

Dynamik fraktionaler Flußwirbel in langen Josephsonkontakten

DISSERTATION

Zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät der Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

TOBIAS GABER

aus Berlin

2007

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Mai 2007
Dekan: Prof. Dr. N. Schopohl
1. Berichterstatter: Prof. Dr. R. Kleiner
2. Berichterstatter: Prof. Dr. D. Kölle
3. Berichterstatter: Prof. Dr. A. Ustinov

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die statischen und dynamischen Eigenschaften so genannter fraktionaler Flußwirbel in langen Josephsonkontakten untersucht. Im Gegensatz zu den in der Supraleitung seit langem bekannten Abrikosov- und Josephson-Vortizes, welche jeweils ein magnetisches Flußquant Φ_0 tragen, sind fraktionale Flußwirbel noch relativ neue Objekte, deren Untersuchung erst in jüngster Zeit begonnen hat. Ziel dieses Dissertationsvorhabens war es, diesen neuen Vortex-Typ bzgl. seiner klassischen Eigenschaften zu charakterisieren und den Rahmen zu schaffen, um im nächsten Schritt Untersuchungen zum Verhalten fraktionaler Flußwirbel im Quantenregime durchführen zu können.

Fraktionale Flußwirbel, auch fraktionale Vortizes oder kurz κ -Vortizes genannt, sind zirkulierende Supraströme, die sich durch die besondere Eigenschaft auszeichnen, einen *beliebigen* Teil $\kappa\Phi_0/2\pi$ mit $-2\pi \leq \kappa \leq 2\pi$ des magnetischen Flußquants tragen zu können. Sie sind ortsgebundene, zu einem gewissen Grad durch äußere Kräfte verformbare Objekte, die sich spontan an den Phasensprungstellen so genannter 0 - κ -Josephsonkontakte ausbilden können. Letztere sind facettierte, lange, eindimensionale Josephsonkontakte, deren einzelne Teilbereiche alternierend die zwei verschiedenen Suprastrom-Phasen-Beziehungen, $I_{s,0} = I_c \sin(\mu)$ und $I_{s,\kappa} = I_c \sin(\mu + \kappa)$, aufweisen. Diese Struktur führt dazu, daß die Josephsonphase an den Berührungspunkten der Facetten um den Wert $\pm\kappa$ springt. Aus energetischen Gesichtspunkten ist es nun vorteilhaft, diesen Phasensprung durch Ausbildung eines zirkulieren Suprastroms, des fraktionalen Flußwirbels, zu kompensieren.

Ein Spezialfall dieser 0 - κ -Kontakte, nämlich der 0 - π -Kontakt, ist dabei schon deutlich länger bekannt und Gegenstand diverser theoretischer und experimenteller Arbeiten. In 0 - π -Kontakten tragen κ -Wirbel genau ein halbes magnetisches Flußquant $\Phi_0/2$, weshalb sie in diesem System vornehmlich Semifluxonen genannt werden. Da sie mit zwei energetisch entarteten Polaritäten, $\pm\Phi_0/2$, auftreten und den Grundzustand des Systems darstellen, lassen sie sich auch als ein mesoskopisches Spin- $\frac{1}{2}$ System begreifen – ihre Ausdehnung beträgt dabei typischerweise ~ 1 – $100 \mu\text{m}$. Dieser „Spin“ kann durch äußere Ströme und Felder bequem manipuliert werden und eignet sich damit hervorragend, um beispielsweise die

Dynamik in Spin-Molekülen und -Kristallen zu untersuchen aber auch als Baustein für künstliche, maßgeschneiderte Materie.

Seit kurzer Zeit existieren diverse Technologien, die die Fabrikation von $0-\pi$ -Kontakten erlauben, jedoch war es bisher nicht möglich, die *dynamischen* Eigenschaften von Semifluxonen zu studieren. Erst die Realisierung von so genannten „künstlichen“ $0-\pi$ -Kontakten erlaubte hier entsprechende experimentelle Untersuchungen. In diesem System wird der Phasensprung durch einen extern steuerbaren Strom erzeugt.

Ziel dieser Arbeit war es zum einen, diese neuen, künstlichen $0-\pi$ -Kontakte zu charakterisieren und mit ihrer Hilfe die statischen und erstmals auch dynamischen Eigenschaften von Semifluxonen zu studieren. Hierbei gelang u. a. der experimentelle Nachweis der theoretisch vorhergesagten halbzahligen Nullfeldstufen, die Ausdruck eines zeitlich periodischen Umklappprozesses fraktionaler Flußwirbel in Josephsonkontakten mittlerer Länge und geringer Dämpfung sind.

Da sich mithilfe künstlicher $0-\pi$ -Kontakte jedoch nicht nur π -, sondern beliebige Phasensprünge realisieren lassen, waren entsprechende Untersuchungen auch an κ -Vortizes mit $\kappa \neq \pi$ möglich.

Hier konnte gezeigt werden, daß auch im Falle $\kappa \neq \pi$ eine halbzahlige Quantisierung der Nullfeldstufen vorliegt. Das primäre Interesse galt allerdings einer besonderen Eigenschaft fraktionaler Flußwirbel: Im Gegensatz zu Josephson-Fluxonen sind κ -Vortizes zu einer charakteristischen Eigenschwingung um ihre Ruhelage fähig, deren Frequenz innerhalb der so genannten Plasmabandlücke liegt und über die Größe des Phasensprungs κ und einen angelegten externen Biasstrom kontinuierlich zwischen der Plasmafrequenz und Null durchgestimmt werden kann. Die Abhängigkeit der Eigenschwingung eines einzelnen κ -Wirbels von Biasstrom und κ konnte nun erstmals experimentell bestimmt werden, wobei das Verfahren der Resonanzspektroskopie eingesetzt wurde.

Neben der experimentellen Charakterisierung der rein klassischen Eigenschaften fraktionaler Flußwirbel ist aber auch ihr Verhalten im Quantenregime von Interesse. Es zeigt sich, daß bei hinreichend niedrigen Temperaturen sowohl im Verhalten eines einzelnen fraktionalen Vortex als auch in speziellen Vortex-Molekülen Quanteneffekte bemerkbar werden, wobei der Übergang vom klassischen ins Quantenregime im Bereich von $T \sim 100$ mK zu erwartet ist.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Grundlagen	6
1.1 Grundlegende Eigenschaften von Josephson-Tunnelkontakten	7
1.1.1 Der Josephson-Effekt	7
1.1.2 Punktförmige Tunnelkontakte	8
1.1.3 Kurze Tunnelkontakte im Magnetfeld	13
1.2 Lange Josephsonkontakte	15
1.2.1 Sinus-Gordon-Gleichung	15
1.2.2 Anregungen	18
1.3 π -Kontakte	22
1.4 $0-\pi$ -Kontakte	23
1.4.1 Modell	23
1.4.2 Semifluxonen	24
1.4.3 Realisierungen von $0-\pi$ -Kontakten	31
2 Künstliche $0-\pi$-Kontakte	36
2.1 Modell	37
2.2 Kalibrierung der Injektoren	39
2.3 Proben	42
2.4 Meßaufbau	45
2.5 Experimentelle Beobachtungen	47
2.6 Dynamik	49
2.7 Zusammenfassung	51
3 Einfluß endlicher Injektorstrukturen	52

3.1	Modell	53
3.2	Proben und Meßaufbau	54
3.3	$i_c(\kappa)$ -Modulation	55
3.4	Kritischer Strom vs. Magnetfeld	62
3.5	Zusammenfassung	69
4	Fraktionale Flußwirbel	70
4.1	κ -Wirbel	71
4.2	Dynamik fraktionaler Flußwirbel	73
4.2.1	Proben und Meßaufbau	76
4.2.2	Experimentelle Beobachtungen	76
4.2.3	Zusammenfassung	79
4.3	Oszillatorische Eigenmoden	79
4.3.1	Eigenfrequenz eines κ -Vortex	80
4.3.2	Experimentelle Vorüberlegungen	84
4.3.3	Thermische Aktivierung	88
4.3.4	Resonante Aktivierung	95
4.3.5	Meßaufbau	106
4.3.6	Proben	111
4.3.7	Charakterisierung des Meßaufbaus	111
4.3.8	Thermische Aktivierungsmessungen	114
4.3.9	Plasmafrequenzspektroskopie	117
4.3.10	Eigenfrequenzmessungen	123
4.3.11	Diskussion	124
4.3.12	Zusammenfassung	132
5	Fraktionale Flußwirbel im Quantenregime	133
5.1	Aktivierung eines fraktionalen Vortex	135
5.2	Quantentunneln eines Semifluxons	136
5.3	Quantentunneln in Semifluxon-Molekülen	141
5.4	Zusammenfassung	146
	Ausblick	148
	Literaturverzeichnis	150

Einleitung

Im Zuge der immer weiter voranschreitenden Miniaturisierung lassen sich schon heute aktive Strukturen herstellen, die nur noch wenige Atome umfassen und Prozesse untersuchen, die auf inneratomaren Zeitskalen ablaufen. Die in nanoskaligen Systemen dominierenden quantenmechanischen Effekte lassen jedoch gewohnte, klassische Designprinzipien, welche seit über zwei Jahrzehnten die erfolgreiche Entwicklung neuer elektronischer Bauelemente bestimmen, an ihre Grenzen stoßen und erschweren einen weiteren Verkleinerungsprozeß. Dabei stellt der Übergang zu atomaren Dimensionen eine große Herausforderung dar und bedarf völlig neuer Konzepte, eröffnet aber auch die faszinierende Möglichkeit, Materie auf atomarer Ebene maßzuschneidern und in ihren Quanteneigenschaften zu kontrollieren. Nicht nur ließen sich völlig neuartige Materialien kreieren, auch böte sich die Möglichkeit, Quantenmechanik und (klassische) Computer zu Quantencomputern [Ben80; Fey82; Fey85; DiV95; BD00] zu verbinden. Es zeigt sich dabei, daß Quantencomputer ihren klassischen Verwandten in einigen Bereichen deutlich überlegen sind [BD00; Sho94; Llo96; AL97], da ihnen zwei neue, nur in Quantensystemen zugängliche Ressourcen zur Verfügung stehen: Die Superposition von Zuständen und die Verschränkung von Sub-Systemen.

