\
&\quad - \left\{\mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j^{RN} + \delta\left[\left(a_i^{NR}\right)^2 + \mathrm{Var}\left(s_i^{NR}\right)\right]\right\} \\
&= \beta_n\left(a_j^{RR} - a_j^{RN}\right) + \delta\left[\left(a_i^{RR}\right)^2 - \left(a_i^{NR}\right)^2\right] \\
&\quad + \delta\left[\mathrm{Var}\left(s_i^{RR}\right) - \mathrm{Var}\left(s_i^{NR}\right)\right]
\end{aligned} \tag{18}
$$

untersuchen.[8] Wenn die Differenz der erwarteten Gewinne in beiden Fällen positiv ist, besitzt das betrachtete Unternehmen i eine dominante Strategie, seine privaten Informationen zu offenbaren. Wenn die Differenz beide Male einen negativen Wert aufweist, besteht die dominante Strategie darin, nie Informationen preiszugeben.

Im Rahmen der zweiten Regelung wird danach gefragt, ob sich beide Unternehmen im voraus vertraglich verpflichten, Informationen auszutauschen oder nicht. Daher lautet das Entscheidungskriterium:

[8] Zur Notation: $s_i^{v_i v_j}$ steht für die Strategie des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten v_i und j das Verhalten v_j an den Tag legen. Das Verhalten kann dabei jeweils „vollständiger Informationsaustausch" (R) oder „kein Informationsaustausch" (N) sein, d.h. $v_i, v_j \in \{N, R\}$. Für andere Parameter und Variablen ($s_j^{v_j v_i}$, etc.) gilt eine analoge Interpretation.

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NN} &:= \mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i^{RR}, s_j^{RR}\right)\right] - \mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i^{NN}, s_j^{NN}\right)\right] \\
&= \mathrm{E}\left(\pi_i^{RR}\right) - \mathrm{E}\left(\pi_i^{NN}\right) \\
&= \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j^{RR} + \delta\left[\left(a_i^{RR}\right)^2 + \mathrm{Var}\left(s_i^{RR}\right)\right] \\
&\quad - \left\{\mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j^{NN} + \delta\left[\left(a_i^{NN}\right)^2 + \mathrm{Var}\left(s_i^{NN}\right)\right]\right\} \\
&= \beta_n\left(a_j^{RR} - a_j^{NN}\right) + \delta\left[\left(a_i^{RR}\right)^2 - \left(a_i^{NN}\right)^2\right] \\
&\quad + \delta\left[\mathrm{Var}\left(s_i^{RR}\right) - \mathrm{Var}\left(s_i^{NN}\right)\right] \qquad (19)
\end{aligned}
$$

Wiederum wird ein Unternehmen seine Informationen dann vollständig offenbaren, wenn diese erwartete Gewinndifferenz positiv ist. Falls sie negativ ausfällt, findet kein Informationsaustausch statt.

4.1 Vier mögliche Informationsaustauschregimes

Zunächst sollen für die vier oben genannten Verhaltensregime die Parameter der Gleichgewichtsstrategie berechnet werden. Entscheidend ist dabei die Tatsache, daß bei vollständigem Informationsaustausch $r_i^R = r_j^R = 0$ und damit $q_i = q_j = p_s$ sowie bei keinem Informationsaustausch $r_i^N = r_j^N = \infty$. Die Parameter (12) - (15) lauten (für die Berechnungen vgl. Anhang A.2.6):

$$a_i^{RR} = a_i^{RN} = a_i^{NR} = a_i^{NN} = \frac{1}{2\delta + \epsilon}\beta_s \qquad (20)$$

$$b_i^{RR} = b_i^{NR} = \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} \qquad (21)$$

$$b_i^{RN} = \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{2\delta t_s\left(p_s^2 - p_n^2\right) - \epsilon p_n\left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{p_s\left(p_s^2 - p_n^2\right)} \qquad (22)$$

$$b_i^{NN} = \gamma \frac{t_s}{2\delta p_s + \epsilon p_n} \qquad (23)$$

$$c_{ii}^{RR} = -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s p_s - t_n p_n \right) \right] \tag{24}$$

$$\begin{aligned} c_{ii}^{RN} &= \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \\ &\cdot \frac{4\delta^2 p_s \left(t_s p_n - t_n p_s \right) + 2\delta\epsilon t_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right) - \epsilon^2 p_n \left(t_s p_s - t_n p_n \right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right)} \end{aligned} \tag{25}$$

$$c_{ii}^{NR} = c_{ii}^{NN} = 0 \tag{26}$$

$$c_{ij}^{RR} = \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s p_s - t_n p_n \right) \right] \tag{27}$$

$$c_{ij}^{RN} = c_{ij}^{NN} = 0 \tag{28}$$

$$\begin{aligned} c_{ij}^{NR} &= -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \\ &\cdot \frac{4\delta^2 p_s \left(t_s p_n - t_n p_s \right) + 2\delta\epsilon t_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right) - \epsilon^2 p_n \left(t_s p_s - t_n p_n \right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right)} \end{aligned} \tag{29}$$

Mit Hilfe dieser Parameter (20) - (29) lassen sich nun die Gleichgewichtsstrategien (4) für die vier Informationsaustauschregimes bestimmen:

$$s_i^{RR} = a_i^{RR} + b_i^{RR} y_i + c_{ii}^{RR} \hat{y}_i + c_{ij}^{RR} \hat{y}_j \tag{30}$$

$$s_i^{RN} = a_i^{RN} + b_i^{RN} y_i + c_{ii}^{RN} \hat{y}_i \tag{31}$$

$$s_i^{NR} = a_i^{NR} + b_i^{NR} y_i + c_{ij}^{NR} \hat{y}_j \tag{32}$$

$$s_i^{NN} = a_i^{NN} + b_i^{NN} y_i \tag{33}$$

Auf der Basis dieser Gleichgewichtsstrategien (30) - (33) und der Gleichung (16) ergeben sich die erwarteten Gewinne der Konkurrenten in Abhängigkeit des herrschenden Informationsaustauschregimes. Damit lauten die erwarteten Gewinndifferenzen (17) - (19):

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN} \quad = \quad \delta \left[\mathrm{Var}\ \left(s_i^{RN}\right) - \mathrm{Var}\ \left(s_i^{NN}\right)\right] \tag{34}$$

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR} \quad = \quad \delta \left[\mathrm{Var}\ \left(s_i^{RR}\right) - \mathrm{Var}\ \left(s_i^{NR}\right)\right] \tag{35}$$

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NN} \quad = \quad \delta \left[\mathrm{Var}\ \left(s_i^{RR}\right) - \mathrm{Var}\ \left(s_i^{NN}\right)\right] \tag{36}$$

Da sich je nach Austauschverhalten nur die Strategievarianz Var (s_i) unterscheidet, müssen also im nächsten Schritt diese Varianzterme berechnet werden. Sie belaufen sich auf (zur Berechnung vgl. Anhang A.2.7):

$$\mathrm{Var}\ \left(s_i^{RR}\right) \quad = \quad p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2\right] + 2c_{ij}^{RR} p_n \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \tag{37}$$

$$\mathrm{Var}\ \left(s_i^{RN}\right) \quad = \quad p_s \left(b_i^{RN} + c_{ii}^{RN}\right)^2 \tag{38}$$

$$\mathrm{Var}\ \left(s_i^{NR}\right) \quad = \quad p_s \left[\left(b_i^{NR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2\right] + 2b_i^{NR} c_{ij}^{NR} p_n \tag{39}$$

$$\mathrm{Var}\ \left(s_i^{NN}\right) \quad = \quad p_s \left(b_i^{NN}\right)^2 \tag{40}$$

Damit läßt sich in den folgenden beiden Abschnitten für die zwei angesprochenen Regelungen untersuchen, ob es zu einem Informationsaustausch zwischen den beiden Unternehmen kommt oder nicht.

4.2 Anreiz zu Informationsaustausch ohne vertragliche Bindung

In diesem Abschnitt geht es um die Frage, ob und unter welchen Umständen die Unternehmen eine dominante Informationspreisgabestrategie besitzen. Diese ist dadurch charakterisiert, daß ein Unternehmen unabhängig von den Entscheidungen des Konkurrenten immer eine bestimmte Strategie wählt. Es ist also asymmetrisches Informationspreisgabeverhalten möglich. Dies bedeutet, daß sich nicht beide Unternehmen bezüglich ihres Informationspreisgabeverhaltens gleich verhalten müssen. Die preisgegebene Information ist jedoch allen Unternehmen zugänglich.[9]

Als Entscheidungskriterien für vollständige oder keine Informationspreisgabe wurden die beiden erwarteten Gewinndifferenzen (34) und (35) abgeleitet. Diese ergeben sich mit den oben berechneten Varianzen der Gleichgewichtsstrategien (37) - (40) sowie den Parameterwerten (21) - (25), (27) und (29) als:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\,(\pi_i)^{RN/NN} &= \delta\left[p_s\left(b_i^{RN}+c_{ii}^{RN}\right)^2 - p_s\left(b_i^{NN}\right)^2\right] \\
&= \delta p_s\left[\left(b_i^{RN}+c_{ii}^{RN}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2\right] \\
&= \delta p_s\left\{\left\{\gamma\frac{1}{4\delta^2}\frac{2\delta t_s\left(p_s^2-p_n^2\right)-\epsilon p_n\left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)}\right.\right. \\
&\quad +\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\frac{4\delta^2 p_s\left(t_s p_n - t_n p_s\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)}\right. \\
&\quad \left.\left.+\frac{2\delta\epsilon t_s\left(p_s^2-p_n^2\right)-\epsilon^2 p_n\left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)}\right]\right\}^2 \\
&\quad \left. -\gamma^2\frac{t_s^2\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)^2}{\left(4\delta^2 p_s^2-\epsilon^2 p_n^2\right)^2}\right\}
\end{aligned}$$

[9] Auf den ersten Blick erscheint es sinnvoller anzunehmen, daß nur diejenigen Unternehmen Zugang zu den offenbarten privaten Informationen der anderen Unternehmen erhalten, die selbst ihre Informationen preisgeben. Diese Vorgehensweise modellieren z.B. *Kirby* (1988) und *Jin* (1992). Da sich jedoch schon bei einseitigen Entscheidungen, wie noch gezeigt werden wird, eindeutige Informationsoffenbarungsstrategien ableiten lassen, erscheint es in diesem Modellrahmen nicht erforderlich, die zugrundeliegenden Annahmen dahingehend zu verschärfen.

$$
\begin{aligned}
&= \delta p_s \left\{ \left\{ \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s\left(p_s^2 - p_n^2\right)} \right.\right. \\
&\quad \cdot \left\{ \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right) \left[2\delta t_s \left(p_s^2 - p_n^2\right) - \epsilon p_n \left(t_s p_s - t_n p_n\right)\right] \right. \\
&\quad + 4\delta^2 \epsilon p_s \left(t_s p_n - t_n p_s\right) + 2\delta\epsilon^2 t_s \left(p_s^2 - p_n^2\right) \\
&\quad \left.\left. - \epsilon^3 p_n \left(t_s p_s - t_n p_n\right)\right\}\right\}^2 - \gamma^2 \frac{t_s^2 \left(2\delta p_s - \epsilon p_n\right)^2}{\left(4\delta^2 p_s^2 - \epsilon^2 p_n^2\right)^2} \Bigg\} \\
&= \delta \gamma^2 p_s \left\{ \frac{1}{16\delta^4} \frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{1}{p_s^2 \left(p_s^2 - p_n^2\right)^2} \right. \\
&\quad \cdot \left\{ \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right) \left[2\delta t_s \left(p_s^2 - p_n^2\right) - \epsilon p_n \left(t_s p_s - t_n p_n\right)\right] \right. \\
&\quad + 4\delta^2 \epsilon p_s \left(t_s p_n - t_n p_s\right) + 2\delta\epsilon^2 t_s \left(p_s^2 - p_n^2\right) \\
&\quad \left.\left. - \epsilon^3 p_n \left(t_s p_s - t_n p_n\right)\right\}^2 - \frac{t_s^2 \left(2\delta p_s - \epsilon p_n\right)^2}{\left(4\delta^2 p_s^2 - \epsilon^2 p_n^2\right)^2} \right\}
\end{aligned}
\tag{41}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\ \left(\pi_i\right)^{RR/NR} &= \delta \left\{ \left\{ p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 \right] + 2 c_{ij}^{RR} p_n \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \left\{ p_s \left[\left(b_i^{NR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \right] + 2 b_i^{NR} c_{ij}^{NR} p_n \right\} \right\} \\
&= \delta \left\{ p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NR}\right)^2 - \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + 2 p_n \left[c_{ij}^{RR} \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) - b_i^{NR} c_{ij}^{NR} \right] \right\} \\
&= \delta \left\{ p_s \left\{ \left\{ \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} - \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \cdot \left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s p_s - t_n p_n\right) \right] \right\}^2 \\
&\quad + \left\{ \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s p_s - t_n p_n\right) \right] \right\}^2 \\
&\quad - \left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} \right)^2 - \left\{ -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \right. \\
&\quad \cdot \left[\frac{4\delta^2 p_s \left(t_s p_n - t_n p_s\right) + 2\delta\epsilon t_s \left(p_s^2 - p_n^2\right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2\right)} \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - \frac{\epsilon^2 p_n \left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2\right)} \right] \right\}^2 \right\} \\
&\quad + 2 p_n \left\{ \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s p_s - t_n p_n\right) \right] \right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\cdot \left\{ \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} - \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \right. \\
&\left. \cdot \left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s p_s - t_n p_n \right) \right] \right\} - \left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} \right) \\
&\cdot \left\{ -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \left[\frac{4\delta^2 p_s \left(t_s p_n - t_n p_s \right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right)} \right. \right. \\
&\left. \left. + \frac{2\delta \epsilon t_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right) - \epsilon^2 p_n \left(t_s p_s - t_n p_n \right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2 \right)} \right] \right\} \Bigg\} \Bigg\} \qquad (42)
\end{aligned}
$$

Wenn die Differenz der erwarteten Gewinne in beiden Fällen positiv ist, besitzt das betrachtete Unternehmen i eine dominante Strategie, seine privaten Informationen zu offenbaren. Wenn die Differenz beide Male einen negativen Wert aufweist, besteht die dominante Strategie darin, nie Informationen preiszugeben.

Da sich in diesem allgemeinen Fall jedoch nicht erkennen läßt, wann die erwarteten Gewinndifferenzen welches Vorzeichen annehmen, sollen im folgenden drei Spezialfälle untersucht werden, die auch in der bestehenden Literatur vorherrschen:[10]

- Gemeinsamer Wert der Zufallsvariablen:

  In diesem Fall weisen die Zufallsvariablen τ_i aller Unternehmen dieselbe Ausprägung aus und sind (bei identischer Verteilung) vollkommen korreliert, d.h. $t_s = t_n = t$. Damit gilt für beide Konkurrenten eine identische Abweichung des wahren Wertes des Ordinatenabschnitts vom Erfahrungswert. Dies wird auch bei *Clarke* (1983), *Vives* (1984), *Gal-Or* (1985), *Li* (1985) und *Kirby* (1988) modelliert.

- Unabhängige Werte der Zufallsvariablen:

  Im Fall unabhängiger Werte sind die Ausprägungen der Zufallsvariablen τ_i einerseits und die Störvariablen der empfangenen Signale beider Konkurrenten andererseits vollkommen unkorreliert, d.h. $t_n = u_n = 0$. Dieses Szenario analysiert *Gal-Or* (1986).

[10] In diesen Gleichungen der erwarteten Gewinndifferenzen liegt auch der Grund dafür, von symmetrischen Unternehmen auszugehen. *Raith* (1996) zeigt, daß sich für den allgemeinen Fall nicht symmetrischer Unternehmen die Vorzeichen der erwarteten Gewinndifferenzen nicht eindeutig identifizieren lassen.

- Vollkommene Signale:

  Wenn die Signale vollkommen sind, welche die Unternehmen über die Abweichung vom Erfahrungswert des Ordinatenabschnitts der Nachfrage erhalten, gilt für die Störvariablen $\eta_i = 0$ und damit $u_s = u_n = 0$. Diesen Fall untersuchen *Fried* (1984), *Li* (1985), *Shapiro* (1986), *Sakai* (1986) und *Sakai*, *Yamato* (1989).

4.2.1 Gemeinsamer Wert der Zufallsvariablen

Im Fall eines gemeinsamen Wertes der Zufallsvariablen τ_i (d.h. $t_s = t_n = t$) ergeben sich folgende Vorzeichen der erwarteten Gewinndifferenzen (17) und (18) (vgl. Anhang A.2.8):

Wenn Unternehmen j seine Informationen nicht preisgibt, entscheidet i gemäß:

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN} \quad \sim \quad -\epsilon \tag{43}$$

Wenn Unternehmen j seine Informationen preisgibt, entscheidet i gemäß:

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR} \quad \sim \quad -\epsilon \tag{44}$$

Die beiden erwarteten Gewinndifferenzen (43) und (44) besitzen also ein identisches Vorzeichen. Damit existiert eine dominante Informationsoffenbarungsstrategie:

- Bei strategischen Komplementen ($\epsilon < 0$) besagt diese, alle privaten Informationen den Konkurrenten zu offenbaren.

- Wenn strategische Substitute vorliegen ($\epsilon > 0$), werden die Unternehmen ihre privaten Informationen nicht preisgeben.

4.2.2 Unabhängige Werte

Wenn die Ausprägungen der Zufallsvariablen τ_i und die Störvariablen der empfangenen Signale unabhängig sind ($t_n = u_n = 0$), gilt für die erwarteten Gewinndifferenzen (17) und (18) (vgl. Anhang A.2.9):

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN} \quad \sim \quad \epsilon^2 \geq 0 \tag{45}$$

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR} \quad \sim \quad \epsilon^2 \geq 0 \tag{46}$$

Die beiden erwarteten Gewinndifferenzen (45) und (46) sind also immer positiv oder Null. Damit existiert eine dominante Informationsoffenbarungsstrategie, die lautet, daß die Informationen immer vollständig preisgegeben werden.

4.2.3 Vollkommene Signale

Bei vollkommenen Signalen, die die Konkurrenten über die Abweichungen vom Erfahrungswert des Ordinatenabschnitts der Nachfrage bekommen ($u_s = u_n = 0$), erhält man für die Gewinndifferenzen (17) und (18) (vgl. Anhang A.2.10):

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN} \quad \sim \quad 8\delta^2 t_s^2 - \underbrace{\underbrace{\epsilon^2}_{\leq \delta^2} \underbrace{\left(t_s^2 + t_n^2\right)}_{\leq 2t_s^2}}_{\leq 2\delta^2 t_s^2} \geq 0 \tag{47}$$

$$\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR} \quad \sim \quad \underbrace{\epsilon^2}_{\geq 0} \underbrace{\left(8\delta^2 - \epsilon^2\right)}_{\geq 0} \underbrace{\left(t_s^2 - t_n^2\right)}_{\geq 0} \geq 0 \tag{48}$$

Beide sind immer positiv oder Null. Damit lautet auch bei vollkommenen Signalen die dominante Informationsoffenbarungsstrategie, die Informationen immer vollständig preiszugeben.

4.3 Anreiz zu Informationsaustausch bei vertraglicher Bindung

In diesem Abschnitt geht es darum, ob die Unternehmen einen Vertrag unterschreiben, in dem sie sich beide zu einem vollständigen Informationsaustausch verpflichten. Falls dieser Vertrag nicht zustandekommt, werden von beiden Konkurrenten keine Informationen ausgetauscht. In diesem Fall entscheiden sich die Unternehmen entsprechend dem Kriterium (36). Wieder werden die beiden Konkurrenten den Vertrag über vollständigen Informationsaustausch unterschreiben, wenn die Differenz der erwarteten Gewinne $\Delta \mathrm{E}\,(\pi_i)^{RR/NN}$ positiv ist. Mit den beiden Varianzen der Gleichgewichtsstrategien (37) und (40) ergibt sich die erwartete Gewinndifferenz (36) als:

$$\begin{aligned} \Delta \mathrm{E}\,(\pi_i)^{RR/NN} &= \delta \left\{ p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + 2 c_{ij}^{RR} p_n \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \right\} \end{aligned} \tag{49}$$

Da $\underbrace{2\,\underbrace{c_{ij}^{RR}}_{>0}\,\underbrace{p_n}_{>0}\,\underbrace{\left(\underbrace{b_i^{RR}}_{>0} + \underbrace{c_{ii}^{RR}}_{>0}\right)}_{>0}}_{>0} > 0$ und $\delta > 0$, resultiert eine positive erwartete Gewinndifferenz und damit vollständiger Informationsaustausch, wenn auch $p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 \right] > 0$ bzw. $\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 > \left(b_i^{NN}\right)^2$ oder wenn im Fall $p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 \right] < 0$ der Betrag kleiner als der des Ausdrucks $2c_{ij}^{RR} p_n \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)$ ist. In diesem allgemeinen Fall läßt sich jedoch nicht erkennen, wann die erwartete Gewinndifferenz (49) welches Vorzeichen annimmt. Daher sollen im folgenden wieder die schon im letzten Abschnitt verwendeten drei Spezialfälle untersucht werden.

4.3.1 Gemeinsamer Wert der Zufallsvariablen

Wenn ein gemeinsamer Wert der Zufallsvariablen τ_i vorliegt (d.h. $t_s = t_n = t$), gilt für das Vorzeichen der erwarteten Gewinndifferenz (49) (vgl. Anhang A.2.11):

$$\Delta \mathrm{E}\,(\pi_i)^{RR/NN} \sim 4\delta\,(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 - 2\epsilon^2 \frac{p_n}{p_s} \tag{50}$$

Entsprechend diesem Ausdruck kann eine positive oder negative erwartete Gewinndifferenz sowie eine von Null resultieren. Es läßt sich jedoch eine Abgrenzung nach Parameterbereichen vornehmen:

- Eine positive erwartete Gewinndifferenz ergibt sich für $\epsilon < \frac{2}{3}\delta$ oder $\frac{\epsilon}{\delta} < \frac{2}{3}$.
- Eine negative erwartete Gewinndifferenz resultiert dagegen im Bereich $\epsilon > 2\delta\left(\sqrt{2}-1\right)$ oder $\frac{\epsilon}{\delta} > 2\delta\left(\sqrt{2}-1\right)$.
- Im Zwischenbereich $\frac{2}{3} < \frac{\epsilon}{\delta} < 2\left(\sqrt{2}-1\right)$ hängt das Vorzeichen der erwarteten Gewinndifferenz $\Delta\mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NN}$ vom Verhältnis $\frac{p_n}{p_s}$ der Parameter p_n und p_s ab.

Für $\epsilon > 0$ (strategische Substitute) und sehr nahe δ stellt sich also vollständiger Informationsaustausch als nicht profitabel heraus. Für geringe positive Werte des Parameters ϵ lohnt sich vollständiger Informationsaustausch. Bei negativen Werten für ϵ, was dem Fall strategischer Komplemente entspricht, ist vollständiger Informationsaustausch immer vorteilhaft.

4.3.2 Unabhängige Werte

Im Fall unabhängiger Ausprägungen der Zufallsvariablen τ_i sowie der Störvariablen der empfangenen Signale ($t_n = u_n = 0$) ergibt sich die erwartete Gewinndifferenz (49) als (vgl. Anhang A.2.12):

$$\Delta\mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NN} = \gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2} \frac{\epsilon^2}{4\delta}\left(12\delta^2-\epsilon^2\right)\frac{t_s^2}{p_s} \geq 0 \tag{51}$$

Im Szenario unabhängiger Werte ist Informationsaustausch also immer vorteilhaft.

4.3.3 Vollkommene Signale

Wenn die Signale vollkommen sind, die die Konkurrenten über die Abweichungen vom Erfahrungswert des Ordinatenabschnitts der Nachfrage erhalten ($u_s = u_n = 0$), resultiert folgende erwartete Gewinndifferenz (vgl. Anhang A.2.13):

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{E}\ \left(\pi_i\right)^{RR/NN} &= \delta\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left(t_s^2-t_n^2\right)\\ &\quad\cdot\left[\left(12\delta^2-\epsilon^2\right)t_s+4\delta\epsilon t_n\right]\geq 0 \qquad (52)\end{aligned}$$

Damit ist bei vollkommenen Signalen Informationsaustausch ebenfalls immer vorteilhaft.

5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Wie war nun das zugrundeliegende Modell strukturiert? Die beiden Konkurrenten entscheiden zunächst über ihr Informationsoffenbarungsverhalten, erhalten dann ihre private Information über den Ordinatenabschnitt der Nachfragefunktion, geben diese entsprechend ihrer Offenbarungsentscheidung preis und konkurrieren schließlich im oligopolistischen Preis- oder Mengenwettbewerb. Der Analyseschwerpunkt lag hier bei der Frage, ob die Unternehmen im Bayesianischen Gleichgewicht dieses zweistufigen Spiels einen Anreiz besitzen, ihre privaten Informationen untereinander auszutauschen, bevor sie miteinander auf dem Markt in den Wettbewerb treten. Zwei institutionelle Regelungen des Informationsaustausches wurden in diesem Zusammenhang untersucht: Vertragliche Bindung und freiwilliger, vom Verhalten des Konkurrenten unabhängiger Austausch. Innerhalb dieser zwei Regelungen erstreckte sich die Analyse auf jeweils drei Spezialfälle.

Dabei zeigt sich, daß die Unternehmen in beiden Regelungen bei unabhängigen Werten und vollkommenen Signalen ihre Informationen immer vollständig austauschen.

Im Fall eines gemeinsamen Wertes der Zufallsvariablen muß man unterscheiden: Im Rahmen der Regelung unabhängiger Informationsoffenbarung ergibt sich als dominante Strategie, bei strategischen Komplementen ($\epsilon < 0$) alle privaten Informationen den Konkurrenten zu offenbaren und bei strategischen Substituten ($\epsilon > 0$) die Informationen nicht preiszugeben.

Bei vertraglicher Vereinbarung stellt sich der Austausch für $\epsilon > 0$ (strategische Substitute) und sehr nahe δ als nicht vorteilhaft heraus. Für geringe positive Werte des Parameters ϵ dagegen lohnt sich vollständiger Informationsaustausch. Bei negativen Werten für ϵ, was dem Fall strategischer Komplemente entspricht, ist vollständiger Informationsaustausch immer vorteilhaft.

Aufgrund der Definition strategischer Substitute und strategischer Komplemente (vgl. *Bulow*, *Geanakoplos*, *Klemperer* 1985) läßt sich also in Abhängigkeit von der Wettbewerbsart (Mengen- oder Preiswettbewerb) und den Eigenschaften der produzierten Güter (Substitute oder Komplemente) feststellen, wann Informationsaustausch stattfindet. Dabei ergibt sich eine Gefangenendilemmasituation: Bei voneinander unabhängiger Entscheidung tauschen die Unternehmen in einem bestimmten Bereich $\left(0 < \epsilon < \frac{2}{3}\delta\right)$ keine Informationen aus, obwohl es für sie bei vertraglich koordiniertem Verhalten vorteilhaft wäre.

Bei strategischen Komplementen und strategischen Substituten für die Fälle unabhängiger Werte und vollkommener Signale werden die privaten Informationen immer offenbart, während die Unternehmen bei strategischen Substituten im Fall eines gemeinsamen Wertes der Zufallsvariablen tendenziell zurückhaltend agieren. Welche können die Ursachen für dieses Ergebnis sein? Der Hauptgrund ist darin zu sehen (vgl. auch *Vives* 1984), daß sich durch den Informationsaustausch die Korrelation der Gleichgewichtsstrategien verstärkt, weil die Konkurrenten bezüglich des Ordinatenabschnitts der Nachfragefunktion eine bessere Schätzung erreichen können. Strategische Komplemente implizieren eine steigende Reaktionsfunktion. Das bedeutet, daß es für symmetrische Unternehmen optimal ist, sich „wie die Konkurrenz" zu verhalten, d.h. die Korrelation der Gleichgewichtsstrategien zu erhöhen. Um dies zu erreichen, werden sie also ihre Informationen austauschen. Im Fall strategischer Substitute mit fallenden Reaktionsfunktionen ist dies dagegen nicht immer so.

Zusammenfassend läßt sich also festhalten: Auf alle Fälle muß man die im Titel gestellte Frage bejahen. Im vorgestellten Modell mit Nachfrageunsicherheit verhalten sich die beiden Konkurrenten streng kompetitiv und trotzdem tauschen sie private Informationen aus. Auch wenn der Anschein besteht, hat dieser Informationsaustausch nichts mit kollusivem Verhalten zu tun. Im Gegenteil, die Unternehmen handeln klar eigennützig: Sie geben ihre Informationen nur preis, wenn sich dadurch ein höherer eigener Gewinn erwarten läßt.

Anhang

A.1 Verwendete Variablen und Symbole

a_S Nachfrageparameter im Anhang A.2.1

$a_i^{v_i v_j}$ Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(a_i^{v_i v_j} = \frac{1}{2\delta+\epsilon}\beta_s\right)$

adj $(\circ)$ Matrix der Kofaktoren der Matrix $(\circ)$

b_S Nachfrageparameter im Anhang A.2.1

$b_i^{v_i v_j}$ Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(b_i^{v_i v_j} = \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i^{v_i v_j} h_j^{v_j v_i}}\left(2\delta g_i^{v_i v_j} - \epsilon g_j^{v_j v_i} h_i^{v_i v_j}\right)\right)$

c_{Si} Kostenparameter des Unternehmens i im Anhang A.2.1

$c_{ii}^{v_i v_j}$ Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(c_{ii}^{v_i v_j} = -\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\hat{g}_{ji}^{v_j v_i} - \epsilon b_i^{v_i v_j} \hat{h}_{ji}^{v_j v_i}\right)\right)$

$c_{ij}^{v_i v_j}$ Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(c_{ij}^{v_i v_j} = \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\hat{g}_{ij}^{v_i v_j} - \epsilon b_j^{v_j v_i} \hat{h}_{ij}^{v_i v_j}\right)\right)$

Cov Kovarianzoperator

d_S Nachfrageparameter im Anhang A.2.1

det$(\circ)$ Determinante der Matrix $(\circ)$

E Erwartungswertoperator

E_S Einkommen im Anhang A.2.1

f_{Si} Fixkosten des Unternehmens i im Anhang A.2.1

g_{Si} Kostenparameter des Unternehmens i im Anhang A.2.1

$g_i^{v_i v_j}$ Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(g_i^{v_i v_j} = \frac{t_s q_j^{v_j} - t_n p_n}{p_s q_j^{v_j} - p_n^2}\right)$

$\hat{g}_{ij}^{v_i v_j}$	Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(\hat{g}_{ij}^{v_i v_j} = \frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j^{v_j} - p_n^2}\right)$
h_{Si}	Kostenparameter des Unternehmens i im Anhang A.2.1
$h_i^{v_i v_j}$	Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(h_i^{v_i v_j} = \frac{p_n r_j^{v_j}}{p_s q_j^{v_j} - p_n^2}\right)$
$\hat{h}_{ij}^{v_i v_j}$	Parameter des Unternehmens i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und v_j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen $\left(\hat{h}_{ij}^{v_i v_j} = \frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j^{v_j} - p_n^2}\right)$
i	Laufindex der Unternehmen ($i \in \{1, 2\}$)
j	Laufindex der Unternehmen ($j \in \{1, 2\}$)
$\mathscr{L}$	Lagrangefunktion
N	Laufindex für ein Unternehmen, das keine Informationen preisgibt (N für „non-revealing")
$\mathbf{P}$	Varianz-Kovarianz-Matrix des Vektors der gestörten Signale der beiden Unternehmen beim Signalempfang $\left(\mathbf{P} = \mathbf{T} + \mathbf{U} = \begin{pmatrix} t_s + u_s & t_n + u_n \\ t_n + u_n & t_s + u_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_s & p_n \\ p_n & p_s \end{pmatrix}\right)$
p_{S0}	Preis des Numéraire-Gutes im Anhang A.2.1 ($p_{S0} = 1$)
p_{Si}	Preis des Gutes des Unternehmens i im Anhang A.2.1
p_n	Kovarianz der von den beiden Unternehmen erhaltenen Signale y_i, y_j ($p_n = t_n + u_n$)
p_s	Varianz des von Unternehmen i erhaltenen Signals y_i ($p_s = t_s + u_s$)
$\mathbf{Q}$	Varianz-Kovarianz-Matrix des Vektors der ausgesandten gestörten Signale $\hat{y}_i$, $\hat{y}_j$ der beiden Unternehmen $\left(\mathbf{Q} = \mathbf{T} + \mathbf{U} + \mathbf{R} = \begin{pmatrix} t_s + u_s + r_1 & t_n + u_n \\ t_n + u_n & t_s + u_s + r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 & q_n \\ q_n & q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 & p_n \\ p_n & q_2 \end{pmatrix}\right)$
q_{S0}	Menge des Numéraire-Gutes im Anhang A.2.1

q_{Si}	Menge des Gutes des Unternehmens i im Anhang A.2.1
$q_i^{v_i}$	Varianz des von Unternehmen i ausgesandten Signals $\hat{y}_i$, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ an den Tag legt $(q_i^{v_i} = t_s + u_s + r_i^{v_i})$
q_n	Kovarianz der von den beiden Unternehmen ausgesandten Signale $\hat{y}_i$, $\hat{y}_j$ $(q_n = t_n + u_n = p_n)$
$\mathbf{R}$	Varianz-Kovarianz-Matrix der ausgesandten Störvariablen ξ_i, ξ_j der beiden Unternehmen $\left(\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}\right)$
R	Laufindex für ein Unternehmen, das seine privaten Informationen vollständig preisgibt (R für „revealing")
$r_i^{v_i}$	Varianz der vom Unternehmen i ausgesandten Störvariable ξ_i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ an den Tag legt
$s_i^{v_i v_j}$	Strategie (Preis oder Menge) bezüglich des von Unternehmen i produzierten Gutes, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen
$\mathbf{T}$	Varianz-Kovarianz-Matrix der Abweichungen τ_i der wahren Ordinatenabschnitte der Nachfragen beider Unternehmen vom Erfahrungswert $\left(\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_s & t_n \\ t_n & t_s \end{pmatrix}\right)$
t	$t_n = t_s = t$ im Fall eines gemeinsamen Wertes der Zufallsvariablen
t_n	Kovarianz der Abweichungen τ_i, τ_j der wahren Ordinatenabschnitte der Nachfragen der beiden Unternehmens i und j vom Erfahrungswert $(t_n \in [0; t_s])$
t_s	Varianz der Abweichung τ_i des wahren Ordinatenabschnitts der Nachfrage des Unternehmens i vom Erfahrungswert
$\mathbf{U}$	Varianz-Kovarianz-Matrix der Signalstörungsvariablen η_i, η_j der beiden Unternehmen beim Signalempfang $\left(\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_s & u_n \\ u_n & u_s \end{pmatrix}\right)$
U_S	Nutzenfunktion im Anhang

u_{Si}	(Stör-) Zufallsvariable bezüglich des Ordinatenabschnitts a der Nachfrage nach dem Gut des Unternehmens i im Anhang A.2.1
u_n	Kovarianz der Signalstörungsvariablen η_i, η_j der beiden Unternehmen beim Signalempfang ($u_n \in [0; u_s]$)
u_s	Varianz der Signalstörungsvariable η_i des Unternehmens i beim Signalempfang
v_i	Informationsaustauschverhalten des Unternehmens i ($v_i \in \{N, R\}$)
Var	Varianzoperator
$\mathbf{y}$	Vektor der gestörten Signale der beiden Unternehmen $\left(\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \end{pmatrix}'\right)$
y_i	gestörtes Signal, das Unternehmen i als private Information über die Abweichung τ_i des wahren Ordinatenabschnitts der Nachfrage vom Erfahrungswert erhält ($y_i = \tau_i + \eta_i$)
$\hat{y}_i$	von Unternehmen i ausgesendetes (gestörtes) Signal ($\hat{y}_i = y_i + \xi_i$)
$\hat{\mathbf{y}}$	Vektor der von den beiden Unternehmen ausgesendeten (gestörten) Signale $\left(\hat{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} \hat{y}_1 & \hat{y}_2 \end{pmatrix}'\right)$
$\mathbf{z_i}$	Informationsstand des Unternehmens i $\left(\mathbf{z_i} = \begin{pmatrix} y_i & \hat{y}_i & \hat{y}_j \end{pmatrix}'\right)$
α_S	Nutzenparameter im Anhang A.2.1
$\alpha_i(\tau_i)$	Funktion der Abweichung τ_i des wahren Ordinatenabschnitts der Nachfrage vom Erfahrungswert
β_S	Nutzenparameter im Anhang A.2.1
β_n	Parameter
β_s	Parameter
γ	Parameter
γ_S	Nutzenparameter im Anhang A.2.1
$\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RN/NN}$	Differenz der erwarteten Gewinne des Unternehmens i, wenn Unternehmen j keine Informationen austauscht (N)

$\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NR}$	Differenz der erwarteten Gewinne des Unternehmens i, wenn Unternehmen j seine Informationen offenbart (R)
$\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NN}$	Differenz der erwarteten Gewinne, wenn entweder beide Unternehmen ihre Informationen vollständig austauschen (RR) oder nicht (NN)
δ	Parameter $(\delta > 0)$
ϵ	Parameter $(\epsilon \in (-\delta; \delta])$
$\boldsymbol{\eta}$	Vektor der Signalstörungsvariablen der beiden Unternehmen beim Signalempfang $\left(\boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} \eta_1 & \eta_2 \end{pmatrix}'\right)$
η_i	Signalstörungsvariable des Unternehmens i beim Signalempfang (normalverteilt, Erwartungswert $\mathrm{E}\left(\eta_i\right) = 0$, Varianz $\mathrm{Var}\left(\eta_i\right) = u_s \geq 0$, Kovarianzen $\mathrm{Cov}\left(\eta_i; \eta_j\right) = u_n \in [0; u_s]$
λ	Lagrange-Parameter
π_{Si}	Gewinn des Unternehmens i im Anhang A.2.1
$\pi_i^{v_i v_j}$	Gewinn des Unternehmen i, wenn i das Informationsaustauschverhalten $v_i \in \{N, R\}$ und j das Verhalten $v_j \in \{N, R\}$ an den Tag legen
$\boldsymbol{\tau}$	Vektor der Abweichungen der wahren Ordinatenabschnitte τ_i der Nachfragen der beiden Unternehmen von den Erfahrungswerten $\left(\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 & \tau_2 \end{pmatrix}'\right)$
τ_i	Abweichung des wahren Ordinatenabschnitts der Nachfrage des Unternehmens i vom Erfahrungswert (normalverteilt, Erwartungswert $\mathrm{E}\left(\tau_i\right) = 0$, Varianz $\mathrm{Var}\left(\tau_i\right) = t_s > 0$, Kovarianz $\mathrm{Cov}\left(\tau_i\right) = t_n \in [0; t_s])$
$\boldsymbol{\xi}$	Vektor der von den beiden Unternehmen ausgesandten Störvariablen $\left(\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_1 & \xi_2 \end{pmatrix}'\right)$
ξ_i	vom Unternehmen i ausgesandte Störvariable (normalverteilt, Erwartungswert $\mathrm{E}\left(\xi_i\right) = 0$, Varianz $\mathrm{Var}\left(\xi_i\right) = r_i$, Kovarianz $\mathrm{Cov}\ \left(\xi_i; \xi_j\right) = 0$, Varianz-Kovarianzmatrix $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}\bigg)\bigg)$

$\mathbb{R}$	reelle Zahlen
$\circ'$	transponierter Vektor $\circ$
$\circ^*$	Wert der Variable $\circ$ im Nash-Gleichgewicht
$(\circ)^{-1}$	Inverse der Matrix $(\circ)$

A.2 Berechnungen und Beweise

A.2.1 Spezifikationen der verwendeten Gewinnfunktion

Die verwendete Gewinnfunktion (1) umfaßt für den hier betrachteten Fall der Nachfrageunsicherheit beliebige Modellierungen mit linearer Nachfrage sowie linearen oder quadratischen Kosten im Fall des Mengenwettbewerbs und mit linearer Nachfrage sowie linearen Kosten für den Fall des Preiswettbewerbs. Dies läßt sich anhand der folgenden Spezifikationen für den allgemeinen Fall eines heterogenen Duopols nachvollziehen:[11]

1. Herleitung der linearen Nachfragefunktionen

   Eine allgemeine lineare Nachfragefunktion resultiert aus einer quadratischen Spezifikation der Nutzenfunktion:

$$\begin{aligned} U_S\left(q_{S0}, q_{Si}, q_{Sj}\right) &= q_{S0} + \alpha_S\left(q_{Si} + q_{Sj}\right) \\ &\quad -\frac{1}{2}\left(\beta q_{Si}^2 + 2\gamma_S q_{Si} q_{Sj} + \beta_S q_{Sj}^2\right) \end{aligned} \tag{A.1}$$

   Dabei stellen α_S, β_S und γ_S Parameter mit den Eigenschaften $\alpha_S, \beta_S > 0$ und $\beta_S \geq |\gamma_S|$ dar. q_{S0} steht für die konsumierte Menge des Numéraire-Gutes mit einem auf $p_{S0} = 1$ normierten Preis. q_{Si} und q_{Sj} repräsentieren die Konsummengen der Güter, die die Unternehmen i und j produzieren und zu Preisen von p_{Si} und p_{Sj} verkaufen. Die Nutzenmaximierung unter der Budgetrestriktion

$$E_S = q_{S0} + p_{Si} q_{Si} + p_{Sj} q_{Sj} \tag{A.2}$$

   führt zu folgender Lagrangefunktion:

$$\begin{aligned} \mathscr{L} &= q_{S0} + \alpha_S\left(q_{Si} + q_{Sj}\right) - \frac{1}{2}\left(\beta_S q_{Si}^2 + 2\gamma_S q_{Si} q_{Sj} + \beta_S q_{Sj}^2\right) \\ &\quad +\lambda\left(E_S - q_{S0} + p_{Si} q_{Si} + p_{Sj} q_{Sj}\right) \end{aligned} \tag{A.3}$$

[11] Um die in der Industrieökonomik üblichen Parameter- und Variablenbezeichnungen verwenden zu können und nicht in Konflikt mit den in diesem Modell bereits vergebenen Symbolen zu kommen, ist allen Parametern und Variablen in diesem Abschnitt ein zusätzlicher Index S (für „Spezifikation") angefügt.