Ist die Idee des Quantencomputers noch recht simpel und sind die Fortschritte in der Quanteninformationstheorie enorm, so stellt sich seine praktische Realisierung als äußerst kompliziert heraus [Zur91]. Zwar ist man mittlerweile in der Lage, Materie auf atomarer Ebene zu untersuchen und aktiv zu manipulieren, selbst die kohärente Kontrolle einzelner Quantensysteme konnte gezeigt werden. Jedoch ist man noch weit davon entfernt, die quantenmechanische Dynamik auch in mesoskopischen

Viel-Teilchen-Systemen zu beherrschen.

Essentielle Voraussetzung für eine kohärente Kontrolle mesoskopischer Viel-Teilchen-Systeme ist ein detailliertes Verständnis dafür, wie sich die individuellen Eigenschaften der atomaren Bausteine sowie deren Wechselwirkung untereinander auf die kollektiven physikalischen Eigenschaften eines aus ihnen zusammengesetzten Systems auswirken. Darüber hinaus ist es erforderlich, die Ankopplung des Quantensystems an seine Umgebung gezielt beeinflussen zu können. Hierfür bedarf es geeigneter Modellsysteme mit bekannter Geometrie und extern kontrollierbaren Parametern, in denen sich die inneren Korrelationen, Quanteneffekte und Dekohärenzprozesse studieren lassen. Mittlerweile finden Untersuchungen an einer Vielzahl von verschiedenen Systemen statt, die von Quantengasen über einzelne Ionen und Atome bis zu Quantenpunkten und supraleitenden Elementen reichen.

Festkörper-basierte Modellsysteme haben dabei den Vorzug, daß sie gut skalierbar sind, mittels etablierter Fertigungsverfahren hergestellt werden können und sich in vielen Fällen direkt in die bestehende elektronische Infrastruktur heutiger Computer einbinden lassen. Jedoch liegt es in der Natur dieser mesoskopischen Objekte, daß sie eine starke Ankopplung an eine Vielzahl potentiell störender Freiheitsgrade besitzen und damit weit stärker Dekohärenzeffekten unterliegen als beispielsweise isolierte Ionen und Atome. Von daher ist es auch nicht weiter verwunderlich, daß der höchste Grad kohärenter Kontrolle momentan in Quantengasen und Systemen aus einzelnen Ionen erreicht wird, die sich weit besser von ihrer Umgebung isolieren lassen.

Supraleitende Strukturen spielen unter den festkörper-basierten Systemen eine Sonderrolle, da sie ihre ungewöhnlichen Eigenschaften bereits einem makroskopischen Quanteneffekt verdanken. Dieses Quantenphänomen bestimmt auch die Dynamik der Ladungsträger und elektromagnetischen Felder in Josephsonkontakten, so daß leicht zugängliche, makroskopische Größen wie Strom und Spannung Quanteneffekten unterliegen [MSS01].

Ein sehr interessantes und vielfältiges Modellsystem auf Basis von Josephsonkontakten, dessen Grundelemente so genannte fraktionale Flußwirbel sind, steht nun im Zentrum dieser Arbeit.

Seit langer Zeit ist bekannt, daß ein Magnetfeld, das senkrecht zur Barriere eines langen Josephsonkontakts orientiert ist, in diesen nur in Form

quantisierter Flußwirbel, der Fluxonen, eindringen kann. Jeder dieser Wirbel transportiert dabei ein magnetisches Flußquant Φ_0 . Fluxonen sind zirkulierende Supraströme, denen sich diverse teilchenartige Eigenschaften wie Masse, Ort und Impuls zuordnen lassen, da es sich bei ihnen aus mathematischer Sicht um Solitonen handelt. Sie sind seit über 30 Jahren Gegenstand theoretischer und experimenteller Arbeiten [Ust98], und diverse auf Fluxonen basierende klassische Anwendungen sowie ihre Verwendung als Bausteine zur Quanteninformationsverarbeitung wurden vorgeschlagen und untersucht.

In jüngster Zeit ist es nun möglich geworden, so genannte Josephson- π -Kontakte herzustellen [BKS77; KAL⁺02; ROR⁺01; LTR⁺02; Har95; WKG⁺06; BSH⁺06]. Diese führen in Kombination mit den bisher betrachteten Standardkontakten (0-Kontakte) zu ungewöhnlichen, neuen Phänomenen. Unter anderem läßt sich die spontane Ausbildung eines neuen Vortex-Typs beobachten [HAS⁺03; KTR⁺96; KTM99; TK00; SYI02], der lediglich $\Phi_0/2$ an magnetischem Fluß trägt und daher auch Semifluxon genannt wird [GKK02; BKS78; XMT95]. Im Gegensatz zu Fluxonen sind Semifluxonen nicht frei bewegliche, sondern ortsgebundene Objekte. Sie treten in zwei entarteten Zuständen auf, die sich nur durch die Polarität des magnetischen Flusses unterscheiden; in entsprechender Analogie zu einem Spin- $\frac{1}{2}$ -System. Allerdings ist die Ausdehnung dieses künstlichen Spins mit $\sim 10 \mu\text{m}$ mesoskopisch.

Zur Zeit existieren diverse Technologien, die die Herstellung kombinierter 0- π -Kontakte, so genannter 0- π -Kontakte ermöglichen [SHR⁺02; GSG⁺04; WKK⁺06]. Jedoch eignet sich bisher nur eine einzige für die Untersuchung der dynamischen Eigenschaften von Semifluxonen [GSG⁺04]. In diesem, auf einem Standardkontakt basierenden System wird der Effekt einer 0- π -Grenzfläche mittels eines kleinen Elektrodenpaares hervorgerufen. Diese Technik, ursprünglich von Ustinov [Ust02] entwickelt, um Fluxonen in ringförmige Josephsonkontakte zu injizieren, erlaubt es, nicht nur 0- π , sondern beliebige, extern steuerbare Phasengrenzen zu erzeugen [GSG⁺04]. 0- κ -Kontakte – κ kann dabei beliebige Werte annehmen – eröffnen damit die Möglichkeit, nicht nur Fluxonen und Semifluxonen zu studieren, sondern gestatten es auch, einen viel allgemeineren Vortex-Typ, den fraktionalen Flußwirbel [GKK04], zu untersuchen.

Da fraktionale Flußwirbel erst seit kurzer Zeit erforscht werden, liegen

nur wenige theoretische und kaum experimentelle Erkenntnisse über ihre individuellen und kollektiven Eigenschaften vor. Allerdings läßt sich aus dem bereits Bekannten schließen, daß es sich bei fraktionalen Flußwirbeln um sehr interessante, nichtlineare Objekte handelt: Sie tragen nur den Bruchteil $\kappa/2\pi$ eines magnetischen Flußquants, besitzen eine charakteristische Eigenfrequenz [GSK⁺05; BGS⁺07], bilden eine Vielzahl an Grundzuständen [KCK00; GKK03; ZG04; GKK04; SvGV⁺03; KMS97], können umklappen [HAS⁺03; KTM99; GSKK04], zur Ausbildung halbzahliger Nullfeldstufen führen [Laz04; Ste02; GSG⁺04] und sich umordnen [GKK03]. Ebenso lassen sich fraktionale Flußwirbel zu Kristallen mit steuerbarer Bandstruktur zusammenfügen [SGK⁺05]. Darüberhinaus wurde das Quantentunneln von Semifluxonen in Vortex-Molekülen vorhergesagt [GVC⁺05]. Dies verdeutlicht, daß Systeme aus fraktionalen Flußwirbeln geeignet sind, die Eigenschaften künstlicher Spinsysteme und den Übergang vom Einzelobjekt zum Festkörper zu studieren. Außerdem erlauben sie Untersuchungen zum Verhalten mesoskopischer Quantenobjekte.

Diese Arbeit widmet sich der klassischen Dynamik fraktionaler Flußwirbel und ist dabei wie folgt gegliedert: Das erste Kapitel faßt die theoretischen Grundlagen für die Untersuchung von Semifluxonen in langen Josephson $0-\pi$ -Kontakten zusammen. Ausgehend von den in Abschn. 1.1 dargelegten, grundlegenden Eigenschaften von Josephson-Tunnelkontakten wird in Abschn. 1.2 die Physik langer Josephsonkontakte anhand der so genannten Sinus-Gordon-Gleichung, welche die Elektrodynamik eines langen Kontakts beschreibt, diskutiert. In den Abschn. 1.3 und 1.4 richtet sich dann der Fokus auf π - und $0-\pi$ -Kontakte sowie den in letzteren auftretenden, neuen Vortextyp des Semifluxons. Die statischen und dynamischen Eigenschaften von $0-\pi$ -Kontakten sowie entsprechende Realisierungsmöglichkeiten dieser Systeme werden erörtert.

Die Ergebnisse erster experimenteller Untersuchungen zu den dynamischen Eigenschaften von Semifluxonen werden in Kapitel 2 präsentiert sowie die hierzu verwendeten, „künstlichen“ $0-\pi$ -Kontakte mit Strominjektoren detailliert vorgestellt.

Ausgehend von den in Kapitel 2 gesammelten experimentellen Erfahrungen widmet sich Kapitel 3 anschließend der Physik künstlicher $0-\pi$ -Kontakte. Ziel dieser Betrachtungen ist es dabei, ein tieferes Verständnis für die beobachteten Verhaltensabweichungen von $0-\pi$ -Kontakten mit

Strominjektoren zu idealen, d.h. Kontakten mit „intrinsischem“ Phasensprung, zu gewinnen. Die experimentellen Ergebnisse werden hierzu im Rahmen eines einfachen Modells, daß der „externen Natur“ des $0-\pi$ -Phasensprungs Rechnung trägt, analysiert.

In Kapitel 4 verschiebt sich der Fokus erneut. Galt das Interesse in den vorangegangenen Kapiteln „nur“ $0-\pi$ -Kontakten und Semifluxonen, so erfolgt nun eine Verallgemeinerung auf $0-\kappa$ -Kontakte und fraktionale Vortizes, wobei κ ein beliebiger Phasensprung (i.A. $\neq \pi$) sein kann. In Abschn. 4.1 wird die Klasse der fraktionalen bzw. κ -Wirbel vorgestellt. Im sich anschließenden Abschn. 4.2 werden die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen zur kollektiven Dynamik von fraktionalen Wirbeln, d.h. der halbzahligen Quantisierung der Nullfeldstufen, präsentiert. In Abschn. 4.3 richtet sich dann das Interesse auf die individuellen dynamischen Eigenschaften fraktionaler Flußwirbel, speziell auf die für einen κ -Wirbel charakteristische Eigenschwingung um seine Ruhelage, die mittels mikrowelleninduzierter Aktivierung bestimmt wurde. Das Meßverfahren, bei dem der fraktionale Vortex zur Emission eines Integerfluxons angeregt wird, sowie die gewonnenen experimentellen Ergebnisse zur Abhängigkeit der Frequenz dieser Eigenschwingung von externen Parametern werden vorgestellt und diskutiert.

Die Möglichkeit, in Semifluxon- bzw. κ -Wirbel-Systemen makroskopische Quanteneffekte beobachten zu können, wird abschließend in Kapitel 5 erörtert.

Kapitel 1

Grundlagen

Supraleitung [BK04; Tin96] ist wie die Bose – Einstein-Kondensation ein makroskopisches Quantenphänomen und läßt sich in einer Vielzahl von Materialien beobachten. Wie Bardeen, Cooper und Schrieffer [BCS57] Mitte der 50er Jahre zeigen konnten, führt in Supraleitern die Wechselwirkung der Elektronen mit dem Festkörperrgitter unterhalb einer materialspezifischen Temperatur, T_c , zur Ausbildung so genannter Cooper-Paare. Diese hochkorrelierten Elektronenpaare, deren Konstituenten im einfachsten Fall genau entgegengesetzten Spin und Impuls besitzen, formen einen gemeinsamen Zustand, der sich entsprechend den Gesetzen der Quantenmechanik durch eine nun mit makroskopischer Bedeutung behaftete Wellenfunktion

$$\Psi = \Psi_0 e^{i\varphi} \tag{1.1}$$

beschreiben läßt. Die Gesamtheit der Cooper-Paare bilden damit eine kohärente Materiewelle mit wohldefinierter Phase.

Aus der Existenz dieser makroskopischen Wellenfunktion resultieren eine Vielzahl hochinteressanter Phänomene. Zum einen erfährt der von Cooper-Paaren getragene Suprastrom keinen Widerstand, was einen verlustfreien Stromtransport erlaubt – daher auch der Name Supraleitung. Zum anderen folgt aus der makroskopischen Phasenkohärenz die so genannte Fluxoidquantisierung. Analog zu den bspw. aus der Atomphysik bekannten Quantisierungsbedingungen, die zur Diskretisierung der Energiespektren einzelner Atome führen, kann magnetischer Fluß einen Supraleiter nicht beliebig, sondern nur in Form einzelner Flußquanten,

$\Phi_0 = h/2e \approx 2.07 \times 10^{-15}$ Wb, durchdringen. Hierbei bezeichnet h das Plancksche Wirkungsquantum und e die Elementarladung.

Darüber hinaus spielt die Phase der makroskopischen Wellenfunktion eine entscheidende Rolle, wenn man den Stromfluß zwischen zwei schwach gekoppelten Supraleitern betrachtet. Hierbei tritt der so genannte Josephson-Effekt auf [BP82; Lik86].

1.1 Grundlegende Eigenschaften von Josephson-Tunnelkontakten

1.1.1 Der Josephson-Effekt

1962 sagte Brian D. Josephson [Jos62] für zwei durch eine dünne Isolatorschicht getrennte Supraleiter die Existenz eines Supratunnelstroms mit ungewöhnlichen Eigenschaften voraus. Dieser Tunnelstrom, von Cooper-Paaren getragen, kann demnach auch im spannungslosen Zustand ($V = 0$) fließen und hängt nur von der Differenz der Phasen $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ der makroskopischen Wellenfunktionen in den beiden schwach gekoppelten Supraleitern ab. Genauer gesagt ist die eichinvariante Phasendifferenz

$$\phi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2e}{\hbar} \int \vec{A} \cdot d\vec{s} \quad (1.2)$$

ausschlaggebend, wobei das Vektorpotential \vec{A} entlang eines Weges über die Tunnelbarriere auszuwerten ist. Mithilfe von (1.2) läßt sich der Supratunnelstrom I_S durch die 1. Josephson-Gleichung in ihrer einfachsten Form¹

$$I_S = I_c \sin \phi \quad (1.3)$$

beschreiben. I_c bezeichnet den maximal möglichen Suprastrom, der sich aus den Parametern der Tunnelbarriere ergibt. Gleichung (1.3) wird auch DC-Josephson-Effekt genannt. Später konnte gezeigt werden, daß der DC-Josephson-Effekt nicht nur bei Tunnelkontakten, sondern ganz allgemein immer dann auftritt, wenn zwei Supraleiter schwach gekoppelt sind [Lik79].

¹Aus allgemeinen Überlegungen läßt sich zeigen [BP82; Lik86], daß der Tunnelstrom durch eine Sinusreihe $I_S = I_c \sin \phi + \sum_{n=2}^{\infty} I_n \sin n\phi$ darstellbar ist, wobei die Koeffizienten I_n von den Feinheiten der Kopplungsstelle abhängen [GKI04]. Jedoch können in den meisten Fällen alle Terme bis auf den ersten vernachlässigt werden.

Weiterhin sagte Josephson voraus, daß eine über den Kontakt angelegte Spannung V zu einer zeitlichen Änderung der Phasendifferenz ϕ führt. Dies ist die 2. Josephsongleichung:

$$\dot{\phi} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V = \frac{2\pi}{\Phi_0} V. \quad (1.4)$$

Diese Beziehung kann auch in umgekehrter Richtung gelesen werden: Im Falle einer zeitlichen Phasenänderung bildet sich eine Spannungsdifferenz zwischen den beiden Supraleitern aus. Aus Gl. (1.4) folgt insbesondere, daß der Josephsonstrom im Falle einer konstanten Spannung mit der Frequenz $f_J = V/\Phi_0 = 483.6 \left[\frac{\text{MHz}}{\mu\text{V}} \right] V$ oszilliert. Gleichung (1.4) wird daher auch AC-Josephsonseffekt genannt.

Allgemein läßt sich das elektrische Verhalten des Tunnelkontakts in Form einer nichtlinearen Induktivität

$$L_J = \frac{L_c}{\cos \phi}, \quad L_c \equiv \frac{\Phi_0}{2\pi I_c} \quad (1.5)$$

beschreiben, die im Unterschied zu „klassischen“ Induktivitäten auch *negative* Werte annehmen kann. Hieraus resultiert u.a. der bereits erwähnte AC-Josephsonseffekt.

Das induktive Verhalten eines Josephsonkontakts läßt sich wie folgt verdeutlichen: Nach Gl. (1.3) kann über den Kontakt ein spannungsloser DC-Strom I fließen. Zu dessen Aufbau verrichtete eine externe Stromquelle zuvor die Arbeit

$$\begin{aligned} E(\phi_0 = \arcsin \frac{I}{I_c}) &= \int I_S V dt' = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \int_0^{\phi_0} \sin(\phi) d\phi, \\ &= E_J (1 - \cos \phi_0), \text{ mit } E_J = I_c \Phi_0 / 2\pi \end{aligned} \quad (1.6)$$

am System, die nun im Kontakt in Form der Josephsonkopplungsenergie E_J gespeichert ist.