Die Bedingungen 1. Ordnung für ein Nutzenmaximum lauten:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_{S0}} = 1 - \lambda \stackrel{!}{=} 0 \tag{A.4}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_{Si}} = \alpha_S - \beta_S q_{Si} - \gamma_S q_{Sj} - \lambda p_{Si} \stackrel{!}{=} 0 \tag{A.5}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_{Sj}} = \alpha_S - \gamma_S q_{Si} - \beta_S q_{Sj} - \lambda p_{Sj} \stackrel{!}{=} 0 \tag{A.6}$$

Aus den Gleichungen (A.5) und (A.6) unter Berücksichtigung von $\lambda = 1$ aus (A.4) folgt:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} p_{Si} \\ p_{Sj} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha_S \\ \alpha_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \beta_S & \gamma_S \\ \gamma_S & \beta_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{Si} \\ q_{Sj} \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} q_{Si} \\ q_{Sj} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \beta_S & \gamma_S \\ \gamma_S & \beta_S \end{pmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} \alpha_S \\ \alpha_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_{Si} \\ p_{Sj} \end{pmatrix} \right] \\
&= \frac{1}{\beta_S^2 - \gamma_S^2} \begin{pmatrix} \beta_S & -\gamma_S \\ -\gamma_S & \beta_S \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \alpha_S \\ \alpha_S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_{Si} \\ p_{Sj} \end{pmatrix} \right] \qquad \text{(A.7)}
\end{aligned}$$

Damit ergeben sich als Nachfragefunktionen der beiden Unternehmen i und j:

$$q_{Si} = \underbrace{\frac{\beta_S - \gamma_S}{\beta_S^2 - \gamma_S^2}}_{=:a_S} \alpha_S - \underbrace{\frac{\beta_S}{\beta_S^2 - \gamma_S^2}}_{=:b_S} p_{Si} + \underbrace{\frac{\gamma_S}{\beta_S^2 - \gamma_S^2}}_{=:d_S} p_{Sj} \tag{A.8}$$

$$q_{Sj} = \underbrace{\frac{\beta_S - \gamma_S}{\beta_S^2 - \gamma_S^2}}_{=:a_S} \alpha_S - \underbrace{\frac{\beta_S}{\beta_S^2 - \gamma_S^2}}_{=:b_S} p_{Sj} + \underbrace{\frac{\gamma_S}{\beta_S^2 - \gamma_S^2}}_{=:d_S} p_{Si} \tag{A.9}$$

Aufgrund der obigen Annahmen über die Parameter der Nutzenfunktion (A.1) gelten $a_S, b_S \geq 0$ und $b_S \geq d$. Die Unternehmen kennen die Nachfragefunktionen jedoch nicht genau. Die herrschende Nachfrageunsicherheit über den Ordinatenabschnitt a_S sei durch die Abweichung u_{Si} repräsentiert. Damit gilt:

$$q_{Si} = a_S + u_{Si} - b_S p_{Si} + d_S p_{Sj} \tag{A.10}$$

$$q_{Sj} = a_S + u_{Sj} - b_S p_{Sj} + d_S p_{Si} \tag{A.11}$$

2. Mengenwettbewerb

Aus (A.10) und (A.11) ergeben sich:

$$p_{Si} = \frac{a_S + u_{Si} + d_S p_{Sj} - q_{Si}}{b_S} \tag{A.12}$$

$$p_{Sj} = \frac{a_S + u_{Sj} + d_S p_{Si} - q_{Sj}}{b_S} \tag{A.13}$$

Mit Hilfe der Gleichungen (A.12) und (A.13) läßt sich die inverse Nachfrage des Unternehmens i bestimmen (für Unternehmen j analog):

$$\begin{aligned}
p_{Si} &= \frac{a_S + u_{Si} + d_S \frac{a_S + u_{Sj} + d_S p_{Si} - q_{Sj}}{b_S} - q_{Si}}{b_S} \\
&= \frac{a_S b_S + b_S u_{Si} + a_S d_S + d_S u_{Sj}}{b_S^2} \\
&\quad + \frac{d_S^2 p_{Si} - d_S q_{Sj} - b_S q_{Si}}{b_S^2} \\
\left(1 - \frac{d_S^2}{b_S^2}\right) p_{Si} &= \frac{a_S (b_S + d_S) + b_S u_{Si} + d_S u_{Sj} - b_S q_{Si} - d_S q_{Sj}}{b_S^2} \\
p_{Si} &= \frac{a_S (b_S + d_S) + b_S u_{Si} + d_S u_{Sj} - b_S q_{Si} - d_S q_{Sj}}{b_S^2 - d_S^2} && \text{(A.14)}
\end{aligned}$$

- Mengenwettbewerb mit linearen Kosten

  In der Kombination der inversen Nachfrage- (A.14) mit einer linearen Kostenfunktion $c_{Si} q_{Si} + f_{Si}$, wobei f_{Si} die Fixkosten darstellt, erhält man als zu maximierende Gewinnfunktion des Unternehmens i:

$$\begin{aligned}
\pi_{Si} &= (p_{Si} - c_{Si}) q_{Si} - f_{Si} \\
&= \frac{1}{b_S^2 - d_S^2} \left[a_S (b_S + d_S) + b_S u_{Si} + d_S u_{Sj} \right. \\
&\quad \left. - b_S q_{Si} - d_S q_{Sj} - \left(b_S^2 - d_S^2\right) c_{Si}\right] q_{Si} - f_{Si} && \text{(A.15)}
\end{aligned}$$

  Damit ergeben sich folgende Entsprechungen mit der allgemeinen Gewinnfunktion (1): $s_i = q_{Si}$, $s_j = q_{Sj}$, $\tau_i = u_{Si}$, $\alpha_i(\tau_i) = -f_{Si}$, $\beta_n = 0$, $\beta_s = \frac{a_S(b_S + d_S) + d_S u_{Sj} - \left(b_S^2 - d_S^2\right) c_{Si}}{b_S^2 - d_S^2}$, $\gamma = \delta = \frac{b_S}{b_S^2 - d_S^2}$, $\epsilon = \frac{d_S}{b_S^2 - d_S^2}$.

- Mengenwettbewerb mit quadratischen Kosten

  Wenn man eine allgemeine quadratische Kostenfunktion der Form $g_{Si}q_{Si}^2 + h_{Si}q_{Si} + f_{Si}$ sowie die inverse Nachfragefunktion (A.14) verwendet, erhält man als zu maximierende Gewinnfunktion des Unternehmens i:

$$\begin{aligned}\pi_{Si} &= p_{Si}q_{Si} - \left(g_{Si}q_{Si}^2 + h_{Si}q_{Si} + f_{Si}\right) \\ &= \frac{1}{b_S^2 - d_S^2}\left[a_S\left(b_S + d_S\right) + b_S u_{Si} + d_S u_{Sj}\right. \\ &\quad \left. - b_S q_{Si} - d_S q_{Sj}\right] q_{Si} - g_{Si}q_{Si}^2 - h_{Si}q_{Si} - f_{Si} \qquad \text{(A.16)}\end{aligned}$$

  In diesem Fall ergeben sich als Entsprechungen mit der allgemeinen Gewinnfunktion (1) $s_i = q_{Si}$, $s_j = q_{Sj}$, $\tau_i = u_{Si}$, $\alpha_i\left(\tau_i\right) = -f_{Si}$, $\beta_n = 0$, $\beta_s = \frac{a_S(b_S+d_S)+d_S u_{Sj} - \left(b_S^2 - d_S^2\right)h_{Si}}{b_S^2 - d_S^2}$, $\gamma = \frac{b_S}{b_S^2-d_S^2}$, $\epsilon = \frac{d_S}{b_S^2-d_S^2}$ und $\delta = \frac{b_S + \left(b_S^2 - d_S^2\right)g_{Si}}{b_S^2-d_S^2}$.

3. Preiswettbewerb mit linearen Kosten

   Mit Hilfe der Nachfragefunktion (A.10) und linearen Kosten $c_{Si}q_{Si} + f_{Si}$ erhält man als zu maximierende Gewinnfunktion des Unternehmens i:

$$\begin{aligned}\pi_{Si} &= \left(p_{Si} - c_{Si}\right) q_{Si} - f_{Si} \\ &= \left(p_{Si} - c_{Si}\right)\left(a_S + u_{Si} - b_S p_{Si} + d_S p_{Sj}\right) - f_{Si} \qquad \text{(A.17)}\end{aligned}$$

   Die Entsprechungen mit der allgemeinen Gewinnfunktion (1) ergeben sich als: $s_i = p_{Si}$, $s_j = p_{Sj}$, $\tau_i = u_{Si}$, $\alpha\left(\tau_i\right) = -c_{Si}\left(a_S + u_{Si}\right) - f_{Si}$, $\beta_n = -d_S c_{Si}$, $\beta_s = a_S + b_S c_{Si}$, $\gamma = 1$, $\epsilon = -d_S$ und $\delta = b_S$.

A.2.2 Bedingter Erwartungswert $\mathbf{E}\left(\tau_i \left|\mathbf{z_i}\right.\right)$

Da die Vektoren $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\eta}$ und $\boldsymbol{\xi}$ annahmegemäß voneinander unabhängig sind, ergeben sich die Varianz-Kovarianz-Matrizen $\text{Var}\left(\boldsymbol{\tau}\right) = \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}; \mathbf{y}\right) = \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}; \hat{\mathbf{y}}\right) = \mathbf{T}$, $\text{Var}\left(\mathbf{y}\right) = \text{Cov}\left(\mathbf{y}; \hat{\mathbf{y}}\right) = \mathbf{P}$ und $\text{Var}\left(\hat{\mathbf{y}}\right) = \mathbf{Q}$. Damit lautet die Varianz-Kovarianz-

Matrix:

$$\operatorname{Cov}\begin{pmatrix}\tau_i\\ y_i\\ \hat{y}_i\\ \hat{y}_j\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\operatorname{Var}(\tau_i) & \operatorname{Cov}(\tau_i;y_i) & \operatorname{Cov}(\tau_i;\hat{y}_i) & \operatorname{Cov}(\tau_i;\hat{y}_j)\\ \operatorname{Cov}(y_i;\tau_i) & \operatorname{Var}(y_i) & \operatorname{Cov}(y_i;\hat{y}_i) & \operatorname{Cov}(y_i;\hat{y}_j)\\ \operatorname{Cov}(\hat{y}_i;\tau_i) & \operatorname{Cov}(\hat{y}_i;y_i) & \operatorname{Var}(\hat{y}_i) & \operatorname{Cov}(\hat{y}_i;\hat{y}_j)\\ \operatorname{Cov}(\hat{y}_j;\tau_i) & \operatorname{Cov}(\hat{y}_j;y_i) & \operatorname{Cov}(\hat{y}_j;\hat{y}_i) & \operatorname{Var}(\hat{y}_j)\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} t_s & t_s & t_s & t_n\\ t_s & t_s+u_s & t_s+u_s & t_n+u_n\\ t_s & t_s+u_s & t_s+u_s+r_i & t_n+u_n+0\\ t_n & t_n+u_n & t_n+u_n+0 & t_s+u_s+r_j\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} t_s & t_s & t_s & t_n\\ t_s & p_s & p_s & p_n\\ t_s & p_s & q_i & p_n\\ t_n & p_n & p_n & q_j\end{pmatrix} \tag{A.18}$$

Unter Verwendung von Satz 4.1/4 von *Schönfeld* (1969, S. 98) erhält man:

$$\operatorname{E}\left[\tau_i \,\middle|\, \begin{pmatrix} y_i\\ \hat{y}_i\\ \hat{y}_j\end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} t_s & t_s & t_n\end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n\\ p_s & q_i & p_n\\ p_n & p_n & q_j\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} y_i\\ \hat{y}_i\\ \hat{y}_j\end{pmatrix} \tag{A.19}$$

Die inverse Matrix $\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n\\ p_s & q_i & p_n\\ p_n & p_n & q_j\end{pmatrix}^{-1}$ berechnet sich folgendermaßen:

- Determinante der Matrix:

$$\begin{aligned}\det\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n\\ p_s & q_i & p_n\\ p_n & p_n & q_j\end{pmatrix} &= p_s\left(q_iq_j - p_n^2 - p_sq_j + p_n^2\right) - p_n\left(p_nq_i - p_sp_n\right)\\ &= p_sq_j\left(q_i - p_s\right) - p_n\left(p_nq_i - p_sp_n\right)\\ &= p_sq_jr_i - p_n^2\left(q_i - p_s\right)\\ &= p_sq_jr_i - p_n^2r_i\\ &= r_i\left(p_sq_j - p_n^2\right)\end{aligned} \tag{A.20}$$

- Matrix der Kofaktoren:

$$
\begin{aligned}
\operatorname{adj}\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n \\ p_s & q_i & p_n \\ p_n & p_n & q_j \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} q_iq_j - p_n^2 & -p_sq_j + p_n^2 & p_sp_n - p_nq_i \\ -p_sq_j + p_n^2 & p_sq_j - p_n^2 & 0 \\ p_sp_n - p_nq_i & 0 & p_sq_i - p_s^2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} q_iq_j - p_n^2 & -p_sq_j + p_n^2 & p_n\left(p_s - q_i\right) \\ -p_sq_j + p_n^2 & p_sq_j - p_n^2 & 0 \\ p_n\left(p_s - q_i\right) & 0 & p_s\left(q_i - p_s\right) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} q_iq_j - p_n^2 & -p_sq_j + p_n^2 & -p_nr_i \\ -p_sq_j + p_n^2 & p_sq_j - p_n^2 & 0 \\ -p_nr_i & 0 & p_sr_i \end{pmatrix} \qquad \text{(A.21)}
\end{aligned}
$$

- Inverse:

$$
\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n \\ p_s & q_i & p_n \\ p_n & p_n & q_j \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n \\ p_s & q_i & p_n \\ p_n & p_n & q_j \end{pmatrix}} \operatorname{adj}\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n \\ p_s & q_i & p_n \\ p_n & p_n & q_j \end{pmatrix} \qquad \text{(A.22)}
$$

Damit ergibt sich der bedingte Erwartungswert (A.19) als:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\tau_i \middle| \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix}\right] &= \frac{1}{r_i\left(p_sq_j - p_n^2\right)} \begin{pmatrix} t_s & t_s & t_n \end{pmatrix} \\
&\quad \cdot \begin{pmatrix} q_iq_j - p_n^2 & -p_sq_j + p_n^2 & -p_nr_i \\ -p_sq_j + p_n^2 & p_sq_j - p_n^2 & 0 \\ -p_nr_i & 0 & p_sr_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix} \\
&= \frac{\begin{pmatrix} t_s\left(q_iq_j - p_n^2 - p_sq_j + p_n^2\right) - t_np_nr_i \\ t_s\left(-p_sq_j + p_n^2 + p_sq_j - p_n^2\right) \\ -t_sp_nr_i + t_np_sr_i \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix}}{r_i\left(p_sq_j - p_n^2\right)} \\
&= \frac{1}{r_i\left(p_sq_j - p_n^2\right)} \left\{\left[t_sq_j\left(q_i - p_s\right) - t_np_nr_i\right] y_i + 0\hat{y}_i \right. \\
&\quad \left. - \, r_i\left(t_sp_n - t_np_s\right)\hat{y}_j\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{r_i\left(t_s q_j - t_n p_n\right)}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} y_i - \frac{r_i\left(t_s p_n - t_n p_s\right)}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} \hat{y}_j \\
&= \underbrace{\frac{t_s q_j - t_n p_n}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:g_i} y_i - \underbrace{\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:\hat{g}_{ij}} \hat{y}_j \qquad \text{(A.23)}
\end{aligned}
$$

A.2.3 Bedingter Erwartungswert E $\left(y_j \left| \mathbf{z_i} \right.\right)$

Auf zur Berechnung von E $\left(\tau_i \left| \mathbf{z_i} \right.\right)$ (vgl. Anhang A.2.2) analoge Weise läßt sich der bedingte Erwartungswert E $\left(y_j | \mathbf{z_i}\right)$ bestimmen: Da die Vektoren $\mathbf{y}$ und $\boldsymbol{\xi}$ annahmegemäß voneinander unabhängig sind, ergeben sich die Varianz-Kovarianz-Matrizen Var $(\mathbf{y})$ = Cov $(\mathbf{y}; \hat{\mathbf{y}}) = \mathbf{P}$ und Var $(\hat{\mathbf{y}}) = \mathbf{Q}$. Damit lautet die Varianz-Kovarianz- Matrix:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Cov}\begin{pmatrix} y_j \\ y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathrm{Var}\left(y_j\right) & \mathrm{Cov}\left(y_j; y_i\right) & \mathrm{Cov}\left(y_j; \hat{y}_i\right) & \mathrm{Cov}\left(y_j; \hat{y}_j\right) \\ \mathrm{Cov}\left(y_i; y_j\right) & \mathrm{Var}\left(y_i\right) & \mathrm{Cov}\left(y_i; \hat{y}_i\right) & \mathrm{Cov}\left(y_i; \hat{y}_j\right) \\ \mathrm{Cov}\left(\hat{y}_i; y_j\right) & \mathrm{Cov}\left(\hat{y}_i; y_i\right) & \mathrm{Var}\left(\hat{y}_i\right) & \mathrm{Cov}\left(\hat{y}_i; \hat{y}_j\right) \\ \mathrm{Cov}\left(\hat{y}_j; y_j\right) & \mathrm{Cov}\left(\hat{y}_j; y_i\right) & \mathrm{Cov}\left(\hat{y}_j; \hat{y}_i\right) & \mathrm{Var}\left(\hat{y}_j\right) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} t_s + u_s & t_n + u_n & t_n + u_n & t_s + u_s \\ t_n + u_n & t_s + u_s & t_s + u_s & t_n + u_n \\ t_n + u_n & t_s + u_s & t_s + u_s + r_i & t_n + u_n + 0 \\ t_s + u_s & t_n + u_n & t_n + u_n + 0 & t_s + u_s + r_j \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} p_s & p_n & p_n & p_s \\ p_n & p_s & p_s & p_n \\ p_n & p_s & q_i & p_n \\ p_s & p_n & p_n & q_j \end{pmatrix} \qquad \text{(A.24)}
\end{aligned}
$$