1.1.2 Punktförmige Tunnelkontakte

Obwohl Gl. (1.3) die DC-Charakteristik eines Tunnelkontakts für $V = 0$ hinreichend beschreibt, sind für den allgemeineren Fall $V \neq 0$, bei dem nun der AC-Josephsonseffekt auftritt, weitere Stromkomponenten zu berücksichtigen:

Für endliche Temperaturen $T > 0$ reicht die thermische Energie $k_B T$ aus,

um einige der Cooper-Paare aufzubrechen, was in einer nicht verschwindenden Anzahl einzelner „normalleitender“ Elektronen resultiert. Durch die Anwesenheit des Kondensats von Cooper-Paaren weisen erstere Unterschiede zu freien Elektronen im Normalleiterzustand auf und werden deshalb auch *Quasiteilchen* genannt. Besteht nun über dem Tunnelkontakt eine Spannungsdifferenz, können neben den Cooper-Paaren auch Quasiteilchen tunneln. Der Quasiteilchenstrom I_N hängt dabei stark von der angelegten Spannung ab, was in einer nichtlinearen Strom-Spannungs-Kennlinie resultiert. Es lassen sich aber grob zwei Regime unterscheiden, in denen I_N näherungsweise durch eine ohmsche Beziehung $I_N = \frac{1}{R}V$ beschrieben werden kann.

Ist die angelegte Spannung größer als die so genannte Gap-Spannung, $V \gg |2\Delta|/e \equiv V_g$,² so ist es energetisch vorteilhaft, wenn Cooper-Paare in einer Elektrode aufbrechen und jeweils eines der beiden neu entstandenen Quasiteilchen durch die Barriere tunnelt. Aufgrund der nun großen Anzahl an einzelnen Elektronen und der gleichartigen Natur des Quasiteilchenstroms und des Ladungstransports (durch die Tunnelbarriere) im normalleitenden Zustand ($T > T_c$) werden beide Prozesse durch den gleichen ohmschen Widerstand R_N bestimmt. Tatsächlich dominiert dieser Transportmechanismus im benannten Spannungsbereich und die I - V -Kennlinie des Tunnelkontakts ist nahezu ohmsch, $I \approx R_N^{-1}V$. Aus allgemeinen Betrachtungen zu schwach gekoppelten Supraleitern [BP82] läßt sich dabei folgern, daß der maximale Suprastrom I_c und $1/R_N$ auf gleiche Weise mit den Dimensionen der Kopplungsstelle skalieren und somit das Produkt $I_c R_N = \text{const.}$ nur von den Eigenschaften der supraleitenden Elektroden, nicht jedoch von der Barriere selbst abhängt. Im Rahmen der BCS-Theorie [BCS57] konnten Ambegaokar und Baraff [AB63] ganz allgemein für Tunnelkontakte zeigen, daß

$$I_c R_N = \pi \frac{\Delta(T)}{2e} \tanh\left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T}\right) \quad (1.7)$$

gilt. Gleichung (1.7) definiert außerdem über $V_c = I_c R_N = \hbar\omega_c/2e = \Phi_0 f_c$ eine obere Frequenz (typisch GHz bis THz), bis zu der sich die außergewöhnlichen Eigenschaften des Josephsonkontakts ohne Leistungseinbußen nutzen lassen.

Für $V < V_g$ und $T < T_c$ ist der Quasiteilchentunnelstrom aufgrund der

² Δ bezeichnet hierbei die Energielücke der als gleich angenommenen supraleitenden Elektroden [Tin96; BK04].

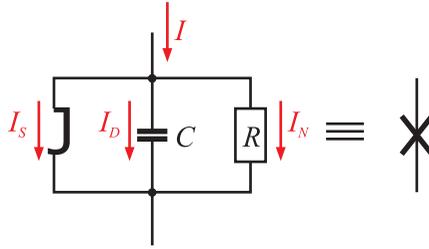


Abbildung 1.1: Elektrisches Ersatzschaltbild eines Josephsonkontakts im RCSJ-Modell.

Energielücke Δ exponentiell unterdrückt ($\sim \exp[-\Delta/k_B T]$) und der assoziierte ohmsche Widerstand R_{SG} kann für tiefe Temperaturen R_N um Größenordnungen überschreiten.

Ändert sich die am Kontakt anliegende Spannung auch zeitlich, $\dot{V} \neq 0$, so tritt aufgrund der endlichen Kapazität der Elektroden ein zusätzlicher Verschiebungsstrom I_D auf. Die zu berücksichtigende Kapazität C hängt dabei natürlicherweise von der Dicke t_J , der Dielektrizitätskonstanten ϵ_r sowie der Geometrie und anderen Parametern der Tunnelbarriere ab.

RCSJ-Modell

Die Dynamik punktförmiger Josephsonkontakte kann mittels des RCSJ-Modells³ beschrieben werden, das die Beiträge der drei besprochenen Stromkomponenten I_S, I_N und I_D berücksichtigt [McC68; Ste68]. Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß im Folgenden von einer linearisierten $I_N(V)$ Abhängigkeit ausgegangen wird, die sich durch einen effektiven Widerstand R charakterisieren läßt. Dieser kann je nach betrachtetem Spannungsbereich zwischen R_{SG} und R_N liegen oder aber auch durch einen externen Parallelwiderstand bestimmt sein. Das RCSJ-Ersatzschaltbild ist in Abb. 1.1 dargestellt. Nach der Kirchhoffschen Knotenregel gilt

$$I = I_S + I_N + I_D \quad (1.8)$$

$$= I_c \sin \phi + \frac{1}{R} V + C \dot{V}. \quad (1.9)$$

³RCSJ steht für resistively and capacitively shunted junction

Nach Ersetzung von V zu Gunsten von $\dot{\phi}$ mittels Gl. (1.4) ergibt sich

$$I = I_c \sin \phi + \frac{1}{R} \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\phi} + C \frac{\Phi_0}{2\pi} \ddot{\phi}. \quad (1.10)$$

Aufgrund der nichtlinearen Natur von Gl. (1.10) lassen sich eine Vielzahl interessanter Phänomene beobachten. Es hat sich dabei als sehr hilfreich erwiesen, zwei mechanische Systeme zu betrachten, deren Dynamik durch dieselbe Differenzialgleichung (nach passender Substitution der Variablen) beschrieben wird.

Mechanisches Pendel

Dies ist zum einen das mechanische Pendel im konstanten Gravitationsfeld mit punktförmiger Masse m , Länge l und Gravitationsbeschleunigung g :

$$M = mgl \sin \phi + \Gamma \dot{\phi} + ml^2 \ddot{\phi}. \quad (1.11)$$

Hierbei entspricht die Phase ϕ dem Auslenkungswinkel des Pendels und die Kapazität C ist proportional zu seinem Trägheitsmoment ml^2 . Der Biasstrom I wird durch ein externes Drehmoment M realisiert und R^{-1} beschreibt die Reibung Γ des Systems. Ist letztere nicht zu groß, so führt das Pendel nach einer kleinen Auslenkung Oszillationen um seine Ruhelage ($\phi = 0$) aus. Im Josephsonkontakt erfolgen diese Schwingungen mit

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_J C} = \frac{2\pi I_c}{\Phi_0 C}, \quad (1.12)$$

der so genannten Plasmafrequenz. Diese entspricht gerade der Eigenfrequenz des durch die Kapazität des Kontakts und der induktiven Natur des Josephsonstroms gegebenen Schwingkreises.

Ein hilfreiches Maß zur Charakterisierung des dynamischen Verhaltens des durch Gl. (1.10) beschriebenen Josephsonkontakts ist der so genannte Stewart-McCumber-Parameter [McC68; Ste68]

$$\beta_c = \omega_0^2 R^2 C^2 = \frac{2\pi I_c R^2 C}{\Phi_0}. \quad (1.13)$$

Er ist ein Maß für die Dämpfung des Systems und beschreibt allgemein das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungsterm. Ist $\beta_c > 1$, so spricht man von einem *unterdämpften* Kontakt und die I - V -Kennlinie wird hysteretisch. Für $\beta_c < 1$ ist der Kontakt *überdämpft* und es tritt keine

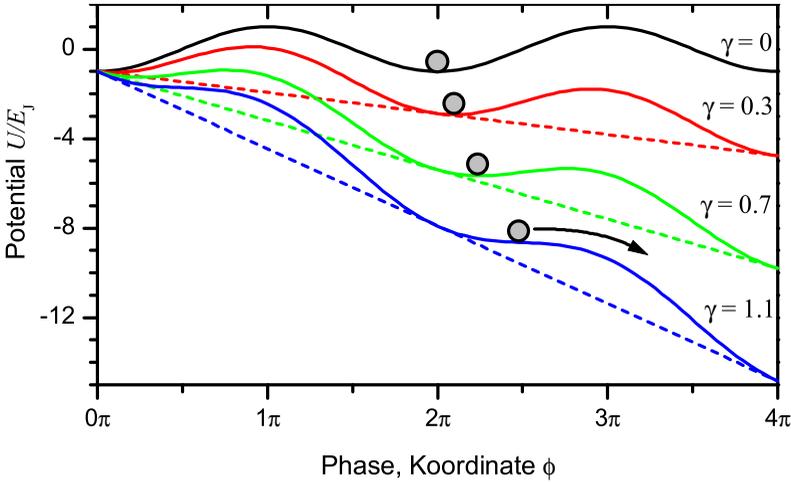


Abbildung 1.2: Mechanisches Analogon eines punktförmigen Tunnelkontakts: Teilchen im so genannten Waschbrettpotential.

Hysterese auf. Das hysteretische Verhalten kann anhand des zweiten mechanischen Analogons verdeutlicht werden.