Unter Verwendung von Satz 4.1/4 von *Schönfeld* (1969, S. 98) erhält man:

$$
\mathrm{E}\left[y_j \middle| \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} p_n & p_n & p_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n \\ p_s & q_i & p_n \\ p_n & p_n & q_j \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix} \qquad \text{(A.25)}
$$

Mit der oben in den Gleichungen (A.20) - (A.22) berechneten inversen Matrix $\begin{pmatrix} p_s & p_s & p_n \\ p_s & q_i & p_n \\ p_n & p_n & q_j \end{pmatrix}^{-1}$ ergibt sich der bedingte Erwartungswert (A.25) als:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[y_j \middle| \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix} \right] &= \frac{1}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} \begin{pmatrix} p_n & p_n & p_s \end{pmatrix} \\
&\quad \cdot \begin{pmatrix} q_i q_j - p_n^2 & -p_s q_j + p_n^2 & -p_n r_i \\ -p_s q_j + p_n^2 & p_s q_j - p_n^2 & 0 \\ -p_n r_i & 0 & p_s r_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix} \\
&= \frac{\begin{pmatrix} p_n\left(q_i q_j - p_n^2 - p_s q_j + p_n^2\right) - p_s p_n r_i \\ p_n\left(-p_s q_j + p_n^2 + p_s q_j - p_n^2\right) \\ -p_n^2 r_i + p_s^2 r_i \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} y_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{y}_j \end{pmatrix}}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} \\
&= \frac{1}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} \left\{ \left\{ p_n\left[q_j\left(q_i - p_s\right) - p_s r_i\right]\right\} y_i + 0 \hat{y}_i \right. \\
&\quad \left. - r_i\left(p_n^2 - p_s^2\right) \hat{y}_j \right\} \\
&= \frac{p_n r_i r_j}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} y_i - \frac{r_i\left(p_n^2 - p_s^2\right)}{r_i\left(p_s q_j - p_n^2\right)} \hat{y}_j \\
&= \underbrace{\frac{p_n r_j}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:h_i} y_i - \underbrace{\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j - p_n^2}}_{=:\hat{h}_{ij}} \hat{y}_j \qquad \text{(A.26)}
\end{aligned}
$$

A.2.4 Parameter der Gleichgewichtsstrategie

Aus Gleichung (11) ergeben sich die vier Parameter a_i, b_i, c_{ii} und c_{ij} als:

$$
\begin{aligned}
a_i &= \frac{1}{2\delta}\left(\beta_s - \epsilon a_j\right) \\
&= \frac{1}{2\delta}\left[\beta_s - \frac{\epsilon}{2\delta}\left(\beta_s - \epsilon a_i\right)\right] \\
a_i\left(1 - \frac{\epsilon^2}{4\delta^2}\right) &= \frac{1}{2\delta}\left(1 - \frac{\epsilon}{2\delta}\right)\beta_s \\
\left(1 + \frac{\epsilon}{2\delta}\right) a_i &= \frac{1}{2\delta}\beta_s
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\frac{2\delta+\epsilon}{2\delta}a_i &= \frac{1}{2\delta}\beta_s \\
a_i &= \frac{1}{2\delta+\epsilon}\beta_s
\end{aligned} \tag{A.27}$$

$$\begin{aligned}
b_i &= \frac{1}{2\delta}\left(\gamma g_i - \epsilon b_j h_i\right) \\
&= \frac{1}{2\delta}\left[\gamma g_i - \frac{\epsilon}{2\delta}\left(\gamma g_j - \epsilon b_i h_j\right) h_i\right] \\
b_i\left(1 - \frac{\epsilon^2}{4\delta^2}h_i h_j\right) &= \frac{1}{2\delta}\left(\gamma g_i - \frac{\epsilon}{2\delta}\gamma g_j h_i\right) \\
\frac{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}{4\delta^2}b_i &= \gamma\frac{1}{2\delta}\left(g_i - \frac{\epsilon}{2\delta}g_j h_i\right) \\
b_i &= \gamma\left(\frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}g_i - \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}g_j h_i\right) \\
&= \gamma\frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}\left(2\delta g_i - \epsilon g_j h_i\right)
\end{aligned} \tag{A.28}$$

$$\begin{aligned}
c_{ii} &= -\frac{1}{2\delta}\epsilon c_{ji} \\
&= -\frac{\epsilon}{4\delta^2}\left[\gamma\hat{g}_{ji} - \epsilon\left(c_{ii} + b_i\hat{h}_{ji}\right)\right] \\
c_{ii}\left(1 - \frac{\epsilon^2}{4\delta^2}\right) &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji} - \epsilon b_i\hat{h}_{ji}\right) \\
\frac{4\delta^2 - \epsilon^2}{4\delta^2}c_{ii} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji} - \epsilon b_i\hat{h}_{ji}\right) \\
c_{ii} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji} - \epsilon b_i\hat{h}_{ji}\right) \\
&= -\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2}\left[\gamma\hat{g}_{ji} - \gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}\left(2\delta g_i - \epsilon g_j h_i\right)\hat{h}_{ji}\right] \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2}\left[\hat{g}_{ji} - \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i h_j}\left(2\delta g_i - \epsilon g_j h_i\right)\hat{h}_{ji}\right]
\end{aligned} \tag{A.29}$$

$$\begin{aligned}
c_{ij} &= \frac{1}{2\delta}\left[\gamma\hat{g}_{ij} - \epsilon\left(c_{jj} + b_j\hat{h}_{ij}\right)\right] \\
&= \frac{1}{2\delta}\left[\gamma\hat{g}_{ij} - \epsilon\left(-\frac{1}{2\delta}\epsilon c_{ij} + b_j\hat{h}_{ij}\right)\right] \\
c_{ij}\left(1 - \frac{\epsilon^2}{4\delta^2}\right) &= \frac{1}{2\delta}\left(\gamma\hat{g}_{ij} - \epsilon b_j\hat{h}_{ij}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{4\delta^2-\epsilon^2}{4\delta^2}c_{ij} &= \frac{1}{2\delta}\left(\gamma\hat{g}_{ij}-\epsilon b_j\hat{h}_{ij}\right)\\
c_{ij} &= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ij}-\epsilon b_j\hat{h}_{ij}\right)\\
&= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\gamma\hat{g}_{ij}-\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i h_j}\left(2\delta g_j-\epsilon g_i h_j\right)\hat{h}_{ij}\right]\\
&= \gamma\frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ij}-\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i h_j}\left(2\delta g_j-\epsilon g_i h_j\right)\hat{h}_{ij}\right] \qquad (A.30)
\end{aligned}$$

A.2.5 Erwarteter Gewinn von Unternehmen i

Mit Gleichung (1) resultiert folgender erwarteter Gewinn:

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i,s_j\right)\right] &= \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right]+\mathrm{E}\left(\beta_n s_j\right)\\
&\quad +\mathrm{E}_{\,y_i,\hat{y}_i,\hat{y}_j}\left\{\mathrm{E}\left[\left(\beta_s+\gamma\tau_i-\epsilon s_j-\delta s_i\right)\left|\mathbf{z_i}\right.\right]s_i\right\} \qquad (A.31)
\end{aligned}$$

Der zweite Ausdruck in (A.31) läßt sich bestimmen als:

$$\mathrm{E}\left(\beta_n s_j\right)=\mathrm{E}\left[\beta_n\left(a_j+b_j y_j+c_{ji}\hat{y}_i+c_{jj}\hat{y}_j\right)\right] \qquad (A.32)$$

Wegen $\mathrm{E}\left(y_j\right)=\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)=\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)=0$ gilt:

$$\mathrm{E}\left(\beta_n s_j\right)=\beta_n a_j \qquad (A.33)$$

Nun zum dritten Ausdruck des erwarteten Gewinns (A.31): Aufgrund der Gleichung für die Gleichgewichtsstrategie (3)

$$s_i=\frac{\beta_s+\gamma\mathrm{E}\left(\tau_i\left|\mathbf{z_i}\right.\right)-\epsilon\mathrm{E}\left(s_j\left|\mathbf{z_i}\right.\right)}{2\delta}$$

und damit

$$2\delta s_i=\beta_s+\gamma\mathrm{E}\left(\tau_i\left|\mathbf{z_i}\right.\right)-\epsilon\mathrm{E}\left(s_j\left|\mathbf{z_i}\right.\right)$$

gilt:

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\left[\left(\beta_s + \gamma\tau_i - \epsilon s_j - \delta s_i\right)|\mathbf{z_i}\right] &= 2\delta s_i - \delta s_i \\ &= \delta s_i \end{aligned} \tag{A.34}$$

Damit folgt unter Berücksichtigung des Verschiebungssatzes von Steiner (vgl. z.B. *Hartung* 1998, S. 117) für den dritten Ausdruck in Gleichung (A.31):

$$\begin{aligned} \mathrm{E}_{y_i,\hat{y}_i,\hat{y}_j}\left\{\mathrm{E}\left[\left(\beta_s + \gamma\tau_i - \epsilon s_j - \delta s_i\right)|\mathbf{z_i}\right] s_i\right\} &= \mathrm{E}\left(\delta s_i^2\right) \\ &= \delta \mathrm{E}\left(s_i^2\right) \\ &= \delta\left\{\left[\mathrm{E}\left(s_i\right)\right]^2 + \mathrm{Var}\left(s_i\right)\right\} \\ &= \delta\left[a_i^2 + \mathrm{Var}\left(s_i\right)\right] \end{aligned} \tag{A.35}$$

Durch Einsetzen der die Gleichungen (A.33) und (A.35) in (A.31) erhält man für den erwarteten Gewinn von Unternehmen i folgenden Ausdruck:

$$\mathrm{E}\left[\pi_i\left(s_i, s_j\right)\right] = \mathrm{E}\left[\alpha_i\left(\tau_i\right)\right] + \beta_n a_j + \delta\left[a_i^2 + \mathrm{Var}\left(s_i\right)\right] \tag{A.36}$$

A.2.6 Parameter der Gleichgewichtsstrategien in den einzelnen Informationsaustauschregimes im allgemeinen Fall

Im folgenden sollen für die vier Regime RR, RN, NR und NN die für die Gleichgewichtsstrategie relevanten Parameter berechnet werden. Zwei Überlegungen gelten grundsätzlich:

- Wenn die Varianz r_i der vom Unternehmen i ausgesandten Störvariable ξ_i den Wert Null annimmt, wird die private Information absolut unverzerrt preisgegeben. Da dann beide Konkurrenten denselben Informationsstand besitzen, entspricht diese Situation dem Fall vollständigen Informationsaustausches. $r_i^R = r_j^R = 0$ impliziert $q_i^R = q_j^R = p_s$.

- Der Fall, daß ein Unternehmen i keine Informationen austauscht, läßt sich dadurch abbilden, daß man eine unendlich hohe Varianz r_i der ausgesandten Störvariablen ξ_i unterstellt, weil dann, wie oben dargestellt, dem Signal kein verwertbarer Informationsgehalt mehr innewohnt. „Kein Informationsaustausch“ bedeutet also $r_i^N = r_j^N = \infty$.

Für g_i und g_j aus Gleichung (7) gilt:

$$\begin{aligned} g_i^{RR} = g_i^{NR} &= \frac{t_s q_j^R - t_n p_n}{p_s q_j^R - p_n^2} \\ &= \frac{t_s \left(p_s + r_j^R\right) - t_n p_n}{p_s \left(p_s + r_j^R\right) - p_n^2} \\ &= \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} \end{aligned} \tag{A.37}$$

$$\begin{aligned} g_i^{RN} = g_i^{NN} &= \frac{t_s q_j^N - t_n p_n}{p_s q_j^N - p_n^2} \\ &= \frac{t_s \left(p_s + r_j^N\right) - t_n p_n}{p_s \left(p_s + r_j^N\right) - p_n^2} \\ &= \frac{t_s}{p_s} \end{aligned} \tag{A.38}$$

$$\begin{aligned} g_j^{RR} = g_j^{NR} &= \frac{t_s q_i^R - t_n p_n}{p_s q_i^R - p_n^2} \\ &= \frac{t_s \left(p_s + r_i^R\right) - t_n p_n}{p_s \left(p_s + r_i^R\right) - p_n^2} \\ &= \frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} \end{aligned} \tag{A.39}$$

$$\begin{aligned} g_j^{RN} = g_j^{NN} &= \frac{t_s q_i^N - t_n p_n}{p_s q_i^N - p_n^2} \\ &= \frac{t_s \left(p_s + r_i^N\right) - t_n p_n}{p_s \left(p_s + r_i^N\right) - p_n^2} \\ &= \frac{t_s}{p_s} \end{aligned} \tag{A.40}$$

Dabei wurde in (A.38) und (A.40) die Regel von de l'Hospital angewandt. Für die Parameter $\hat{g}_{ij}$ und $\hat{g_{ji}}$ aus Gleichung (7) gilt:

$$\begin{aligned} \hat{g}_{ij}^{RR}=\hat{g}_{ij}^{NR} &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j^R - p_n^2} \\ &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s\left(p_s + r_j^R\right) - p_n^2} \\ &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s^2 - p_n^2} \end{aligned} \tag{A.41}$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_{ij}^{RN}=\hat{g}_{ij}^{NN} &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_j^N - p_n^2} \\ &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s\left(p_s + r_j^N\right) - p_n^2} = 0 \end{aligned} \tag{A.42}$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_{ji}^{RR}=\hat{g}_{ji}^{NR} &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_i^R - p_n^2} \\ &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s\left(p_s + r_i^R\right) - p_n^2} \\ &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s^2 - p_n^2} \end{aligned} \tag{A.43}$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_{ji}^{RN}=\hat{g}_{ji}^{NN} &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s q_i^N - p_n^2} \\ &= -\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s\left(p_s + r_i^N\right) - p_n^2} = 0 \end{aligned} \tag{A.44}$$

Für die Parameter h_i und h_j aus Gleichung (8) gilt:

$$\begin{aligned} h_i^{RR}=h_i^{NR} &= \frac{p_n r_j^R}{p_s q_j^R - p_n^2} \\ &= \frac{p_n r_j^R}{p_s\left(p_s + r_j^R\right) - p_n^2} = 0 \end{aligned} \tag{A.45}$$

$$
\begin{aligned}
h_i^{RN} = h_i^{NN} &= \frac{p_n r_j^N}{p_s q_j^N - p_n^2} \\
&= \frac{p_n r_j^N}{p_s \left(p_s + r_j^N\right) - p_n^2} \\
&= \frac{p_n}{p_s}
\end{aligned} \tag{A.46}
$$

$$
\begin{aligned}
h_j^{RR} = h_j^{NR} &= \frac{p_n r_i^R}{p_s q_i^R - p_n^2} \\
&= \frac{p_n r_i^R}{p_s \left(p_s + r_i^R\right) - p_n^2} = 0
\end{aligned} \tag{A.47}
$$

$$
\begin{aligned}
h_j^{RN} = h_j^{NN} &= \frac{p_n r_i^N}{p_s q_i^N - p_n^2} \\
&= \frac{p_n r_i^N}{p_s \left(p_s + r_i^N\right) - p_n^2} \\
&= \frac{p_n}{p_s}
\end{aligned} \tag{A.48}
$$

Dabei wurde in (A.46) und (A.48) die Regel von de l'Hospital angewandt. Für die Parameter $\hat{h}_{ij}$ und $\hat{h}_{ji}$ aus Gleichung (8) gilt:

$$
\begin{aligned}
\hat{h}_{ij}^{RR} = \hat{h}_{ij}^{NR} &= -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j^R - p_n^2} \\
&= -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s \left(p_s + r_j^R\right) - p_n^2} \\
&= -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s^2 - p_n^2} = 1
\end{aligned} \tag{A.49}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{h}_{ij}^{RN} = \hat{h}_{ij}^{NN} &= -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_j^N - p_n^2} \\
&= -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s \left(p_s + r_j^N\right) - p_n^2} = 0
\end{aligned} \tag{A.50}
$$

$$\hat{h}_{ji}^{RR} = \hat{h}_{ji}^{NR} = -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_i^R - p_n^2} = -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s\left(p_s + r_i^R\right) - p_n^2} = -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s^2 - p_n^2} = 1 \tag{A.51}$$

$$\hat{h}_{ji}^{RN} = \hat{h}_{ji}^{NN} = -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s q_i^N - p_n^2} = -\frac{p_n^2 - p_s^2}{p_s\left(p_s + r_i^N\right) - p_n^2} = 0 \tag{A.52}$$

Die Tatsache, daß $\hat{g}_{ij}^{RN} = \hat{g}_{ij}^{NN} = \hat{h}_{ij}^{RN} = \hat{h}_{ij}^{NN} = 0$, überrascht nicht, im Gegenteil: Diese Parameter stellen Gewichtungsfaktoren des Unternehmens i bezüglich des Signals des Unternehmens j ($\hat{y}_j$) bei der Erwartungsbildung des Unternehmens i dar (vgl. Gleichungen (7) und (8)). Daher kann Unternehmen i einem Signal des Unternehmens j, das keine verwertbare Information enthält $\left(r_j^N = \infty\right)$, auch keine Bedeutung beimessen. Die analoge Argumentation trifft für Unternehmen j bezüglich $\hat{g}_{ji}^{RN} = \hat{g}_{ji}^{NN} = \hat{h}_{ji}^{RN} = \hat{h}_{ji}^{NN} = 0$ zu.