Teilchen im Waschbrettpotential

Das zweite Modell entspricht einem Teilchen der Masse $C(\Phi_0/2\pi)^2$, das sich im eindimensionalen Potential

$$U(\phi) = -E_J(\cos \phi + \gamma\phi), \quad (1.14)$$

das auch Waschbrettpotential genannt wird, entlang der generalisierten Koordinate ϕ bewegt. Hierbei ist $\gamma = \frac{I}{I_c}$ der normierte Biasstrom. Für $\gamma = 0$ befindet sich das Teilchen stabil in einem der Minima des cosinusförmigen Potentials und die mittlere Spannung ist $V = \dot{\phi}\Phi_0/2\pi = 0$. Erhöht man nun den Biasstrom $\gamma \ll 1$, so transformiert sich das Potential in eine Serie metastabiler Mulden, die mit steigendem γ immer flacher werden, wie in Abb. 1.2 dargestellt. Im klassischen Limit und unter der Vernachlässigung thermischen Rauschens verbleibt das Teilchen solange in einer der Mulden bis für $\gamma = 1$ die lokalen Minima verschwinden und es für $\gamma > 1$ beginnt, das Potential hinabzurollen. Da in diesem Falle $\dot{\phi} \neq 0$ ist, tritt eine Spannung $|V| > 0$ auf, die durch die Dämpfung (und

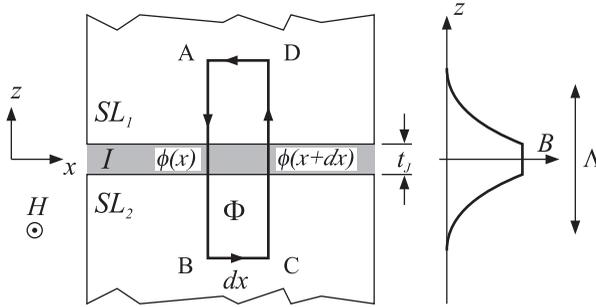


Abbildung 1.3: Ausschnitt eines kurzen Kontakts und der betrachtete Integrationspfad über die Tunnelbarriere (links). Magnetfeldprofil im Bereich der Barriere (rechts).

γ) bestimmt wird.

Im Falle hoher Dämpfung, $\beta_c \leq 1$, bleibt das Teilchen nur solange in Bewegung, wie $\partial U / \partial \phi < 0$ ist. Das heißt, sobald der Biasstrom den kritischen Strom wieder unterschreitet ($\gamma < 1$), wird das Teilchen wieder in einer der Mulden gefangen, so daß $\dot{\phi} = 0$ und folglich auch $V = 0$ ist.

Für $\beta_c > 1$ reichen Geschwindigkeit und Trägheit aus, um das Teilchen auch für $\gamma < 1$ in Bewegung zu halten. Erst für $\gamma = \gamma_r < 1$, den so genannten Rücksprungstrom, sind die Reibungsverluste so groß, daß das Teilchen die Potentialbarrieren nicht mehr überwinden kann; der Kontakt kehrt in den spannungslosen Zustand zurück.

1.1.3 Kurze Tunnelkontakte im Magnetfeld

Bisher wurde der Josephsonkontakt als punktförmig angenommen. Diese Restriktion soll im Folgenden gelockert und eine örtliche Variation der Phase $\phi(x)$ in einer Dimension zugelassen werden. Jedoch sind die Dimensionen des Tunnelkontakts dabei immer noch deutlich kleiner als die Josephsoneindringtiefe λ_J , auf die später näher eingegangen wird. Nach Gl. (1.2) wirkt sich ein äußeres Magnetfeld über das Vektorpotential \vec{A} auf die Phasendifferenz ϕ aus. Betrachten wir nun die in Abb. 1.3 dargestellte Situation eines eindimensionalen kurzen Kontakts, dessen Phasendifferenz ϕ nur in x -Richtung variieren und einem in y -Richtung angelegten externen Magnetfeld H ausgesetzt sein soll. Für den von den

Punkten (A)–(D) umschlossenen magnetischen Fluß Φ gilt:

$$\begin{aligned}\Phi &= \int \vec{B} d\vec{F} = \oint \vec{A} d\vec{s} \\ &= \int_A^B \vec{A} d\vec{s} + \int_B^C \vec{A} d\vec{s} + \int_C^D \vec{A} d\vec{s} + \int_D^A \vec{A} d\vec{s}.\end{aligned}\quad (1.15)$$

Ersetzt man den ersten und dritten Term in Gl. (1.15) mittels (1.2) durch die eichinvarianten Phasen $\phi(x)$ und $\phi(x + dx)$ und vernachlässigt das Eigenfeld der Josephsonströme (Dimensionen $< \lambda_J$), so folgt

$$\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} = \phi(x + dx) - \phi(x) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \left(\int_B^C \vec{A} d\vec{s} + \int_D^A \vec{A} d\vec{s} \right). \quad (1.16)$$

Wählt man die Punkte (A)–(D) tief genug im Inneren der supraleitenden Elektroden – tief heißt in diesem Falle deutlich größer als die magnetische Abschirmlänge λ_L – verschwinden die Terme 2 und 4 in Gl. (1.15). Da B innerhalb der Supraleiter exponentiell abfällt (vgl. Abb. 1.3) ergibt sich andererseits für den von (A)–(D) umschlossenen Fluß $\Phi = \mu_0 H \Lambda dx$. Hierbei ist $\Lambda = 2\lambda_L + t_J$ die effektive magnetische Eindringtiefe. Eine entsprechende Substitution des magnetischen Flusses in Gl. (1.16) führt zu

$$\frac{\phi(x + dx) - \phi(x)}{dx} = \frac{d\phi}{dx} = \frac{2\pi\mu_0\Lambda}{\Phi_0} H. \quad (1.17)$$

An dieser Stelle sei angemerkt, daß dieses Ergebnis streng genommen nur für dicke und gleichartige supraleitende Elektroden gilt. Allgemein gilt für die magnetische Eindringtiefe [Fer65; Wei69]:

$$\Lambda = t_J + \lambda_{L,1} \tanh\left(\frac{d_1}{2\lambda_{L,1}}\right) + \lambda_{L,2} \tanh\left(\frac{d_2}{2\lambda_{L,2}}\right), \quad (1.18)$$

wobei $d_{1,2}$ die Dicken (Ausdehnung in z -Richtung) und $\lambda_{L,n}$ die jeweiligen Londonschen Eindringtiefen der supraleitenden Elektroden bezeichnen.

Aus Gl. (1.17) folgt, daß ein externes Magnetfeld einen Phasengradienten $\propto H$ hervorruft, was nach der 1. Josephsongleichung (1.3) zu einer räumlichen Oszillation des Suprastroms entlang des Kontakts und damit zu einer Modulation des maximalen Suprastroms führt. Hierzu schreibt man die Gl. (1.3) für die *Stromdichten*:

$$j = j_c \sin \phi, \quad (1.19)$$

integriert Gl. (1.19) über die Kontaktlänge L und maximiert das Ergebnis bzgl. des einen noch freien Parameters eines Phasenoffsets, so daß sich der maximal beobachtbare Suprastrom

$$I_c(\Phi) = I_{c0} \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} \right|, \quad \text{mit } \Phi = \Lambda L \mu_0 H, \quad (1.20)$$

ergibt. $I_{c0} = \int j_c dx$ bezeichnet den maximalen Suprastrom ohne angelegtes Feld. Nach Gl. (1.20) wird die Feldabhängigkeit des Suprastroms durch das aus der Optik wohlbekannte Fraunhofermuster beschrieben – analog der optischen Beugung an einer Apertur mit der Ausdehnung der (effektiven)⁴ Tunnelbarriere.

1.2 Lange Josephsonkontakte

Mit zunehmender Ausdehnung des Josephsonkontakts gewinnen die parallel zur Barrierenschicht fließenden Supraströme immer mehr an Bedeutung. Deren Magnetfelder sind nicht mehr vernachlässigbar, wenn die Längenskalen des Kontakts größer als die Josephsoneindringtiefe λ_J werden. Die nun mögliche räumliche Variation der Phasendifferenz zwischen oberer und unterer Elektrode führt zu einer Vielzahl neuer dynamischer Effekte und offenbart ein reichhaltiges Anregungsspektrum.

Im folgenden bezeichnen lange Josephsonkontakte Tunnelbarrieren, die in einer Dimension größer, in der anderen jedoch deutlich kleiner als λ_J sind und damit als quasi-eindimensionales System aufgefaßt werden können.

1.2.1 Sinus-Gordon-Gleichung

Die Dynamik der ortsabhängigen Phasendifferenz $\phi(x, t)$ kann durch die Sinus-Gordon-Gleichung beschrieben werden, die im Folgenden für die in Abb. 1.4 dargestellte Geometrie eines langen, linearen Josephsonkontakts hergeleitet werden soll⁵. Seine Ausdehnung in y -Richtung, w , sei deutlich kleiner, jene in x -Richtung hingegen deutlich größer als λ_J . Man kann den ausgedehnten Kontakt als effektive Parallelschaltung einzelner punktförmiger RCSJ-Elemente betrachten, die über den in den

⁴entsprechend $L \times \Lambda$

⁵Für eine allgemeine Herleitung siehe Ref. [BP82]

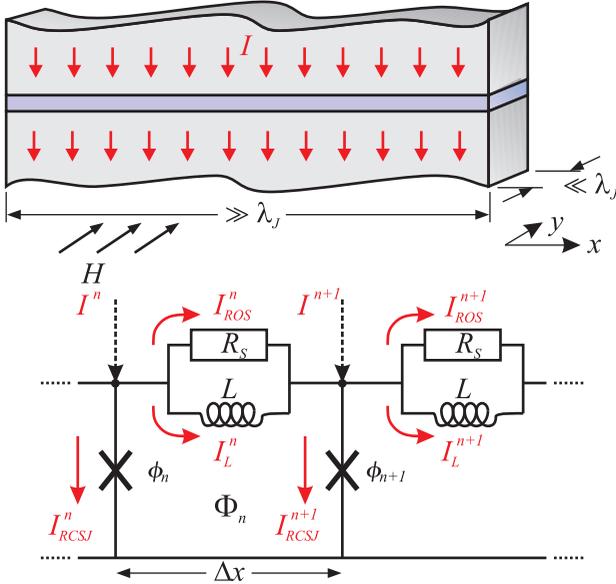


Abbildung 1.4: Ein langer Josephsonkontakt mit angelegtem Biasstrom I und Magnetfeld H sowie das entsprechende Ersatzschaltbild.

Elektroden fließenden Suprastrom gekoppelt sind. Abbildung 1.4 zeigt das entsprechende elektrische Ersatzschaltbild. An jedem einzelnen Knotenpunkt $\dots, n, (n+1), \dots$ addieren sich dabei der Strom aus dem lokalen, punktförmigen RCSJ-Element I_{RCSJ}^n , der homogen eingespeiste Biasstrom I^n , der aus der Induktivität L der Elektroden resultierende Induktionsstrom I_L^n und ein resistiver Oberflächenstrom I_{ROS}^n .

Ausgehend von der Flußquantisierung in jeder einzelnen Schleife Φ_n ergibt sich für die Phasendifferenz $\phi(x + \Delta x) - \phi(x)$:

$$\phi^{n+1} - \phi^n = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\Phi_{ext} - LI_L^n), \quad (1.21)$$

wobei $\Phi_{ext} = \mu_0 H \Lambda \Delta x$ durch das äußere Magnetfeld H festgelegt ist und Λ die effektive magnetische Eindringtiefe nach Gl. (1.18) bezeichnet. Nach den Kirchhoffschen Regeln gilt im $(n+1)$ -ten Knoten

$$I_L^n + I_{ROS}^n + I^{n+1} = I_J^{n+1} + I_L^{n+1} + I_{ROS}^{n+1}. \quad (1.22)$$

Betrachtet man nun die räumliche Variation der Phase ϕ und des induktiven Stroms I_L entlang der Knoten und geht in den kontinuierlichen

Limes ($\Delta x \rightarrow 0$) über, so ist nach Gl. (1.21)

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \stackrel{\Delta x \rightarrow 0}{=} \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta x} = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\mu_0 H \Lambda - L' I_L^n) \quad (1.23)$$

und nach Gl. (1.22)

$$\frac{\partial I_L}{\partial x} \stackrel{\Delta x \rightarrow 0}{=} \frac{I_L^{n+1} - I_L^n}{\Delta x} = (j - j_J) w - \frac{I_{ROS}^{n+1} - I_{ROS}^n}{\Delta x}. \quad (1.24)$$

Hierbei bezeichnen $L' = L/\Delta x = \mu_0 d_J/w$ die Induktivität pro Länge, $j = I/w\Delta x$ die Biasstromdichte und j_J die lokale RCSJ-Stromdichte. d_J ist die effektive magnetische Dicke mit

$$d_J = t_J + \lambda_{L,1} \coth\left(\frac{d_1}{\lambda_{L,1}}\right) + \lambda_{L,2} \coth\left(\frac{d_2}{\lambda_{L,2}}\right). \quad (1.25)$$

Die erneute Ableitung von Gl. (1.23) ergibt

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left(\mu_0 \Lambda \frac{\partial H}{\partial x} - L' \frac{\partial I_L}{\partial x} \right), \quad (1.26)$$

was nach $\partial I_L/\partial x$ aufgelöst und in Gl. (1.24) eingesetzt in

$$\frac{\Phi_0}{2\pi L' w} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = j_c \sin \phi - j + \frac{V}{\rho} + C' \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (1.27)$$

resultiert. Hierbei wurde vereinfachend ein homogenes externes Feld ($\partial H/\partial x = 0$) angenommen, j_J entsprechend Gl. (1.10) substituiert und ausgenutzt, daß sich der resistive Oberflächenstrom [Sco64] als $I_{ROS} = -1/R_S \partial V/\partial x = -w/\rho_s \partial V/\partial x$ darstellen läßt. Ersetzt man nun noch die Spannung V entsprechend der 2. Josephsonrelation (1.4), so erhält man die so genannte Sinus-Gordon-Gleichung (SGG)

$$\frac{\Phi_0}{2\pi \mu_0 d_J} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\Phi_0 C'}{2\pi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - j_c \sin \phi = -j + \frac{\Phi_0}{2\pi \rho} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\Phi_0}{2\pi \rho_s} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t} \quad (1.28)$$

mit C' als Kapazität pro Fläche, der kritischen Flächenstromdichte j_c und ρ , dem ohmschen Flächenwiderstand ($\rho = R w \Delta x$). Gleichung (1.28) läßt sich unter Verwendung der Plasmafrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi j_c}{\Phi_0 C'}}, \quad (1.29)$$

der Josephsoneindringtiefe

$$\lambda_J = \sqrt{\frac{\Phi_0}{2\pi j_c \mu_0 d_J}} \quad (1.30)$$

und des Stewart-McCumber-Parameters

$$\beta_c = \omega_0^2 \rho^2 C'^2 = \frac{2\pi j_c \rho^2 C'}{\Phi_0} \quad (1.31)$$

kompakter darstellen:

$$\lambda_J^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \sin \phi = -\frac{j}{j_c} + \frac{1}{\omega_0 \sqrt{\beta_c}} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{\rho_s C' \omega_0^2} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t}. \quad (1.32)$$

Durch Normierung der Zeit auf die inverse Plasmafrequenz ω_0^{-1} und der Ortskoordinate auf die Josephsoneindringtiefe erhält man aus Gl. (1.28) die dimensionslose Sinus-Gordon-Gleichung

$$\phi_{xx} - \phi_{tt} - \sin \phi = -\gamma + \alpha \phi_t - \beta \phi_{txx}. \quad (1.33)$$

In der Kurznotation von Gl. (1.33) stehen die Indizes x für die räumliche und t für die zeitliche Ableitung. $\alpha = 1/\sqrt{\beta_c}$ und $\beta \ll \alpha$ sind dimensionslose Dämpfungsparameter, $\gamma = j/j_c$ ist die normierte Biasstromdichte. Es sei angemerkt, daß β im Allgemeinen vernachlässigt werden kann [Sco64].

1.2.2 Anregungen

Aufgrund des zusätzlichen Freiheitsgrades, der mit dem Übergang zu langen Josephsonkontakten einhergeht und der örtlichen Variation der Phase entspricht, ist ein weitaus größeres Anregungsspektrum und eine Vielzahl an neuen Phänomenen gegenüber dem einfachen RCSJ-Modell zu erwarten. Hierbei zeigt sich, daß auch für die Sinus-Gordon-Gleichung ein einprägsames mechanisches Analogon existiert, nämlich eine Kette von Pendeln, die über Torsionsfedern mit ihren nächsten Nachbarn gekoppelt sind. Von diesem Ersatzmodell des langen Kontakts wird im Verlauf dieser Arbeit noch ausgiebig Gebrauch gemacht.

Im Folgenden sollen einige der wichtigsten Anregungen in langen Josephsonkontakten vorgestellt werden.

Plasmawellen

Betrachtet man wellenförmige Anregungen der Sinus-Gordon-Gleichung von der Form

$$\phi(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx)} + \varphi_0, \text{ mit } \varphi_0 = \arcsin \gamma, \quad (1.34)$$

so erhält man für kleine Amplituden ($A \ll 1$) und vernachlässigbare Dämpfung durch Linearisierung von (1.32) die Dispersionsrelation

$$\omega^2(k) = \omega_0^2 \sqrt{1 - \gamma^2} + \tilde{c}^2 k^2 \quad (1.35)$$

mit $\tilde{c} = \omega_0 \lambda_J$, der Swihart-Geschwindigkeit [Swi61]. Letztere liegt typischerweise im Bereich einiger Prozent der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 . Aus Gl. (1.35) folgt, daß für $\gamma = 0$ nur elektromagnetische Wellen mit Frequenzen größer als die Plasmafrequenz ω_0 entlang des Kontakts propagieren können. Wellen mit Frequenzen innerhalb der so genannten Plasmabandlücke $\omega < \omega_0$ werden hingegen exponentiell gedämpft.

Betrachtet man speziell die Frequenz der Grundschwingung ($k = 0$) der Pendelkette um die durch $\varphi_0 = \arcsin \gamma$ gegebene Ruhelage, so nimmt diese, ausgehend von ω_0 , mit zunehmendem Biasstrom immer weiter ab und verschwindet für $\gamma = 1$.

Für Kontakte endlicher Länge führen die Randbedingungen $\phi_x(0) = \phi_x(L) \propto h$ (lineare Geometrie) bzw. $\phi(0) = \phi(L)$ (annulare⁶ Geometrie) zu einer Diskretisierung der k -Werte,

$$k_n = \frac{\pi}{L} \begin{cases} n, & \text{lineare Geometrie} \\ 2n, & \text{annulare Geometrie} \end{cases} \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.36)$$

und damit auch des Spektrums.