Mit Hilfe der Parameterwerte (A.37) - (A.52) lassen sich nun die Parameter a_i, b_i, c_{ii} und c_{ij} der jeweiligen Gleichgewichtsstrategien für die vier Informationsaustauschregimes bestimmen. In der Gleichung (12) für den Parameter a_i kommt die Varianz r_i der vom Unternehmen i ausgesandten Störvariablen ξ_i nicht vor. Daher ist sein Wert unabhängig vom Informationsaustauschverhalten und beläuft sich in allen vier Regimes auf:

$$a_i^{RR} = a_i^{RN} = a_i^{NR} = a_i^{NN} = \frac{1}{2\delta + \epsilon}\beta_s \tag{A.53}$$

b_i aus Gleichung (13) berechnet sich zu:

$$b_i^{RR} = \gamma\frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2 h_i^{RR} h_j^{RR}}\left(2\delta g_i^{RR} - \epsilon g_j^{RR} h_i^{RR}\right) = \gamma\frac{1}{4\delta^2}\left(2\delta\frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2}\right) = \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2 - p_n^2} \tag{A.54}$$

$$
\begin{aligned}
b_i^{RN} &= \gamma\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{RN}h_j^{NR}}\left(2\delta g_i^{RN}-\epsilon g_j^{NR}h_i^{RN}\right)\\
&= \gamma\frac{1}{4\delta^2}\left(2\delta\frac{t_s}{p_s}-\epsilon\frac{t_sp_s-t_np_n}{p_s^2-p_n^2}\frac{p_n}{p_s}\right)\\
&= \gamma\frac{1}{4\delta^2}\frac{2\delta t_s\left(p_s^2-p_n^2\right)-\epsilon p_n\left(t_sp_s-t_np_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)} \qquad \text{(A.55)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_i^{NR} &= \gamma\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{NR}h_j^{RN}}\left(2\delta g_i^{NR}-\epsilon g_j^{RN}h_i^{NR}\right)\\
&= \gamma\frac{1}{4\delta^2}\left(2\delta\frac{t_sp_s-t_np_n}{p_s^2-p_n^2}\right)\\
&= \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_sp_s-t_np_n}{p_s^2-p_n^2} \qquad \text{(A.56)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_i^{NN} &= \gamma\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{NN}h_j^{NN}}\left(2\delta g_i^{NN}-\epsilon g_j^{NN}h_i^{NN}\right)\\
&= \gamma\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2\frac{p_n}{p_s}\frac{p_n}{p_s}}\left(2\delta\frac{t_s}{p_s}-\epsilon\frac{t_s}{p_s}\frac{p_n}{p_s}\right)\\
&= \gamma\frac{1}{\frac{4\delta^2p_s^2-\epsilon^2p_n^2}{p_s^2}}\left(2\delta\frac{p_st_s}{p_s^2}-\epsilon\frac{p_nt_s}{p_s^2}\right)\\
&= \gamma\frac{p_s^2}{4\delta^2p_s^2-\epsilon^2p_n^2}\frac{2\delta p_st_s-\epsilon p_nt_s}{p_s^2}\\
&= \gamma\frac{t_s\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)}{4\delta^2p_s^2-\epsilon^2p_n^2}\\
&= \gamma\frac{t_s}{2\delta p_s+\epsilon p_n} \qquad \text{(A.57)}
\end{aligned}
$$

Für c_{ii} aus Gleichung (14) gilt:

$$
\begin{aligned}
c_{ii}^{RR} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji}^{RR}-\epsilon b_i^{RR}\hat{h}_{ji}^{RR}\right)\\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ji}^{RR}-\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2h_i^{RR}h_j^{RR}}\left(2\delta g_i^{RR}-\epsilon g_j^{RR}h_i^{RR}\right)\hat{h}_{ji}^{RR}\right]\\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(-\frac{t_sp_n-t_np_s}{p_s^2-p_n^2}-\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{t_sp_s-t_np_n}{p_s^2-p_n^2}\right)\\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\frac{t_np_s-t_sp_n}{p_s^2-p_n^2}-\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{t_sp_s-t_np_n}{p_s^2-p_n^2}\right)
\end{aligned}
$$

$$= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{1}{p_s^2-p_n^2}\left[t_np_s - t_sp_n - \frac{\epsilon}{2\delta}\left(t_sp_s - t_np_n\right)\right] \tag{A.58}$$

$$\begin{aligned}
c_{ii}^{RN} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji}^{NR} - \epsilon b_i^{RN}\hat{h}_{ji}^{NR}\right) \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ji}^{NR} - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{RN}h_j^{NR}}\left(2\delta g_i^{RN} - \epsilon g_j^{NR}h_i^{RN}\right)\hat{h}_{ji}^{NR}\right] \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[-\frac{t_sp_n - t_np_s}{p_s^2-p_n^2} - \frac{\epsilon}{4\delta^2}\left(2\delta\frac{t_s}{p_s} - \epsilon\frac{t_sp_s - t_np_n}{p_s^2-p_n^2}\frac{p_n}{p_s}\right)\right] \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[-\frac{t_sp_n - t_np_s}{p_s^2-p_n^2} - \frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{2\delta t_s\left(p_s^2-p_n^2\right) - \epsilon p_n\left(t_sp_s - t_np_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)}\right] \\
&= \gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{4\delta^2p_s\left(t_sp_n - t_np_s\right) + 2\delta\epsilon t_s\left(p_s^2-p_n^2\right) - \epsilon^2p_n\left(t_sp_s - t_np_n\right)}{4\delta^2p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)} \\
&= \gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2} \\
&\quad \cdot\frac{4\delta^2p_s\left(t_sp_n - t_np_s\right) + 2\delta\epsilon t_s\left(p_s^2-p_n^2\right) - \epsilon^2p_n\left(t_sp_s - t_np_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)}
\end{aligned} \tag{A.59}$$

$$\begin{aligned}
c_{ii}^{NR} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji}^{RN} - \epsilon b_i^{NR}\hat{h}_{ji}^{RN}\right) \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ji}^{RN}\right. \\
&\quad \left. - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{NR}h_j^{RN}}\left(2\delta g_i^{NR} - \epsilon g_j^{RN}h_i^{NR}\right)\hat{h}_{ji}^{RN}\right] = 0
\end{aligned} \tag{A.60}$$

$$\begin{aligned}
c_{ii}^{NN} &= -\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ji}^{NN} - \epsilon b_i^{NN}\hat{h}_{ji}^{NN}\right) \\
&= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ji}^{NN}\right. \\
&\quad \left. - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{NN}h_j^{NN}}\left(2\delta g_i^{NN} - \epsilon g_j^{NN}h_i^{NN}\right)\hat{h}_{ji}^{NN}\right] = 0
\end{aligned} \tag{A.61}$$

c_{ij} aus Gleichung (15) ergibt sich als:

$$\begin{aligned}
c_{ij}^{RR} &= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma\hat{g}_{ij}^{RR} - \epsilon b_j^{RR}\hat{h}_{ij}^{RR}\right) \\
&= \gamma\frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ij}^{RR} - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{RR}h_j^{RR}}\left(2\delta g_j^{RR} - \epsilon g_i^{RR}h_j^{RR}\right)\hat{h}_{ij}^{RR}\right]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(-\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s^2-p_n^2} - \epsilon\frac{1}{2\delta}\frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2-p_n^2}\right) \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\frac{t_n p_s - t_s p_n}{p_s^2-p_n^2} - \frac{\epsilon}{2\delta}\frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2-p_n^2}\right) \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{1}{p_s^2-p_n^2}\left[t_n p_s - t_s p_n - \frac{\epsilon}{2\delta}\left(t_s p_s - t_n p_n\right)\right] \qquad \text{(A.62)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{RN} &= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma \hat{g}_{ij}^{RN} - \epsilon b_j^{NR}\hat{h}_{ij}^{RN}\right) \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ij}^{RN}\right. \\
&\quad \left. - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{RN}h_j^{NR}}\left(2\delta g_j^{NR} - \epsilon g_i^{RN}h_j^{NR}\right)\hat{h}_{ij}^{RN}\right] = 0 \qquad \text{(A.63)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{NR} &= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma \hat{g}_{ij}^{NR} - \epsilon b_j^{RN}\hat{h}_{ij}^{NR}\right) \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ij}^{NR} - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{NR}h_j^{RN}}\left(2\delta g_j^{RN} - \epsilon g_i^{NR}h_j^{RN}\right)\hat{h}_{ij}^{NR}\right] \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[-\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s^2-p_n^2} - \frac{\epsilon}{4\delta^2}\left(2\delta\frac{t_s}{p_s} - \epsilon\frac{t_s p_s - t_n p_n}{p_s^2-p_n^2}\frac{p_n}{p_s}\right)\right] \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[-\frac{t_s p_n - t_n p_s}{p_s^2-p_n^2} - \frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{2\delta t_s\left(p_s^2-p_n^2\right) - \epsilon p_n\left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)}\right] \\
&= -\gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{4\delta^2 p_s\left(t_s p_n - t_n p_s\right) + 2\delta\epsilon t_s\left(p_s^2-p_n^2\right) - \epsilon^2 p_n\left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{4\delta^2 p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)} \\
&= -\gamma \frac{1}{2\delta}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2} \\
&\quad \cdot \frac{4\delta^2 p_s\left(t_s p_n - t_n p_s\right) + 2\delta\epsilon t_s\left(p_s^2-p_n^2\right) - \epsilon^2 p_n\left(t_s p_s - t_n p_n\right)}{p_s\left(p_s^2-p_n^2\right)} \qquad \text{(A.64)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{NN} &= \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left(\gamma \hat{g}_{ij}^{NN} - \epsilon b_j^{NN}\hat{h}_{ij}^{NN}\right) \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\left[\hat{g}_{ij}^{NN}\right. \\
&\quad \left. - \frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2 h_i^{NN}h_j^{NN}}\left(2\delta g_j^{NN} - \epsilon g_i^{NN}h_j^{NN}\right)\hat{h}_{ij}^{NN}\right] = 0 \qquad \text{(A.65)}
\end{aligned}
$$

A.2.7 Varianzen der Gleichgewichtsstrategien in den einzelnen Informationsaustauschregimes im allgemeinen Fall

Wenn beide Unternehmen ihre Informationen vollständig austauschen, berechnet sich die Varianz der Gleichgewichtsstrategie (30) folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Var}\left(s_i^{RR}\right) &= \mathrm{Var}\left(a_i^{RR}+b_i^{RR}y_i+c_{ii}^{RR}\hat{y}_i+c_{ij}^{RR}\hat{y}_j\right)\\
&= \mathrm{E}\left\{\left[a_i^{RR}+b_i^{RR}y_i+c_{ii}^{RR}\hat{y}_i+c_{ij}^{RR}\hat{y}_j\right.\right.\\
&\quad \left.\left.-\mathrm{E}\left(a_i^{RR}+b_i^{RR}y_i+c_{ii}^{RR}\hat{y}_i+c_{ij}^{RR}\hat{y}_j\right)\right]^2\right\}\\
&= \mathrm{E}\left\{\left\{b_i^{RR}\left[y_i-\mathrm{E}\left(y_i\right)\right]+c_{ii}^{RR}\left[\hat{y}_i-\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]+c_{ij}^{RR}\left[\hat{y}_j-\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]\right\}^2\right\}\\
&= \mathrm{E}\left\{\left(b_i^{RR}\right)^2\left[y_i-\mathrm{E}\left(y_i\right)\right]^2+2b_i^{RR}c_{ii}^{RR}\left[y_i-\mathrm{E}\left(y_i\right)\right]\left[\hat{y}_i-\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]\right.\\
&\quad +2b_i^{RR}c_{ij}^{RR}\left[y_i-\mathrm{E}\left(y_i\right)\right]\left[\hat{y}_j-\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]+\left(c_{ii}^{RR}\right)^2\left[\hat{y}_i-\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]^2\\
&\quad \left.+2c_{ii}^{RR}c_{ij}^{RR}\left[\hat{y}_i-\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]\left[\hat{y}_j-\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]+\left(c_{ij}^{RR}\right)^2\left[\hat{y}_j-\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]^2\right\}\\
&= \left(b_i^{RR}\right)^2\mathrm{E}\left\{\left[y_i-\underbrace{\mathrm{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]^2\right\}+\left(c_{ii}^{RR}\right)^2\mathrm{E}\left\{\left[\hat{y}_i-\underbrace{\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)}_{=0}\right]^2\right\}\\
&\quad +\left(c_{ij}^{RR}\right)^2\mathrm{E}\left\{\left[\hat{y}_j-\underbrace{\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)}_{=0}\right]^2\right\}\\
&\quad +2b_i^{RR}c_{ii}^{RR}\mathrm{E}\left\{\left[y_i-\underbrace{\mathrm{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]\left[\hat{y}_i-\underbrace{\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)}_{=0}\right]\right\}\\
&\quad +2b_i^{RR}c_{ij}^{RR}\mathrm{E}\left\{\left[y_i-\underbrace{\mathrm{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]\left[\hat{y}_j-\underbrace{\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)}_{=0}\right]\right\}\\
&\quad +2c_{ii}^{RR}c_{ij}^{RR}\mathrm{E}\left\{\left[\hat{y}_i-\underbrace{\mathrm{E}\left(\hat{y}_i\right)}_{=0}\right]\left[\hat{y}_j-\underbrace{\mathrm{E}\left(\hat{y}_j\right)}_{=0}\right]\right\}\\
&= \left(b_i^{RR}\right)^2\mathrm{Var}\left(y_i\right)+\left(c_{ii}^{RR}\right)^2\mathrm{Var}\left(\hat{y}_i\right)+\left(c_{ij}^{RR}\right)^2\mathrm{Var}\left(\hat{y}_j\right)\\
&\quad +2b_i^{RR}c_{ii}^{RR}\mathrm{Cov}\left(y_i;\hat{y}_i\right)+2b_i^{RR}c_{ij}^{RR}\mathrm{Cov}\left(y_i;\hat{y}_j\right)\\
&\quad +2c_{ii}^{RR}c_{ij}^{RR}\mathrm{Cov}\left(\hat{y}_i;\hat{y}_j\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \left(b_i^{RR}\right)^2 p_s + \left(c_{ii}^{RR}\right)^2 q_i^R + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 q_j^R \\
&\quad +2b_i^{RR} c_{ii}^{RR} p_s + 2b_i^{RR} c_{ij}^{RR} p_n + 2c_{ii}^{RR} c_{ij}^{RR} p_n
\end{aligned}
\tag{A.66}
$$

Mit $q_i^R = p_s + r_i^R = p_s$ und $q_j^R = p_s + r_j^R = p_s$ ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
\text{Var}\left(s_i^{RR}\right) &= p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2\right] + 2c_{ij}^{RR} p_n \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \\
&= \left[p_s \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) + 2c_{ij}^{RR} p_n\right] \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) + p_s \left(c_{ij}^{RR}\right)^2
\end{aligned}
\tag{A.67}
$$

Wenn Unternehmen i seine privaten Informationen vollständig preisgibt und j nicht, ergibt sich als Varianz der Gleichgewichtsstrategie (31):

$$
\begin{aligned}
\text{Var}\left(s_i^{RN}\right) &= \text{Var}\left(a_i^{RN} + b_i^{RN} y_i + c_{ii}^{RN} \hat{y}_i\right) \\
&= \text{E}\left\{\left[a_i^{RN} + b_i^{RN} y_i + c_{ii}^{RN} \hat{y}_i - \text{E}\left(a_i^{RN} + b_i^{RN} y_i + c_{ii}^{RN} \hat{y}_i\right)\right]^2\right\} \\
&= \text{E}\left\{\left\{b_i^{RN}\left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right] + c_{ii}^{RN}\left[\hat{y}_i - \text{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]\right\}^2\right\} \\
&= \text{E}\left\{\left(b_i^{RN}\right)^2 \left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right]^2 + 2b_i^{RN} c_{ii}^{RN}\left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right]\left[\hat{y}_i - \text{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]\right. \\
&\quad \left. + \left(c_{ii}^{RN}\right)^2 \left[\hat{y}_i - \text{E}\left(\hat{y}_i\right)\right]^2\right\} \\
&= \left(b_i^{RN}\right)^2 \text{E}\left\{\left[y_i - \underbrace{\text{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]^2\right\} \\
&\quad +2b_i^{RN} c_{ii}^{RN} \text{E}\left\{\left[y_i - \underbrace{\text{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]\left[\hat{y}_i - \underbrace{\text{E}\left(\hat{y}_i\right)}_{=0}\right]\right\} \\
&\quad + \left(c_{ii}^{RN}\right)^2 \text{E}\left\{\left[\hat{y}_i - \underbrace{\text{E}\left(\hat{y}_i\right)}_{=0}\right]^2\right\} \\
&= \left(b_i^{RN}\right)^2 \text{Var}\left(y_i\right) + 2b_i^{RN} c_{ii}^{RN} \text{Cov}\left(y_i; \hat{y}_i\right) + \left(c_{ii}^{RN}\right)^2 \text{Var}\left(\hat{y}_i\right) \\
&= \left(b_i^{RN}\right)^2 p_s + 2b_i^{RN} c_{ii}^{RN} p_s + \left(c_{ii}^{RN}\right)^2 q_i^R
\end{aligned}
\tag{A.68}
$$

Mit $q_i^R = p_s + r_i^R = p_s$ gilt:

$$
\text{Var}\left(s_i^{RN}\right) = p_s \left[\left(b_i^{RN}\right)^2 + 2b_i^{RN} c_{ii}^{RN} + \left(c_{ii}^{RN}\right)^2\right]
$$

$$= \; p_s \left(b_i^{RN} + c_{ii}^{RN}\right)^2 \tag{A.69}$$

Wenn umgekehrt Unternehmen j seine privaten Informationen vollständig preisgibt und i nicht, lautet die Varianz der Gleichgewichtsstrategie (32):

$$\begin{aligned}
\text{Var}\left(s_i^{NR}\right) &= \text{Var}\left(a_i^{NR} + b_i^{NR} y_i + c_{ij}^{NR} \hat{y}_j\right) \\
&= \text{E}\left\{\left[a_i^{NR} + b_i^{NR} y_i + c_{ij}^{NR} \hat{y}_j - \text{E}\left(a_i^{NR} + b_i^{NR} y_i + c_{ij}^{NR} \hat{y}_j\right)\right]^2\right\} \\
&= \text{E}\left\{\left\{b_i^{NR}\left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right] + c_{ij}^{NR}\left[\hat{y}_j - \text{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]\right\}^2\right\} \\
&= \text{E}\left\{\left(b_i^{NR}\right)^2\left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right]^2 + 2 b_i^{NR} c_{ii}^{NR}\left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right]\left[\hat{y}_j - \text{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]\right. \\
&\quad \left. + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2\left[\hat{y}_j - \text{E}\left(\hat{y}_j\right)\right]^2\right\} \\
&= \left(b_i^{NR}\right)^2 \text{E}\left\{\left[y_i - \underbrace{\text{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]^2\right\} \\
&\quad + 2 b_i^{NR} c_{ij}^{NR} \text{E}\left\{\left[y_i - \underbrace{\text{E}\left(y_i\right)}_{=0}\right]\left[\hat{y}_j - \underbrace{\text{E}\left(\hat{y}_j\right)}_{=0}\right]\right\} \\
&\quad + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \text{E}\left\{\left[\hat{y}_j - \underbrace{\text{E}\left(\hat{y}_j\right)}_{=0}\right]^2\right\} \\
&= \left(b_i^{NR}\right)^2 \text{Var}\left(y_i\right) + 2 b_i^{NR} c_{ij}^{NR} \text{Cov}\left(y_i; \hat{y}_j\right) + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \text{Var}\left(\hat{y}_j\right) \\
&= \left(b_i^{NR}\right)^2 p_s + 2 b_i^{NR} c_{ij}^{NR} p_n + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 q_j^R
\end{aligned} \tag{A.70}$$

Mit $q_j^R = p_s + r_j^R = p_s$ gilt:

$$\text{Var}\left(s_i^{NR}\right) = p_s\left[\left(b_i^{NR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2\right] + 2 b_i^{NR} c_{ij}^{NR} p_n \tag{A.71}$$

Wenn schließlich keine Informationen ausgetauscht werden, berechnet sich die Varianz der Gleichgewichtsstrategie (33) folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
\text{Var}\left(s_i^{NN}\right) &= \text{Var}\left(a_i^{NN} + b_i^{NN} y_i\right) \\
&= \text{E}\left\{\left[a_i^{NN} + b_i^{NN} y_i - \text{E}\left(a_i^{NN} + b_i^{NN} y_i\right)\right]^2\right\} \\
&= \text{E}\left\{\left\{b_i^{NN}\left[y_i - \text{E}\left(y_i\right)\right]\right\}^2\right\}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \left(b_i^{NN}\right)^2 \mathrm{E}\left\{\left[y_i - \underbrace{\mathrm{E}\,(y_i)}_{=0}\right]^2\right\} \\
&= \left(b_i^{NN}\right)^2 \mathrm{Var}\,(y_i) \\
&= p_s \left(b_i^{NN}\right)^2 \qquad \text{(A.72)}
\end{aligned}
$$