Fluxonen

Schon seit den 30er Jahren ist aus der Mathematik bekannt [Ste36], daß die ungestörte ($\gamma = 0$) Sinus-Gordon-Gleichung (1.33) solitonische Lösungen⁷ der Form

$$\phi(x, t) = 4 \arctan \left[\exp \left(\pm \frac{x - x_0(t)}{\lambda_J \sqrt{1 - u^2/\tilde{c}^2}} \right) \right] \quad (1.37)$$

⁶zu einem Kreis geschlossener, langer Josephsonkontakt, d.h. $\phi(0) = \phi(L)$

⁷Solitonen sind nicht dispergierende Wellenpakete, die nach Kollision resp. einer Störung ihre ursprüngliche Form wiedererlangen. Sie sind Resultat eines diffizilen Gleichgewichts aus Nichtlinearität und Dispersion und treten in diversen nichtlinearen Systemen auf [Agr95].

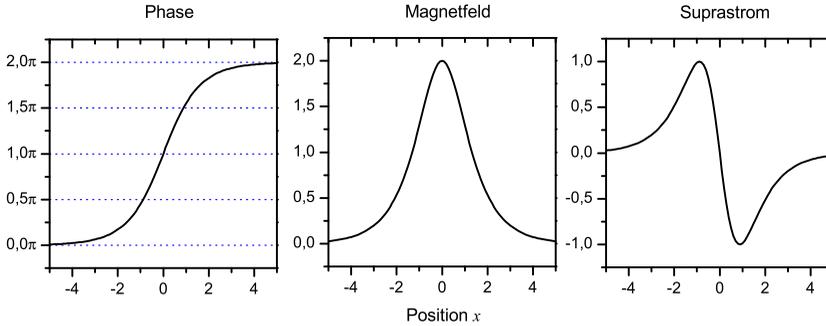


Abbildung 1.5: *Phasen-, Magnetfeld- und Suprastromverteilung eines Fluxons. Die Ortskoordinate ist auf die Josephsoneindringtiefe normiert.*

mit $x_0(t) = ut$ und $u = \text{const.} < \tilde{c}$ besitzt. Gleichung (1.37) beschreibt einen Suprastromvortex mit Zentrum x_0 , der sich mit der Geschwindigkeit u entlang des Kontakts bewegt und genau ein Quant an magnetischem Fluß Φ_0 trägt. Aufgrund letzterens werden diese Josephsonflußwirbel auch Fluxonen genannt [Ust98].

Phase, Magnetfeld und Suprastrome eines Fluxons sind in Abb. 1.5 gezeigt.

Aus Gl. (1.37) und Abb. 1.5 ist leicht ersichtlich, daß sich die Phase in Gegenwart eines Solitons von $\phi(x \rightarrow -\infty)$ nach $\phi(x \rightarrow \infty)$ um $\Delta\phi = \pm 2\pi$ ändert. Je nach Vorzeichen von $\Delta\phi$ spricht man von einem Fluxon/Vortex (+) oder Antifluxon/Antivortex (-). Der größte Teil des Wirbels ist hierbei auf einen Bereich von $\sim 2\lambda_J$ um x_0 begrenzt. Im Pendelkettenbild lassen sich Fluxonen als 2π Überschläge veranschaulichen, wie in Abb. 1.6 dargestellt.

Aufgrund ihres solitonischen Charakters besitzen Fluxonen viele teilchenartige Eigenschaften wie beispielsweise Masse und Impuls (siehe bspw. [BP82]). Wie aus Gl. (1.37) deutlich wird, ist die maximale Gruppenausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Kontakt, die Swihart-Geschwindigkeit \tilde{c} , auch für die Fluxonendynamik ausschlaggebend. Demnach kann sich das Soliton nicht schneller als \tilde{c} bewegen und erfährt, wie aus der speziellen Relativitätstheorie bekannt, eine Längenkontraktion für $u \rightarrow \tilde{c}$.

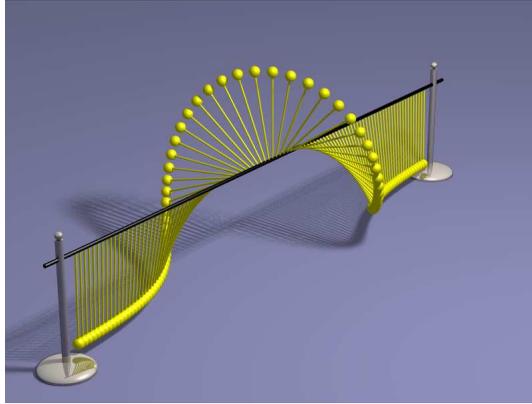


Abbildung 1.6: Solitonische Anregung (Fluxon) einer Pendelkette.

Fluxonendynamik – Nullfeldstufen

Aus der Bewegung eines Fluxons resultiert nach der zweiten Josephsonrelation (1.4) eine (lokale) Spannungsdifferenz zwischen den supraleitenden Elektroden des Kontakts. Als antreibende Kraft für die Solitonenbewegung fungiert hierbei der Biasstrom, der den Vortex so lange entlang des Kontakts beschleunigt⁸ bis ein Gleichgewicht aus Reibungsterm ($\propto \alpha$) und Lorentzkraft erreicht ist. Betrachtet man einen einzelnen Josephsonvortex, der sich in einem annularen Kontakt der Länge L mit Geschwindigkeit u bewegt, so läßt sich im zeitlichen Mittel die Spannung

$$\langle V \rangle = \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\phi} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{2\pi}{L/u} = \frac{u\Phi_0}{L} \quad (1.38)$$

messen, die sich für $u \rightarrow \tilde{c}$ asymptotisch $V_{ZFS} = \frac{\tilde{c}\Phi_0}{L}$ annähert. In der Strom-Spannungs-Kennlinie eines Kontakts äußert sich die Fluxonbewegung in Form einer Spannungsstufe [FD73], der sogenannten Nullfeldstufe⁹. Bei n sich bewegenden Fluxonen beobachtet man die n te Nullfeldstufe mit $V_{ZFS,n} = nV_{ZFS}$.

Auch in linearen Kontakten kann es zur Ausbildung von Nullfeldstufen kommen, jedoch fehlt hier – im Gegensatz zur annularen Geometrie – der topologische Schutz, so daß Fluxonen den Josephsonkontakt über

⁸Dies gilt nur unter der Voraussetzung einer uniformen Stromeinspeisung $j(x) = \text{const.}$

⁹engl. zero field steps (ZFS).

dessen Enden verlassen können. Trifft allerdings ein Fluxon(Antifluxon) mit genügend hoher Geschwindigkeit auf die Kontaktenden, so wird es in Form eines Antifluxons(Fluxons) reflektiert und der Vortex pendelt im Kontakt hin und her.

Im Detail kann es darüber hinaus zur Ausbildung von zusätzlichen Feinstrukturen auf den Nullfeldstufe kommen, die Ausdruck einer Wechselwirkung der Vortizes mit Kontaktinhomogenitäten, Plasmawellen etc. sind [GU86; BMU96].

1.3 π -Kontakte

Ende der 70er Jahre wiesen Bulaevskii *et al.* [BKS77; BKS78] darauf hin, daß Josephsonkontakte, deren Tunnelbarrieren magnetische Verunreinigungen enthalten, unter gewissen Voraussetzungen eine negative kritische Stromdichte aufweisen können. Im Unterschied zu den bisher betrachteten, „gewöhnlichen“ Josephsonkontakten ist ihre Suprastrom-Phasen-Beziehung [vgl. Gl. (1.3)] von der Form

$$j = -j_c \sin \phi, \quad (1.39)$$

und Tunnelstrom sowie Josephsonkopplungsenergie besitzen entgegengesetzte Vorzeichen¹⁰. Aufgrund des negativen kritischen Stroms ist der Grundzustand dieser Josephsonkontakte durch eine Phasendifferenz von $\phi = \pi$ charakterisiert und man nennt sie deshalb auch π -Kontakte; im Gegensatz zu gewöhnlichen oder 0-Kontakten. Hierbei läßt sich Gl. (1.39) auch als

$$j = -j_c \sin \phi = j_c \sin(\phi + \pi) \quad (1.40)$$

darstellen.

π -Kontakte bieten dabei, vornehmlich in Kombination mit gewöhnlichen Josephsonkontakten, einige bestechende Applikationsmöglichkeiten. So lassen sich mit ihrer Hilfe beispielsweise so genannte Phasenbatterien [UK03] und damit deutlich einfachere RSFQ-Schaltungen¹¹ realisieren [Lik86]. Aber auch als Phasenbias für Fluß-Qubits [IGF⁺99; BGI01; MSS01; YTTM05] und zum Aufbau einer komplementären RSFQ-Logik [TGB97; TB98] lassen sich π -Kontakte einsetzen.

¹⁰im Vergleich zu einem Kontakt mit einer Strom-Phasen-Beziehung nach Gl.(1.3)

¹¹RSFQ steht für Rapid Single Flux Quantum oder auch in Antizipation der Entwicklungsgeschichte: Russian Single Flux Quantum.