A.2.8 Spezialfall eines gemeinsamen Wertes der Zufallsvariablen bei keiner vertraglichen Bindung

Diese Situation läßt sich durch die Parameterkonstellation $t_s = t_n = t$ modellieren. Damit vereinfachen sich die acht relevanten Parameter b_i^{RR}, b_i^{RN}, b_i^{NR}, b_i^{NN}, c_{ii}^{RR}, c_{ii}^{RN}, c_{ij}^{RR} und c_{ij}^{NR} aus den Gleichungen (21) - (25), (27) und (29) folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
b_i^{RR} = b_i^{NR} &= \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t\,(p_s - p_n)}{p_s^2 - p_n^2} \\
&= \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{p_s + p_n} t \qquad \text{(A.73)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_i^{RN} &= \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{2\delta t\,(p_s^2 - p_n^2) - \epsilon p_n t\,(p_s - p_n)}{p_s\,(p_s^2 - p_n^2)} \\
&= \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{2\delta t\,(p_s + p_n) - \epsilon p_n t}{p_s\,(p_s + p_n)} \\
&= \gamma \frac{1}{4\delta^2} t \frac{2\delta p_s + p_n\,(2\delta - \epsilon)}{p_s\,(p_s + p_n)} \qquad \text{(A.74)}
\end{aligned}
$$

$$
b_i^{NN} = \gamma \frac{1}{2\delta p_s + \epsilon p_n} t \qquad \text{(A.75)}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ii}^{RR} &= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \left[t\,(p_s - p_n) - \frac{\epsilon}{2\delta} t\,(p_s - p_n)\right] \\
&= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{p_s - p_n}{p_s^2 - p_n^2} t \left(1 - \frac{\epsilon}{2\delta}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta - \epsilon}{2\delta} \frac{1}{p_s + p_n} t \\
&= -\gamma \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{2\delta + \epsilon} \frac{1}{p_s + p_n} t && \text{(A.76)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ii}^{RN} &= \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{4\delta^2 p_s t \left(p_n - p_s\right) + 2\delta\epsilon t \left(p_s^2 - p_n^2\right) - \epsilon^2 p_n t \left(p_s - p_n\right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2\right)} \\
&= \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} t \frac{-4\delta^2 p_s + 2\delta\epsilon \left(p_s + p_n\right) - \epsilon^2 p_n}{p_s \left(p_s + p_n\right)} \\
&= \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} t \frac{-2\delta^2 p_s \left(2\delta - \epsilon\right) + \epsilon p_n \left(2\delta - \epsilon\right)}{p_s \left(p_s + p_n\right)} \\
&= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{2\delta - \epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} t \frac{2\delta p_s - \epsilon p_n}{p_s \left(p_s + p_n\right)} \\
&= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{2\delta + \epsilon} t \frac{2\delta p_s - \epsilon p_n}{p_s \left(p_s + p_n\right)} && \text{(A.77)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{RR} &= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{p_s^2 - p_n^2} \left[t \left(p_s - p_n\right) - \frac{\epsilon}{2\delta} t \left(p_s - p_n\right) \right] \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{p_s - p_n}{p_s^2 - p_n^2} t \left(1 - \frac{\epsilon}{2\delta}\right) \\
&= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta - \epsilon}{2\delta} \frac{1}{p_s + p_n} t \\
&= \gamma \frac{1}{2\delta + \epsilon} \frac{1}{p_s + p_n} t && \text{(A.78)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{NR} &= -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{4\delta^2 p_s t \left(p_n - p_s\right) + 2\delta\epsilon t \left(p_s^2 - p_n^2\right) - \epsilon^2 p_n t \left(p_s - p_n\right)}{p_s \left(p_s^2 - p_n^2\right)} \\
&= -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} t \frac{-4\delta^2 p_s + 2\delta\epsilon \left(p_s + p_n\right) - \epsilon^2 p_n}{p_s \left(p_s + p_n\right)} \\
&= -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} t \frac{-2\delta p_s \left(2\delta - \epsilon\right) + \epsilon p_n \left(2\delta - \epsilon\right)}{p_s \left(p_s + p_n\right)} \\
&= \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{2\delta - \epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} t \frac{2\delta p_s - \epsilon p_n}{p_s \left(p_s + p_n\right)} \\
&= \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{2\delta + \epsilon} t \frac{2\delta p_s - \epsilon p_n}{p_s \left(p_s + p_n\right)} && \text{(A.79)}
\end{aligned}
$$

Auf der Basis dieser Parameterwerte (A.73) - (A.79) lassen sich nun die beiden Gewinndifferenzen $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN}$ (17) und $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR}$ (18) bestimmen:

Wenn Unternehmen j seine Informationen nicht preisgibt, entscheidet i gemäß (17). Einsetzen der Varianzen (38) und (40) sowie der gerade berechneten Parameterwerte (A.74), (A.75) und (A.77) führt zu:

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RN/NN} &= \delta\left[p_s\left(b_i^{RN}+c_{ii}^{RN}\right)^2-\left(b_i^{NN}\right)^2 p_s\right] \\
&= \delta p_s\left[\left(b_i^{RN}+c_{ii}^{RN}\right)^2-\left(b_i^{NN}\right)^2\right] \\
&= \delta p_s\left\{\left[\gamma\frac{1}{4\delta^2}t\frac{2\delta p_s+p_n\left(2\delta-\epsilon\right)}{p_s\left(p_s+p_n\right)}\right.\right. \\
&\quad \left.\left.-\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{1}{2\delta+\epsilon}t\frac{2\delta p_s-\epsilon p_n}{p_s\left(p_s+p_n\right)}\right]^2-\left(\gamma\frac{t}{2\delta p_s+\epsilon p_n}\right)^2\right\} \\
&= \delta p_s\left\{\left\{\gamma\frac{1}{4\delta^2}t\frac{1}{p_s\left(p_s+p_n\right)}\left[2\delta p_s+p_n\left(2\delta-\epsilon\right)\right.\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\left.-\frac{\epsilon}{2\delta+\epsilon}\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)\right]\right\}^2-\gamma^2\frac{t^2}{\left(2\delta p_s+\epsilon p_n\right)^2}\right\} \\
&= \delta p_s\left\{\gamma^2\frac{1}{16\delta^4}t^2\frac{1}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}\right. \\
&\quad \cdot\left[\frac{2\delta\left(2\delta+\epsilon\right)p_s+\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)p_n-\epsilon\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)}{2\delta+\epsilon}\right]^2 \\
&\quad \left.-\gamma^2\frac{t^2}{\left(2\delta p_s+\epsilon p_n\right)^2}\right\} \\
&= \delta p_s\left[\gamma^2\frac{1}{16\delta^4}t^2\frac{1}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}\right. \\
&\quad \cdot\left(\frac{4\delta^2 p_s+2\delta\epsilon p_s+4\delta^2 p_n-\epsilon^2 p_n-2\delta\epsilon p_s+\epsilon^2 p_n}{2\delta+\epsilon}\right)^2 \\
&\quad \left.-\gamma^2\frac{t^2}{\left(2\delta p_s+\epsilon p_n\right)^2}\right] \\
&= \delta p_s\left[\gamma^2\frac{1}{16\delta^4}t^2\frac{1}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}\frac{16\delta^4\left(p_s+p_n\right)^2}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}\right. \\
&\quad \left.-\gamma^2\frac{t^2}{\left(2\delta p_s+\epsilon p_n\right)^2}\right] \\
&= \delta p_s\left[\gamma^2\frac{t^2}{p_s^2}\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}-\gamma^2\frac{t^2}{\left(2\delta p_s+\epsilon p_n\right)^2}\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \underbrace{\delta}_{\geq 0}\underbrace{\gamma^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{t^2}{p_s}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}}_{\geq 0} \\
&\quad \cdot \left[(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2 p_s^2\right] \\
&\sim (2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2 p_s^2 \\
&= 4\delta^2 p_s^2+4\delta\epsilon p_s p_n+\epsilon^2 p_n^2-\left(4\delta^2 p_s^2+4\delta\epsilon p_s^2+\epsilon^2 p_s^2\right) \\
&= 4\delta\epsilon p_s\left(p_n-p_s\right)+\epsilon^2\left(p_n^2-p_s^2\right) \\
&= \epsilon\underbrace{\left(p_n-p_s\right)}_{\leq 0}\left[4\delta p_s+\epsilon\left(p_n+p_s\right)\right] \\
&\sim -\epsilon\left[4\delta\underbrace{p_s}_{\geq 0}+\epsilon\left(p_n+p_s\right)\right] \\
&\sim -\epsilon\left[4\delta+\epsilon\frac{p_n+p_s}{p_s}\right] \qquad \text{(A.80)}
\end{aligned}
$$

Da $0 \leq \frac{p_n+p_s}{p_s} \leq 2$ und damit $\epsilon\frac{p_n+p_s}{p_s} \geq -2\delta$, ist der Ausdruck innerhalb der eckigen Klammer immer positiv. Damit gilt für die erwartete Gewinndifferenz:

$$
\Delta\mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RN/NN} \sim -\epsilon \qquad \text{(A.81)}
$$

Wenn Unternehmen j seine Informationen preisgibt, entscheidet i gemäß (18). Einsetzen der Varianzwerte (39) und (37) sowie der oben berechneten Parameterwerte (A.73), (A.76), (A.78) und (A.79) bringt:

$$
\begin{aligned}
\Delta\mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NR} &= \delta\Big\{p_s\left(b_i^{RR}+c_{ii}^{RR}\right)^2+p_s\left(c_{ij}^{RR}\right)^2+2c_{ij}^{RR}p_n\left(b_i^{RR}+c_{ii}^{RR}\right) \\
&\quad -\left[\left(b_i^{NR}\right)^2 p_s+2b_i^{NR}c_{ij}^{NR}p_n+\left(c_{ij}^{NR}\right)^2 p_s\right]\Big\} \\
&= \delta\Big\{p_s\left[\left(b_i^{RR}+c_{ii}^{RR}\right)^2+\left(c_{ij}^{RR}\right)^2-\left(b_i^{NR}\right)^2-\left(c_{ij}^{NR}\right)^2\right] \\
&\quad +2p_n\left[c_{ij}^{RR}\left(b_i^{RR}+c_{ii}^{RR}\right)-b_i^{NR}c_{ij}^{NR}\right]\Big\} \\
&= \delta\Bigg\{p_s\Bigg\{\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{p_s+p_n}t-\gamma\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{p_s+p_n}t\right)^2 \\
&\quad +\left(\gamma\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{p_s+p_n}t\right)^2-\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{p_s+p_n}t\right)^2 \\
&\quad -\left[\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{2\delta+\epsilon}t\frac{2\delta p_s-\epsilon p_n}{p_s\left(p_s+p_n\right)}\right]^2\Bigg\}+2p_n\left\{\gamma\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{p_s+p_n}t\right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \cdot\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{p_s+p_n}t-\gamma\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{p_s+p_n}t\right) \\
& -\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{p_s+p_n}t\left[\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{2\delta+\epsilon}t\frac{2\delta p_s-\epsilon p_n}{p_s\left(p_s+p_n\right)}\right]\Bigg\}\Bigg\} \\
= \; & \delta\left\{p_s\left\{\left[\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{p_s+p_n}t\left(1-\frac{\epsilon}{2\delta+\epsilon}\right)\right]^2\right.\right. \\
& +\gamma^2\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2 \\
& \left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}t^2\frac{\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)^2}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}\right\} \\
& +2p_n\left[\gamma^2\frac{1}{2\delta}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\left(1-\frac{\epsilon}{2\delta+\epsilon}\right)\right. \\
& \left.\left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{2\delta p_s-\epsilon p_n}{p_s\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right]\right\} \\
= \; & \delta\left\{p_s\left[\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{2\delta}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{p_s+p_n}t\right)^2+\gamma^2\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right.\right. \\
& \left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}t^2\frac{\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)^2}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}\right] \\
& +2p_n\left[\gamma^2\frac{1}{2\delta}\frac{2\delta}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right. \\
& \left.\left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{2\delta p_s-\epsilon p_n}{p_s\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right]\right\} \\
= \; & \delta\left\{p_s\left[\gamma^2\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2+\gamma^2\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right.\right. \\
& \left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}t^2\frac{\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)^2}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}\right] \\
& +2p_n\left[\gamma^2\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}\frac{1}{\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right. \\
& \left.\left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{2\delta p_s-\epsilon p_n}{p_s\left(p_s+p_n\right)^2}t^2\right]\right\} \\
= \; & \underbrace{\delta}_{\geq 0}\underbrace{\gamma^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{4\delta^2}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{\left(2\delta+\epsilon\right)^2}}_{\geq 0}\underbrace{t^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{p_s^2\left(p_s+p_n\right)^2}}_{\geq 0} \\
& \cdot\left\{p_s\left[4\delta^2p_s^2+4\delta^2p_s^2-\left(2\delta+\epsilon\right)^2p_s^2-\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)^2\right]\right. \\
& \left.+2p_n\left[4\delta^2p_s^2-\left(2\delta+\epsilon\right)p_s\left(2\delta p_s-\epsilon p_n\right)\right]\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\sim && p_s\left[4\delta^2p_s^2 + 4\delta^2p_s^2 - (2\delta+\epsilon)^2 p_s^2 - (2\delta p_s - \epsilon p_n)^2\right] \\
& && +2p_n\left[4\delta^2p_s^2 - (2\delta+\epsilon)\, p_s\,(2\delta p_s - \epsilon p_n)\right] \\
&= && 8\delta^2p_s^3 - \left(4\delta^2p_s^3 + 4\delta\epsilon p_s^3 + \epsilon^2p_s^3\right) - \left(4\delta^2p_s^3 - 4\delta\epsilon p_n p_s^2 + \epsilon^2p_n^2p_s\right) \\
& && +2p_n\left[4\delta^2p_s^2 - \left(4\delta^2p_s^2 - 2\delta\epsilon p_n p_s + 2\delta\epsilon p_s^2 - \epsilon^2 p_n p_s\right)\right] \\
&= && -4\delta\epsilon p_s^3 - \epsilon^2p_s^3 + 4\delta\epsilon p_n p_s^2 - \epsilon^2p_n^2p_s + 8\delta^2p_np_s^2 \\
& && -8\delta^2p_np_s^2 + 4\delta\epsilon p_n^2p_s - 4\delta\epsilon p_np_s^2 + 2\epsilon^2p_n^2p_s \\
&= && \underbrace{p_s}_{\geq 0}\left(-4\delta\epsilon p_s^2 - \epsilon^2p_s^2 + \epsilon^2p_n^2 + 4\delta\epsilon p_n^2\right) \\
&\sim && -4\delta\epsilon p_s^2 - \epsilon^2p_s^2 + \epsilon^2p_n^2 + 4\delta\epsilon p_n^2 \\
&= && -\epsilon\left[4\delta\left(p_s^2 - p_n^2\right) + \epsilon\left(p_s^2 - p_n^2\right)\right] \\
&= && -\epsilon\underbrace{(4\delta+\epsilon)}_{\geq 0}\underbrace{\left(p_s^2 - p_n^2\right)}_{\geq 0} \\
&\sim && -\epsilon
\end{aligned}
\tag{A.82}
$$

A.2.9 Spezialfall unabhängiger Werte bei keiner vertraglichen Bindung

Diese Situation läßt sich durch die Parameterkonstellation $t_n = u_n = 0$ darstellen, die auch zur Folge hat, daß $p_n = 0$. Damit vereinfachen sich die acht relevanten Parameter b_i^{RR}, b_i^{RN}, b_i^{NR}, b_i^{NN}, c_{ii}^{RR}, c_{ii}^{RN}, c_{ij}^{RR} und c_{ij}^{NR} aus den Gleichungen (21) - (25), (27) und (29) folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
b_i^{RR} = b_i^{NR} &= \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_sp_s}{p_s^2} \\
&= \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_s}{p_s}
\end{aligned}
\tag{A.83}
$$

$$
\begin{aligned}
b_i^{RN} &= \gamma\frac{1}{4\delta^2}\frac{2\delta t_sp_s^2}{p_s^3} \\
&= \gamma\frac{1}{2\delta}t\frac{t_s}{p_s}
\end{aligned}
\tag{A.84}
$$

$$
b_i^{NN} = \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_s}{p_s}
\tag{A.85}
$$

$$c_{ii}^{RR} = -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{1}{p_s^2}\left(-\frac{\epsilon}{2\delta}t_s p_s\right)$$
$$= \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{t_s}{p_s} \tag{A.86}$$

$$c_{ii}^{RN} = \gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{2\delta\epsilon t_s p_s^2}{p_s^3}$$
$$= \gamma\frac{1}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{t_s}{p_s} \tag{A.87}$$

$$c_{ij}^{RR} = \gamma\frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{1}{p_s^2}\left(-\frac{\epsilon}{2\delta}t_s p_s\right)$$
$$= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{t_s}{p_s} \tag{A.88}$$

$$c_{ij}^{NR} = -\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{2\delta\epsilon t_s p_s^2}{p_s^3}$$
$$= -\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{t_s}{p_s} \tag{A.89}$$

Auf der Basis der gerade berechneten Parameterwerte (A.83) - (A.89) lassen sich nun die beiden Gewinndifferenzen $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN}$ (17) und $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR}$ (18) bestimmen:

Wenn Unternehmen j seine Informationen nicht preisgibt, entscheidet i gemäß (17). Einsetzen der Varianzwerte (38) und (40) sowie der gerade berechneten Parameterwerte (A.84), (A.85) und (A.87) bringt:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN} &= \delta\left[p_s\left(b_i^{RN}+c_{ii}^{RN}\right)^2-\left(b_i^{NN}\right)^2 p_s\right] \\
&= \delta p_s\left[\left(b_i^{RN}+c_{ii}^{RN}\right)^2-\left(b_i^{NN}\right)^2\right] \\
&= \delta p_s\left[\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_s}{p_s}+\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{t_s}{p_s}\right)^2-\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_s}{p_s}\right)^2\right] \\
&= \delta p_s\left\{\left[\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{t_s}{p_s}\left(4\delta^2-\epsilon^2+\epsilon^2\right)\right]^2-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{t_s^2}{p_s^2}\right\}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \delta p_s \left[\left(\gamma \frac{4\delta^2}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \delta p_s \left[\gamma^2 \frac{4\delta^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \underbrace{\gamma^2}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{4\delta}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{t_s^2}{p_s}}_{\geq 0} \left[16\delta^4 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 \right] \\
&\sim 16\delta^4 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 \\
&= 16\delta^4 - \left(16\delta^4 - 8\delta^2\epsilon^2 + \epsilon^4\right) \\
&= 8\delta^2\epsilon^2 - \epsilon^4 \\
&= \epsilon^2 \underbrace{\left(8\delta^2 - \epsilon^2\right)}_{\geq 0} \\
&\sim \epsilon^2 \geq 0
\end{aligned}
\tag{A.90}
$$

Wenn Unternehmen j seine Informationen preisgibt, entscheidet i gemäß (18). Einsetzen der Varianzwerte (39) und (37) sowie der oben berechneten Parameterwerte (A.83), (A.86), (A.88) und (A.89) führt zu:

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NR} &= \delta \left\{ p_s \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + p_s \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 + 2c_{ij}^{RR} \underbrace{p_n}_{=0} \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \right. \\
&\quad \left. - \left[\left(b_i^{NR}\right)^2 p_s + 2b_i^{NR} c_{ij}^{NR} \underbrace{p_n}_{=0} + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 p_s \right] \right\} \\
&= \delta p_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \right] \\
&= \delta p_s \left[\left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s}{p_s} + \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{\epsilon^2}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 + \left(-\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. - \left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 + \left(-\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 \right] \\
&= \delta p_s \left\{ \left[\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \left(4\delta^2 - \epsilon^2 + \epsilon^2\right) \right]^2 \right. \\
&\quad \left. + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \delta p_s \left[\left(\gamma \frac{4\delta^2}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right. \\
&\quad \left. - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \delta p_s \left[\gamma^2 \frac{4\delta^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right. \\
&\quad \left. - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \underbrace{\gamma^2}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{4\delta}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{t_s^2}{p_s^2}}_{\geq 0} \\
&\quad \cdot \left[16\delta^4 + 4\delta^2\epsilon^2 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 + 4\delta^2\epsilon^2 \right] \\
&\sim 16\delta^4 + 4\delta^2\epsilon^2 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 + 4\delta^2\epsilon^2 \\
&= 16\delta^4 + 8\delta^2\epsilon^2 - \left(16\delta^4 - 8\delta^2\epsilon^2 + \epsilon^4\right) \\
&= 16\delta^2\epsilon^2 - \epsilon^4 \\
&= \epsilon^2 \underbrace{\left(16\delta^2 - \epsilon^2\right)}_{\geq 0} \\
&\sim \epsilon^2 \geq 0
\end{aligned}
\tag{A.91}
$$

A.2.10 Spezialfall vollkommener Signale bei keiner verträglichen Bindung

Diese Situation läßt sich durch die Parameterkonstellation $u_s = u_n = 0$ darstellen, die auch zur Folge hat, daß $p_n = t_n$ und $p_s = t_s$. Damit vereinfachen sich die acht relevanten Parameter b_i^{RR}, b_i^{RN}, b_i^{NR}, b_i^{NN}, c_{ii}^{RR}, c_{ii}^{RN}, c_{ij}^{RR} und c_{ij}^{NR} aus den Gleichungen (21) - (25), (27) und (29) folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
b_i^{RR} = b_i^{NR} &= \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s^2 - t_n^2}{t_s^2 - t_n^2} \\
&= \gamma \frac{1}{2\delta}
\end{aligned}
\tag{A.92}
$$

$$
b_i^{RN} = \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{2\delta t_s \left(t_s^2 - t_n^2\right) - \epsilon t_n \left(t_s^2 - t_n^2\right)}{t_s \left(t_s^2 - t_n^2\right)}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{(2\delta t_s - \epsilon t_n)\left(t_s^2 - t_n^2\right)}{t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right)} \\
&= \gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \qquad \text{(A.93)}
\end{aligned}
$$

$$
b_i^{NN} = \gamma \frac{t_s}{2\delta t_s + \epsilon t_n} \qquad \text{(A.94)}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ii}^{RR} &= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{t_s^2 - t_n^2} \left[-\frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s^2 - t_n^2\right) \right] \\
&= \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{\epsilon^2}{4\delta^2 - \epsilon^2} \qquad \text{(A.95)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ii}^{RN} &= \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta\epsilon t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right) - \epsilon^2 t_n\left(t_s^2 - t_n^2\right)}{t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right)} \\
&= \gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{\epsilon\left(2\delta t_s - \epsilon t_n\right)\left(t_s^2 - t_n^2\right)}{t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right)} \\
&= \gamma \frac{\epsilon^2}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \qquad \text{(A.96)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{RR} &= \gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{1}{t_s^2 - t_n^2} \left[-\frac{\epsilon}{2\delta} \left(t_s^2 - t_n^2\right) \right] \\
&= -\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \qquad \text{(A.97)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
c_{ij}^{NR} &= -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta\epsilon t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right) - \epsilon^2 t_n\left(t_s^2 - t_n^2\right)}{t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right)} \\
&= -\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{\epsilon\left(2\delta t_s - \epsilon t_n\right)\left(t_s^2 - t_n^2\right)}{t_s\left(t_s^2 - t_n^2\right)} \\
&= -\gamma \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \qquad \text{(A.98)}
\end{aligned}
$$

Auf der Basis dieser Parameterwerte (A.92) - (A.98) lassen sich nun die beiden Gewinndifferenzen $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN}$ (17) und $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR}$ (18) bestimmen:

Wenn Unternehmen j seine Informationen nicht preisgibt, entscheidet i gemäß (17). Einsetzen der Varianzwerte (38) und (40) sowie der gerade berechneten Parameterwerte (A.93), (A.94) und (A.96) führt zu:

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RN/NN} &= \delta \left[\underbrace{p_s}_{=t_s} \left(b_i^{RN} + c_{ii}^{RN}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 \underbrace{p_s}_{=t_s} \right] \\
&= \delta t_s \left[\left(b_i^{RN} + c_{ii}^{RN}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 \right] \\
&= \delta t_s \left[\left(\gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} + \gamma \frac{\epsilon^2}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. - \left(\gamma \frac{t_s}{2\delta t_s + \epsilon t_n} \right)^2 \right] \\
&= \delta t_s \left\{ \left[\gamma \frac{1}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \left(4\delta^2 - \epsilon^2 + \epsilon^2\right) \right]^2 \right. \\
&\quad \left. - \gamma^2 \frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s + \epsilon t_n\right)^2} \right\} \\
&= \delta t_s \left[\left(\gamma \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \right)^2 - \gamma^2 \frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s + \epsilon t_n\right)^2} \right] \\
&= \delta t_s \left[\gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{\left(2\delta t_s - \epsilon t_n\right)^2}{t_s^2} - \gamma^2 \frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s + \epsilon t_n\right)^2} \right] \\
&= \underbrace{\delta}_{\geq 0} \underbrace{\gamma^2}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{t_s}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{\left(2\delta t_s + \epsilon t_n\right)^2}}_{\geq 0} \\
&\quad \cdot \left[\left(2\delta t_s + \epsilon t_n\right)^2 \left(2\delta t_s - \epsilon t_n\right)^2 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 t_s^4 \right] \\
&\sim \left(2\delta t_s + \epsilon t_n\right)^2 \left(2\delta t_s - \epsilon t_n\right)^2 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 t_s^4 \\
&= \left(4\delta^2 t_s^2 - \epsilon^2 t_n^2\right)^2 - \left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2 t_s^4 \\
&= 16\delta^4 t_s^4 - 8\delta^2 \epsilon^2 t_n^2 t_s^2 + \epsilon^4 t_n^4 - \left(16\delta^4 t_s^4 - 8\delta^2 \epsilon^2 t_s^4 + \epsilon^4 t_s^4\right) \\
&= -8\delta^2 \epsilon^2 t_n^2 t_s^2 + \epsilon^4 t_n^4 + 8\delta^2 \epsilon^2 t_s^4 - \epsilon^4 t_s^4 \\
&= 8\delta^2 \epsilon^2 \left(t_s^4 - t_n^2 t_s^2\right) - \epsilon^4 \left(t_s^4 - t_n^4\right) \\
&= \epsilon^2 \left[8\delta^2 t_s^2 \left(t_s^2 - t_n^2\right) - \epsilon^2 \left(t_s^2 - t_n^2\right) \left(t_s^2 + t_n^2\right) \right] \\
&= \underbrace{\epsilon^2}_{\geq 0} \underbrace{\left(t_s^2 - t_n^2\right)}_{\geq 0} \left[8\delta^2 t_s^2 - \epsilon^2 \left(t_s^2 + t_n^2\right) \right]
\end{aligned}
$$

$$\sim \quad 8\delta^2 t_s^2 - \underbrace{\underbrace{\epsilon^2}_{\leq \delta^2} \underbrace{\left(t_s^2 + t_n^2\right)}_{\leq 2t_s^2}}_{\leq 2\delta^2 t_s^2} \geq 0 \tag{A.99}$$

Wenn Unternehmen j seine Informationen preisgibt, entscheidet i gemäß (18). Einsetzen der Varianzwerte (39) und (37) sowie der oben berechneten Parameterwerte (A.92), (A.95), (A.97) und (A.98) bringt:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NR} &= \delta \left\{ \underbrace{p_s}_{=t_s} \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \underbrace{p_s}_{=t_s} \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 + 2c_{ij}^{RR} \underbrace{p_n}_{=t_n} \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \right. \\
&\quad \left. - \left[\left(b_i^{NR}\right)^2 \underbrace{p_s}_{=t_s} + 2b_i^{NR} c_{ij}^{NR} \underbrace{p_n}_{=t_n} + \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \underbrace{p_s}_{=t_s} \right] \right\} \\
&= \delta \left\{ t_s \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NR}\right)^2 - \left(c_{ij}^{NR}\right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + 2t_n \left[c_{ij}^{RR} \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) - b_i^{NR} c_{ij}^{NR} \right] \right\} \\
&= \delta \left\{ t_s \left[\left(\gamma \frac{1}{2\delta} + \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{\epsilon^2}{4\delta^2 - \epsilon^2} \right)^2 + \left(-\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \right)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. - \left(\gamma \frac{1}{2\delta} \right)^2 - \left(-\gamma \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \right)^2 \right] \\
&\quad + 2t_n \left[-\gamma \frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2} \left(\gamma \frac{1}{2\delta} + \gamma \frac{1}{2\delta} \frac{\epsilon^2}{4\delta^2 - \epsilon^2} \right) \right. \\
&\quad \left. \left. - \gamma \frac{1}{2\delta} \left(-\gamma \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \right) \right] \right\} \\
&= \delta \left\{ t_s \left\{ \left[\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \left(4\delta^2 - \epsilon^2 + \epsilon^2\right) \right]^2 + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \right. \right. \\
&\quad \left. - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{\left(2\delta t_s - \epsilon t_n\right)^2}{t_s^2} \right\} \\
&\quad - 2t_n \left[\gamma^2 \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} + \gamma^2 \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \right. \\
&\quad \left. \left. - \gamma^2 \frac{\epsilon}{4\delta^2} \frac{1}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{2\delta t_s - \epsilon t_n}{t_s} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \delta\left\{t_s\left[\left(\gamma\frac{4\delta^2}{2\delta}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)^2+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\right.\right.\\
&\quad\left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)^2}{t_s^2}\right]-2t_n\left[\gamma^2\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\right.\\
&\quad\left.\left.+\gamma^2\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{2\delta t_s-\epsilon t_n}{t_s}\right]\right\}\\
&= \delta\left\{t_s\left[\gamma^2\frac{4\delta^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\right.\right.\\
&\quad\left.-\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)^2}{t_s^2}\right]-2t_n\left[\gamma^2\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\right.\\
&\quad\left.\left.+\gamma^2\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{\epsilon}{4\delta^2}\frac{1}{4\delta^2-\epsilon^2}\frac{2\delta t_s-\epsilon t_n}{t_s}\right]\right\}\\
&= \delta\gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{t_s^2}\left\{t_s\left[16\delta^4t_s^2+4\delta^2\epsilon^2t_s^2-\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2t_s^2\right.\right.\\
&\quad\left.-\epsilon^2\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)^2\right]-2t_n\left[2\delta\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)t_s^2+2\delta\epsilon^3t_s^2\right.\\
&\quad\left.\left.-\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)t_s\right]\right\}\\
&= \underbrace{\gamma^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{4\delta}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{t_s}}_{\geq 0}\left\{16\delta^4t_s^2+4\delta^2\epsilon^2t_s^2-\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2t_s^2\right.\\
&\quad-\epsilon^2\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)^2-2t_n\left[2\delta\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)t_s+2\delta\epsilon^3t_s\right.\\
&\quad\left.\left.-\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)\right]\right\}\\
&\sim 16\delta^4t_s^2+4\delta^2\epsilon^2t_s^2-\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2t_s^2-\epsilon^2\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)^2\\
&\quad-2t_n\left[2\delta\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)t_s+2\delta\epsilon^3t_s\right.\\
&\quad\left.-\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)\right]\\
&= 16\delta^4t_s^2+4\delta^2\epsilon^2t_s^2-\left(16\delta^4t_s-8\delta^2\epsilon^2t_s^2+\epsilon^4t_s^2\right)\\
&\quad-\left(4\delta^2\epsilon^2t_s^2-4\delta\epsilon^3t_nt_s+\epsilon^4t_n^2\right)-\left[4\delta\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)t_nt_s\right.\\
&\quad\left.+4\delta\epsilon^3t_nt_s-2\epsilon\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)t_n\right]\\
&= 8\delta^2\epsilon^2t_s^2-\epsilon^4t_s^2+4\delta\epsilon^3t_nt_s-\epsilon^4t_n^2-\left[16\delta^3\epsilon t_nt_s-4\delta\epsilon^3t_nt_s\right.\\
&\quad\left.+4\delta\epsilon^3t_nt_s-\left(8\delta^2\epsilon t_n-2\epsilon^3t_n\right)\left(2\delta t_s-\epsilon t_n\right)\right]\\
&= 8\delta^2\epsilon^2t_s^2-\epsilon^4t_s^2+4\delta\epsilon^3t_nt_s-\epsilon^4t_n^2\\
&\quad-\left[16\delta^3\epsilon t_nt_s-\left(16\delta^3\epsilon t_nt_s-8\delta^2\epsilon^2t_n^2-4\delta\epsilon^3t_nt_s+2\epsilon^4t_n^2\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 8\delta^2\epsilon^2 t_s^2 - \epsilon^4 t_s^2 + 4\delta\epsilon^3 t_n t_s - \epsilon^4 t_n^2 - 8\delta^2\epsilon^2 t_n^2 - 4\delta\epsilon^3 t_n t_s + 2\epsilon^4 t_n^2 \\
&= \left(8\delta^2\epsilon^2 - \epsilon^4\right) t_s^2 - \left(8\delta^2\epsilon^2 - \epsilon^4\right) t_n^2 \\
&= \underbrace{\epsilon^2}_{\geq 0} \underbrace{\left(8\delta^2 - \epsilon^2\right)}_{\geq 0} \underbrace{\left(t_s^2 - t_n^2\right)}_{\geq 0} \geq 0 \qquad \text{(A.100)}
\end{aligned}
$$

A.2.11 Spezialfall eines gemeinsamen Wertes der Zufallsvariablen bei vertraglicher Bindung

Diese Situation läßt sich durch die Parameterkonstellation $t_s = t_n = t$ darstellen. Mit Hilfe der vier relevanten Parameter b_i^{RR}, b_i^{NN}, c_{ii}^{RR} und c_{ij}^{RR} aus den Gleichungen (A.73), (A.75), (A.76) und (A.78) läßt sich die erwartete Gewinndifferenz (49) bestimmen:

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NN} &= \delta \Big\{ p_s \Big[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 \Big] \\
&\quad + 2c_{ij}^{RR} p_n \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \Big\} \\
&= \delta \left\{ p_s \left[\left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{p_s + p_n} t - \gamma \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{2\delta + \epsilon} \frac{1}{p_s + p_n} t \right)^2 \right.\right. \\
&\quad \left. - \gamma^2 \frac{1}{\left(2\delta p_s + \epsilon p_n\right)^2} t^2 + \gamma^2 \frac{1}{(2\delta + \epsilon)^2} \frac{1}{\left(p_s + p_n\right)^2} t^2 \right] \\
&\quad + 2\gamma \frac{1}{2\delta + \epsilon} \frac{1}{p_s + p_n} t p_n \left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{1}{p_s + p_n} t \right. \\
&\quad \left.\left. - \gamma \frac{\epsilon}{2\delta} \frac{1}{2\delta + \epsilon} \frac{1}{p_s + p_n} t \right) \right\} \\
&= \delta \left\{ p_s \left\{ \left[\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t}{p_s + p_n} \left(1 - \frac{\epsilon}{2\delta + \epsilon}\right) \right]^2 \right.\right. \\
&\quad \left. - \gamma^2 \frac{t^2}{\left(2\delta p_s + \epsilon p_n\right)^2} + \gamma^2 \frac{1}{(2\delta + \epsilon)^2} \frac{t^2}{\left(p_s + p_n\right)^2} \right\} \\
&\quad \left. + 2\gamma \frac{1}{2\delta + \epsilon} \frac{t}{p_s + p_n} p_n \left[\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t}{p_s + p_n} \left(1 - \frac{\epsilon}{2\delta + \epsilon}\right) \right] \right\} \\
&= \delta \left\{ p_s \left[\left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{2\delta}{2\delta + \epsilon} \frac{t}{p_s + p_n} \right)^2 - \gamma^2 \frac{t^2}{\left(2\delta p_s + \epsilon p_n\right)^2} \right.\right. \\
&\quad \left. + \gamma^2 \frac{1}{(2\delta + \epsilon)^2} \frac{t^2}{\left(p_s + p_n\right)^2} \right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& +2\gamma\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{t}{p_s+p_n}p_n\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{2\delta}{2\delta+\epsilon}\frac{t}{p_s+p_n}\right)\Bigg\} \\
= \;& \delta\left\{p_s\left[\left(\gamma\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{t}{p_s+p_n}\right)^2-\gamma^2\frac{t^2}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}+\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}\right.\right. \\
& \left.\left.\cdot\frac{t^2}{(p_s+p_n)^2}\right]+2\gamma\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{t}{p_s+p_n}p_n\left(\gamma\frac{1}{2\delta+\epsilon}\frac{t}{p_s+p_n}\right)\right\} \\
= \;& \delta\left\{p_s\left[\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}\frac{t^2}{(p_s+p_n)^2}-\gamma^2\frac{t^2}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}\right.\right. \\
& \left.\left.+\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}\frac{t^2}{(p_s+p_n)^2}\right]+2\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}\frac{t^2}{(p_s+p_n)^2}p_n\right\} \\
= \;& \delta\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}t^2\frac{1}{(p_s+p_n)^2} \\
& \cdot\left\{p_s\left[2-\frac{(2\delta+\epsilon)^2(p_s+p_n)^2}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}\right]+2p_n\right\} \\
= \;& \delta\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}t^2\frac{1}{(p_s+p_n)^2} \\
& \cdot\left[p_s\frac{2(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2(p_s+p_n)^2}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}\right. \\
& \left.+p_n\frac{2(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}\right] \\
= \;& \delta\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}t^2\frac{1}{(p_s+p_n)^2}\frac{1}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2} \\
& \cdot\left\{p_s\left[2(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2(p_s+p_n)^2\right]\right. \\
& \left.+2p_n(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2\right\} \\
= \;& \delta\gamma^2\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}t^2\frac{1}{(p_s+p_n)^2}\frac{1}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2} \\
& \cdot\left[2(p_s+p_n)(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2p_s(p_s+p_n)^2\right] \\
= \;& \underbrace{\delta}_{\geq 0}\underbrace{\gamma^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{(2\delta+\epsilon)^2}}_{\geq 0}\underbrace{t^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{p_s+p_n}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2}}_{\geq 0} \\
& \cdot\left[2(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2p_s(p_s+p_n)\right] \\
\sim \;& 2(2\delta p_s+\epsilon p_n)^2-(2\delta+\epsilon)^2p_s(p_s+p_n) \\
= \;& 2\left(4\delta^2p_s^2+4\delta\epsilon p_np_s+\epsilon^2p_n^2\right)-\left(4\delta^2+4\delta\epsilon+\epsilon^2\right)\left(p_s^2+p_np_s\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 8\delta^2 p_s^2 + 8\delta\epsilon p_n p_s + 2\epsilon^2 p_n^2 - 4\delta^2 p_s^2 - 4\delta^2 p_n p_s - 4\delta\epsilon p_s^2 \\
&\quad -4\delta\epsilon p_n p_s - \epsilon^2 p_s^2 - \epsilon^2 p_n p_s \\
&= \left(4\delta^2 - 4\delta\epsilon - \epsilon^2\right) p_s^2 + \left(-4\delta^2 + 4\delta\epsilon - \epsilon^2\right) p_n p_s + 2\epsilon^2 p_n^2 \\
&= \left(4\delta^2 - 4\delta\epsilon + \epsilon^2\right) \left(p_s^2 - p_n p_s\right) - 2\epsilon^2 p_s^2 + 2\epsilon^2 p_n^2 \\
&= (2\delta - \epsilon)^2 p_s (p_s - p_n) - 2\epsilon^2 \left(p_s^2 - p_n^2\right) \\
&= (2\delta - \epsilon)^2 p_s (p_s - p_n) - 2\epsilon^2 (p_s - p_n)(p_s + p_n) \\
&= \underbrace{(p_s - p_n)}_{\geq 0} \left[(2\delta - \epsilon)^2 p_s - 2\epsilon^2 (p_s + p_n)\right] \\
&\sim (2\delta - \epsilon)^2 p_s - 2\epsilon^2 (p_s + p_n) \\
&= 4\delta(\delta - \epsilon) p_s + \epsilon^2 p_s - 2\epsilon^2 (p_s + p_n) \\
&= 4\delta(\delta - \epsilon) \underbrace{p_s}_{\geq 0} - \epsilon^2 \underbrace{p_s}_{\geq 0} - 2\epsilon^2 p_n \\
&\sim 4\delta(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 - 2\epsilon^2 \frac{p_n}{p_s} \qquad \text{(A.101)}
\end{aligned}
$$

Nach diesem Ausdruck kann eine positive oder negative erwartete Gewinndifferenz sowie eine von Null resultieren. Im folgenden soll daher eine Abgrenzung nach Parameterbereichen vorgenommen werden.

- $\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NN} > 0$

$$
\begin{aligned}
4\delta(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 - 2\epsilon^2 \frac{p_n}{p_s} &> 0 \\
4\delta(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 &> 2\epsilon^2 \frac{p_n}{p_s}
\end{aligned}
$$

Wegen $p_n \leq p_s$ gilt für das Verhältnis $\frac{p_n}{p_s} \in [0;1]$. Der maximale Wert, den $\frac{p_n}{p_s}$ annehmen kann, ist also 1. Damit ist $4\delta(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 - 2\epsilon^2 \frac{p_n}{p_s}$ also auf alle Fälle positiv, wenn gilt:

$$
\begin{aligned}
4\delta(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 &> 2\epsilon^2 \\
4\delta(\delta - \epsilon) &> 3\epsilon^2 \\
-3\epsilon^2 - 4\delta\epsilon + 4\delta^2 &> 0 \qquad \text{(A.102)}
\end{aligned}
$$

Die beiden Wurzeln dieses quadratischen Polynoms berechnen sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{+,-} &= \frac{4\delta \pm \sqrt{16\delta^2 + 48\delta^2}}{-6} \\
&= \frac{4\delta \pm \sqrt{64\delta^2}}{-6} \\
&= -\frac{2\delta\,(1 \pm 2)}{3}
\end{aligned}$$

$$\epsilon_{+} = -2\delta \tag{A.103}$$

ϵ_{+} ist jedoch nicht möglich, da annahmegemäß $\epsilon \in (-\delta;\delta]$ gelten muß.

$$\epsilon_{-} = \frac{2}{3}\delta \tag{A.104}$$

Damit kommt nur (A.104) in Frage, da ϵ_{-} innerhalb des Bereichs $(-\delta;\delta]$ liegt. Daher ergibt sich eine positive erwartete Gewinndifferenz (A.101) für $\epsilon < \frac{2}{3}\delta$ oder $\frac{\epsilon}{\delta} < \frac{2}{3}$.

- $\Delta \mathrm{E}\;(\pi_i)^{RR/NN} < 0$ Für den Fall einer negativen erwarteten Gewinndifferenz (A.101) verläuft die Argumentation analog:

$$\begin{aligned}
4\delta\,(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 - 2\epsilon^2\frac{p_n}{p_s} &< 0 \\
4\delta\,(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 &< 2\epsilon^2\frac{p_n}{p_s}
\end{aligned}$$

Wegen $p_n \leq p_s$ gilt für das Verhältnis $\frac{p_n}{p_s} \in [0;1]$. Der minimale Wert, den $\frac{p_n}{p_s}$ annehmen kann, ist also 0. Damit ist $4\delta\,(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 - 2\epsilon^2\frac{p_n}{p_s}$ also auf alle Fälle negativ, wenn gilt:

$$\begin{aligned}
4\delta\,(\delta - \epsilon) - \epsilon^2 &< 0 \\
-\epsilon^2 - 4\delta\epsilon + 4\delta^2 &< 0 \qquad \text{(A.105)}
\end{aligned}$$

Die beiden Wurzeln dieses quadratischen Polynoms berechnen sich folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
\epsilon_{+,-} &= \frac{4\delta \pm \sqrt{16\delta^2 + 16\delta^2}}{-2} \\
&= \frac{4\delta \pm \sqrt{32\delta^2}}{-2} \\
&= -\left(2\delta \pm 2\sqrt{2}\delta\right) \\
&= -2\delta\left(1 \pm \sqrt{2}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\epsilon_{+} = -2\delta\left(1 + \sqrt{2}\right) \tag{A.106}
$$

ϵ_{+} ist jedoch nicht möglich, da annahmegemäß $\epsilon \in (-\delta; \delta]$ gelten muß.

$$
\epsilon_{-} = -2\delta\left(1 - \sqrt{2}\right) \tag{A.107}
$$

Damit kommt nur (A.107) in Frage, da ϵ_{-} innerhalb des Bereichs $(-\delta; \delta]$ liegt. Es ergibt sich also eine negative erwartete Gewinndifferenz (A.101) für $\epsilon > 2\delta\left(\sqrt{2} - 1\right)$ oder $\frac{\epsilon}{\delta} > 2\delta\left(\sqrt{2} - 1\right)$.

A.2.12 Spezialfall unabhängiger Werte bei vertraglicher Bindung

Diese Situation läßt sich durch die Parameterkonstellation $t_n = u_n = 0$ darstellen, die auch zur Folge hat, daß $p_n = 0$. Mit Hilfe der vier relevanten Parameter b_i^{RR}, b_i^{NN}, c_{ii}^{RR} und c_{ij}^{RR} aus den Gleichungen (A.83), (A.85), (A.86) und (A.88) läßt sich die erwartete Gewinndifferenz (49) berechnen:

$$
\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\left(\pi_i\right)^{RR/NN} &= \delta\left\{p_s\left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2\right]\right. \\
&\quad \left. + 2c_{ij}^{RR} p_n\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)\right\} \\
&= \delta p_s\left[\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{t_s}{p_s} + \gamma\frac{\epsilon}{2\delta}\frac{\epsilon}{4\delta^2 - \epsilon^2}\frac{t_s}{p_s}\right)^2\right. \\
&\quad \left. + \gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2}\frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2\frac{1}{4\delta^2}\frac{t_s^2}{p_s^2}\right]
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
&= \delta p_s \left\{ \left[\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{t_s}{p_s} \left(1 + \frac{\epsilon^2}{4\delta^2 - \epsilon^2} \right) \right]^2 \right. \\
&\quad \left. + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right\} \\
&= \delta p_s \left[\left(\gamma \frac{1}{2\delta} \frac{4\delta^2}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \delta p_s \left[\left(\gamma \frac{2\delta}{4\delta^2 - \epsilon^2} \frac{t_s}{p_s} \right)^2 + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \delta p_s \left[\gamma^2 \frac{4\delta^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} + \gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} - \gamma^2 \frac{1}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s^2} \right] \\
&= \delta \gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{t_s^2}{p_s} \left[4\delta^2 + \epsilon^2 - \frac{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2}{4\delta^2} \right] \\
&= \delta \gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{16\delta^4 + 4\delta^2\epsilon^2 - 16\delta^4 + 8\delta^2\epsilon^2 - \epsilon^4}{4\delta^2} \frac{t_s^2}{p_s} \\
&= \gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2} \frac{12\delta^2\epsilon^2 - \epsilon^4}{4\delta} \frac{t_s^2}{p_s} \\
&= \underbrace{\gamma^2}_{\geq 0} \underbrace{\frac{1}{\left(4\delta^2 - \epsilon^2\right)^2}}_{\geq 0} \underbrace{\frac{\epsilon^2}{4\delta}}_{\geq 0} \underbrace{\left(12\delta^2 - \epsilon^2\right)}_{\geq 0} \underbrace{\frac{t_s^2}{p_s}}_{\geq 0} \geq 0 \qquad \text{(A.108)}
\end{aligned}$$

A.2.13 Spezialfall vollkommener Signale bei vertraglicher Bindung

Diese Situation läßt sich durch die Parameterkonstellation $u_s = u_n = 0$ darstellen, die auch zur Folge hat, daß $p_n = t_n$ und $p_s = t_s$. Mit Hilfe der vier relevanten Parameter b_i^{RR}, b_i^{NN}, c_{ii}^{RR} und c_{ij}^{RR} aus den Gleichungen (A.92), (A.94), (A.95) und (A.97) läßt sich die erwartete Gewinndifferenz (49) berechnen:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathrm{E}\ (\pi_i)^{RR/NN} &= \delta \left\{ \underbrace{p_s}_{=t_s} \left[\left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right)^2 + \left(c_{ij}^{RR}\right)^2 - \left(b_i^{NN}\right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + 2 c_{ij}^{RR} \underbrace{p_n}_{=t_n} \left(b_i^{RR} + c_{ii}^{RR}\right) \right\}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \delta\left\{t_s\left[\left(\gamma\frac{1}{2\delta}+\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)^2+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\right.\right.\\
&\quad\left.\left.-\gamma^2\frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\right]-2\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}t_n\left(\gamma\frac{1}{2\delta}+\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)\right\}\\
&= \delta\left\{t_s\left\{\left[\gamma\frac{1}{2\delta}\left(1+\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)\right]^2+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\right.\right.\\
&\quad\left.\left.-\gamma^2\frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\right\}-2\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}t_n\left[\gamma\frac{1}{2\delta}\left(1+\frac{\epsilon^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)\right]\right\}\\
&= \delta\left\{t_s\left[\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{4\delta^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)^2+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\right]\right.\\
&\quad\left.-2\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}t_n\left(\gamma\frac{1}{2\delta}\frac{4\delta^2}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)\right\}\\
&= \delta\left\{t_s\left[\left(\gamma\frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)^2+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\right]\right.\\
&\quad\left.-2\gamma\frac{\epsilon}{4\delta^2-\epsilon^2}t_n\left(\gamma\frac{2\delta}{4\delta^2-\epsilon^2}\right)\right\}\\
&= \delta\left\{t_s\left[\gamma^2\frac{4\delta^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}+\gamma^2\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}-\gamma^2\frac{t_s^2}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\right]\right.\\
&\quad\left.-2\gamma^2\frac{2\delta\epsilon}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}t_n\right\}\\
&= \delta\left\{\gamma^2\frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left[4\delta^2\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2-\right.\right.\\
&\quad\left.\left.+\epsilon^2\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2-t_s^2\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2\right]t_s-4\gamma^2\frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\delta\epsilon t_n\right\}\\
&= \delta\gamma^2\frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left\{\left[4\delta^2\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2\right.\right.\\
&\quad\left.\left.+\epsilon^2\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2-t_s^2\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2\right]t_s-4\delta\epsilon\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2t_n\right\}\\
&= \delta\gamma^2\frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left\{\left[4\delta^2\left(4\delta^2t_s^2+4\delta\epsilon t_nt_s+\epsilon^2t_n^2\right)\right.\right.\\
&\quad\left.+\epsilon^2\left(4\delta^2t_s^2+4\delta\epsilon t_nt_s+\epsilon^2t_n^2\right)-t_s^2\left(16\delta^4-8\delta^2\epsilon^2+\epsilon^4\right)\right]t_s\\
&\quad\left.-4\delta\epsilon\left(4\delta^2t_s^2+4\delta\epsilon t_nt_s+\epsilon^2t_n^2\right)t_n\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \delta\gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left[\left(16\delta^4 t_s^2+16\delta^3\epsilon t_n t_s+4\delta^2\epsilon^2 t_n^2\right.\right.\\
&\quad \left.+4\delta^2\epsilon^2 t_s^2+4\delta\epsilon^3 t_n t_s+\epsilon^4 t_n^2-16\delta^4 t_s^2+8\delta^2\epsilon^2 t_s^2-\epsilon^4 t_s^2\right) t_s\\
&\quad \left.-\left(16\delta^3\epsilon t_s^2+16\delta^2\epsilon^2 t_n t_s+4\delta\epsilon^3 t_n^2\right) t_n\right]\\
&= \delta\gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left(16\delta^4 t_s^3+16\delta^3\epsilon t_n t_s^2\right.\\
&\quad +4\delta^2\epsilon^2 t_n^2 t_s+4\delta^2\epsilon^2 t_s^3+4\delta\epsilon^3 t_n t_s^2+\epsilon^4 t_n^2 t_s-16\delta^4 t_s^3\\
&\quad \left.+8\delta^2\epsilon^2 t_s^3-\epsilon^4 t_s^3-16\delta^3\epsilon t_n t_s^2-16\delta^2\epsilon^2 t_n^2 t_s-4\delta\epsilon^3 t_n^3\right)\\
&= \delta\gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left[\left(16\delta^4-16\delta^4+8\delta^2\epsilon^2-\epsilon^4\right.\right.\\
&\quad \left.+4\delta^2\epsilon^2\right) t_s^3+\left(16\delta^3\epsilon+4\delta\epsilon^3-16\delta^3\epsilon\right) t_n t_s^2\\
&\quad \left.+\left(4\delta^2\epsilon^2+\epsilon^4-16\delta^2\epsilon^2\right) t_n^2 t_s-4\delta\epsilon^3 t_n^3\right]\\
&= \delta\gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left[\left(12\delta^2\epsilon^2-\epsilon^4\right) t_s^3+4\delta\epsilon^3 t_n t_s^2\right.\\
&\quad \left.-\left(12\delta^2\epsilon^2-\epsilon^4\right) t_n^2 t_s-4\delta\epsilon^3 t_n^3\right]\\
&= \delta\gamma^2 \frac{1}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left[\left(12\delta^2\epsilon^2-\epsilon^4\right)\left(t_s^3-t_n^2 t_s\right)\right.\\
&\quad \left.+4\delta\epsilon^3\left(t_n t_s^2-t_n^3\right)\right]\\
&= \delta\gamma^2 \frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}\left[\left(12\delta^2-\epsilon^2\right) t_s\left(t_s^2-t_n^2\right)\right.\\
&\quad \left.+4\delta\epsilon t_n\left(t_s^2-t_n^2\right)\right]\\
&= \underbrace{\delta}_{\geq 0}\underbrace{\gamma^2}_{\geq 0}\underbrace{\frac{\epsilon^2}{\left(4\delta^2-\epsilon^2\right)^2}}_{\geq 0}\underbrace{\frac{1}{\left(2\delta t_s+\epsilon t_n\right)^2}}_{\geq 0}\underbrace{\left(t_s^2-t_n^2\right)}_{\geq 0}\\
&\quad \cdot\left[\underbrace{\left(12\delta^2-\epsilon^2\right)}_{\geq 0}\underbrace{t_s}_{\geq 0}+\underbrace{4\delta\epsilon t_n}_{\geq 0}\right] \geq 0
\end{aligned}
\tag{A.109}
$$

Literatur

Albach, H., Jin, J. Y., Schenk, C., (Hrsg.) (1996): *Collusion through Information Sharing? New Trends in Competition Policy*. Berlin.

Basar, T., Ho, Y.-C. (1974): Informational Properties of the Nash Solutions of two Stochastic Nonzero-sum Games. *Journal of Economic Theory* 7, 370–387.

Bulow, J. I., Geanakoplos, J. D., Klemperer, P. D. (1985): Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements. *Journal of Political Economy* 93, 488–511.

Clarke, R. N. (1983): Collusion and the Incentives for Information Sharing. *Bell Journal of Economics* 14, 383–394.

Crawford, V. P., Sobel, J. (1982): Strategic Information Transmission. *Econometrica* 50, 1431–1451.

Farmer, A. (1994): Information Sharing with Capacity Uncertainty: The Case of Coffee. *Canadian Journal of Economics* 27, 415–432.

Fried, D. (1984): Incentives for Information Production and Disclosure in a Duopolistic Environment. *Quarterly Journal of Economics* 99, 367–381.

Gal-Or, E. (1985): Information Sharing in Oligopoly. *Econometrica* 53, 329–343.

Gal-Or, E. (1986): Information Transmission - Cournot and Bertrand Equilibria. *Review of Economic Studies* 53, 85–92.

Harsanyi, J. C. (1967): Games with Incomplete Information Played by „Bayesian“ Players, I - III. Part I. The Basic Model. *Management Science* 14, 159–182.

Harsanyi, J. C. (1968a): Games with Incomplete Information Played by „Bayesian“ Players, Part II. Bayesian Equilibrium Points. *Management Science* 14, 320–334.

Harsanyi, J. C. (1968b): Games with Incomplete Information Played by „Bayesian“ Players, Part III. The Basic Probability Distribution of the Game. *Management Science* 14, 486–502.

Hartung, J. (1998): *Statistik*. 11. Aufl.. München, Wien.

Hviid, M. (1989): Risk-averse Duopolists and Voluntary Information Transmission. *Journal of Industrial Economics* 38, 49–64.

Hwang, H. S., Lee, N. S. (1992): Effect of Risk Aversion on the Incentive to Share Information. *International Economic Journal* 6, 17–31.

Jin, J. Y. (1992): Information Sharing in Oligopoly: A General Model. Discussion Paper No. 1026, Krannert Graduate School of Management, Purdue University. West Lafayette.

Kao, J. L., Hughes, J. S. (1993): Note on Risk Aversion and Sharing of Firm-specific Information in Duopolies. *Journal of Industrial Economics* 16, 103–112.

Kirby, A. J. (1988): Trade Associations as Information Exchange Mechanisms. *Rand Journal of Economics* 19, 138–146.

Li, L. (1985): Cournot Oligopoly with Information Sharing. *Rand Journal of Economics* 16, 521–536.

Marschak, J., Radner, R. (1972): *Economic Theory of Teams*. New Haven.

Novshek, W., Sonnenschein, H. (1982): Fulfilled Expectations Cournot Duopoly with Information Acquisition and Release. *Bell Journal of Economics* 13, 214–218.

Okuno-Fujiwara, M., Postlewaite, A., Suzumura, K. (1990): Strategic Information Revelation. *Review of Economic Studies* 57, 25–47.

Ponssard, J. P. (1979): The Strategic Role of Information on the Demand Function in an Oligopolistic Market. *Management Science* 25, 25–47.

Radner, R. (1962): Team Decision Problems. *Annals of Mathematical Statistics* 33, 857–881.

Raith, M. (1996): A General Model of Information Sharing in Oligopoly. *Journal of Economic Theory* 71, 260–288.

Sakai, Y. (1986): Cournot and Bertrand Equilibria under Imperfect Information. *Journal of Economics* 46, 213–232.

Sakai, Y. (1990): Information Sharing in Oligopoly: Overview and Evaluation. Part I. Alternative Models with a Common Risk. *Keio Economic Studies* 27, 17–42.

Sakai, Y. (1991): Information Sharing in Oligopoly: Overview and Evaluation. Part II. Private Risks and Oligopoly Models. *Keio Economic Studies* 28, 51–71.

Sakai, Y., Yamato, T. (1989): Oligopoly, Information and Welfare. *Journal of Economics* 49, 3–24.

Sakai, Y., Yoshizumi, A. (1991): The Impact of Risk Aversion on Information Transmission between Firms. *Journal of Economics* 53, 51–73.

Schönfeld, P. (1969): *Methoden der Ökonometrie, Band I*. Berlin, Frankfurt/M.

Shapiro, C. (1986): Exchange of Cost Information in Oligopoly. *Review of Economic Studies* 53, 433–446.

Stigler, G. (1964): A Theory of Oligopoly. *Journal of Political Economy* 72, 44–61.

Vives, X. (1984): Duopoly Information Equilibrium: Cournot and Bertrand. *Journal of Economic Theory* 34, 71–94.

Ziv, A. (1993): Information Sharing in Oligopoly: The Truth-telling Problem. *Rand Journal of Economics* 24, 455–465.