1.4 0- π -Kontakte

Betrachtet man einen Josephsonkontakt, dessen eine Hälfte ein gewöhnlicher, die andere Hälfte jedoch ein π -Kontakt ist, so kann es an der Grenzfläche zwischen den beiden Facetten zur spontanen Ausbildung einer Magnetisierung kommen [BKS78; XMT95], mit einem magnetischen Fluß von gerade der Hälfte eines magnetischen Flußquants Φ_0 . Man nennt diese Flußwirbel daher auch Semifluxonen [GKK02]. Semifluxonen (SF) konnten dabei bereits in diversen Systemen und Realisierungen experimentell nachgewiesen werden [TKC⁺94; KTR⁺96; TK00; SYI02; HAS⁺03].

Im Gegensatz zu „ganzzahligen“ Josephsonvortizes, den solitonischen Lösungen der Sinus-Gordon-Gleichung aus Abschn. 1.2.2, die sich frei entlang des Kontakts bewegen können, sind Semifluxonen an die Grenzfläche zwischen 0- und π -Bereich gebunden und ähneln eher Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen. Sie besitzen zwei entartete Zustände entgegengesetzter Polarität $\pm\frac{1}{2}\Phi_0$ und – dies ist das wichtigste – können den Grundzustand des Systems darstellen [ZG04].

1.4.1 Modell

Die Dynamik der Josephson-Phase in langen eindimensionalen 0- π -Kontakten läßt sich mittels der gestörten Sinus-Gordon-Gleichung (gSGG) beschreiben [GKK02] (vgl. Abschn.1.2.1):

$$\phi_{xx} - \phi_{tt} - \sin \phi = \alpha \phi_t - \gamma(x) - \theta_{xx}(x). \quad (1.41)$$

Hierbei wird der Phasensprung am Übergang zwischen 0- und π -Kontakt durch die Stufenfunktion $\theta(x)$ modelliert, die innerhalb der einzelnen Facetten den konstanten Wert 0 oder π annimmt und an den Grenzflächen der Bereiche π -diskontinuierlich ist.

Aus einer ersten Betrachtung von Gl. (1.41) folgt, daß ϕ an denselben Orten wie $\theta(x)$ diskontinuierlich sein muß. Daher werden die 0- π -Grenzflächen auch Phasendiskontinuitätspunkte genannt.

In manchen Fällen ist es vorteilhaft, anstelle von $\phi(x, t)$ die *kontinuierliche* Phase $\mu(x, t)$ zu verwenden, deren Dynamik mittels

$$\mu_{xx} - \mu_{tt} - \sin(\mu) \cos[\theta(x)] = \alpha \mu_t - \gamma(x) \quad (1.42)$$

beschrieben werden kann [XMT95; KMS97; BK03]. Die Gleichungen (1.41) und (1.42) sind hierbei äquivalent und können durch die Transformation $\phi(x, t) = \mu(x, t) - \theta(x)$ ineinander überführt werden [GKK02]. Zur Simulation des Systems wurde die Software „STKJJ“ [Gol03] verwendet, welche finite Differenzen-Methoden implementiert, um Gl. (1.42) zu lösen.

Auch für $0-\pi$ -Kontakte eignet sich das Pendelkettenmodell hervorragend zur Visualisierung der Phasenverteilung. Hierbei wird der π -Phasensprung für ϕ am Diskontinuitätspunkt durch die starre Kopplung zweier benachbarter Pendel im Winkel von 180° realisiert. Die entsprechende Umsetzung des Pendelkettenmodells für die kontinuierliche Phase μ läßt sich dadurch erreichen, daß die Gravitationskraft in den jeweiligen 0 - und π -Bereichen in entgegengesetzte Richtung zeigt, so daß der Grundzustand der π -Facette einer auf dem Kopf stehenden Pendelkette entspricht.

1.4.2 Semifluxonen

Wie bereits erwähnt, erlauben lange $0-\pi$ -Kontakte einen neuen Grundzustand, der sich vom trivialen „Flachphasenzustand“ mit $\mu = \text{const.}$ deutlich unterscheidet und der spontanen Ausbildung eines π -Vortex entspricht [XMT95; KMS97; GKK02].

Das Phasenprofil eines Semifluxons läßt sich durch Lösung der stationären Sinus-Gordon-Gleichung

$$\mu_{xx} - \sin \mu \cos \theta = 0 \quad (1.43)$$

bestimmen. Wir nehmen im Folgenden einen unendlich langen Kontakt an, dessen $0-\pi$ -Grenzfläche sich am Ort $x = 0$ befindet, so daß

$$\mu_{xx} = \begin{cases} \sin \mu & x < 0, \\ -\sin \mu & x > 0, \end{cases} \quad (1.44)$$

gilt. Gleichung (1.44) wird unter den gegebenen Randbedingungen der Kontinuität von μ und $\partial\mu/\partial x$ am Ort $x = 0$ durch

$$\mu(x) = \pm \begin{cases} 4 \arctan [(\sqrt{2} - 1)e^x] & x < 0, \\ \pi - 4 \arctan [(\sqrt{2} - 1)e^{-x}] & x > 0, \end{cases} \quad (1.45)$$

gelöst, wie Xu *et al.* [XMT95] und Goldobin *et al.* [GKK02] zeigen konnten. Dem Vorzeichen in Gl. (1.45) entsprechend bezeichnet man die po-

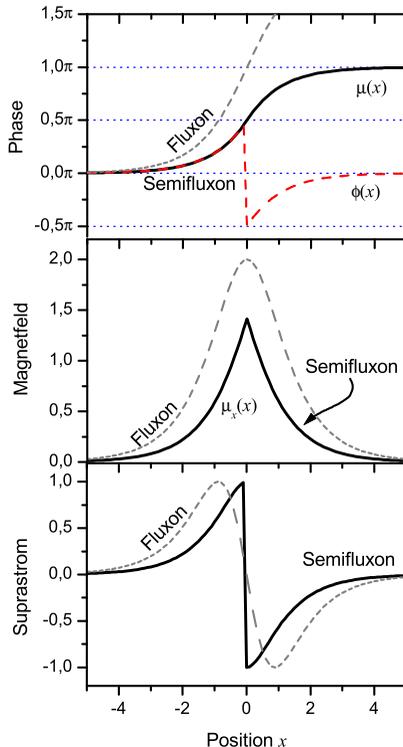


Abbildung 1.7: Phase $\mu(x)$ und $\phi(x)$, Magnetfeld und Josephson-suprastrom eines positiven Semifluxons.

sitive Lösung als positives Semifluxon (\uparrow) und die negative Lösung als negatives Semifluxon (\downarrow). Das magnetische Feld eines Semifluxons ist

$$\mu_x^{\uparrow,\downarrow}(x) = \pm \frac{2}{\cosh[|x| - \ln(\sqrt{2} - 1)]}. \quad (1.46)$$

Zusammen stellen positives und negatives Semifluxon (PSF/NSF) den (zweifach entarteten) Grundzustand des Systems dar, wobei die Polarität des Flußwirbels *unabhängig* vom Vorzeichen des Phasensprungs in $\theta(x)$ ist.

Abbildung 1.7 zeigt den Phasenverlauf $\phi(x)$ und $\mu(x)$ sowie Magnetfeld- und Suprastromverteilung eines positiven Semifluxons.

Für ein genaueres Verständnis der spontanen Ausbildung von Flußwirbeln in 0- π -Kontakten betrachtet man die freie Energie des Systems, die durch

$$U = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} \mu_x^2 + (1 - \cos \mu \cos \theta) dx \quad (1.47)$$

gegeben ist. Die Substitution der Semifluxonenlösung (1.45) in Gl. (1.47) ergibt $U = 8 - 4\sqrt{2} \approx 2.343$ (die Restenergie eines Fluxons beträgt gerade $U = 8$). Vergleicht man dies mit der Energie des $\mu = 0$ Zustands, welche linear mit der Länge des Kontakts anwächst und für $L \rightarrow \infty$ divergiert, so wird offenkundig, daß für lange Kontakte der Vortexzustand energetisch am günstigsten ist.

Dies läßt sich intuitiv auch folgendermaßen verstehen: Der Grundzustand der 0- und π -Facette des Kontakts wird durch unterschiedliche Phasendifferenzen, nämlich $\mu = 0$ und $\mu = \pi$, realisiert. Weit entfernt vom 0- π -Übergang sollte der Kontakt nichts von der Diskontinuität „wissen“ und seinen natürlichen Grundzustand einnehmen. Durch die lokale Kompensation der Phasendiskontinuität mittels eines π -Vortex ist dies gewährleistet und die Phasensprungstelle wird vom Rest des Kontakts „abgeschirmt“.

Im folgenden wird ausschließlich der Fall eines symmetrischen 0- π -Kontakts mit einer Phasendiskontinuität betrachtet. Komplexere Systeme, d.h. mehrere 0- π -Übergänge sowie asymmetrische Facettenlängen, werden detailliert in Ref. [BKS78; KMS97; GKK02; GKK03; ZG04; SvGV⁺03] diskutiert. Anzumerken ist, daß es im Falle von Josephsonkontakten mit alternierenden, jedoch sehr kurzen 0- und π -Facetten ($\ll \lambda_J$) zur Ausbildung so genannter „Splittervortices“¹² kommen kann, welche sich durch die ungewöhnliche Eigenschaft, nur den Bruchteil ϕ_0/π mit $-\pi < \phi_0 < \pi$ eines magnetischen Flußquants Φ_0 zu tragen, auszeichnen [MPK⁺02; BK03]. Im Gegensatz zu Semifluxonen und den in Kap. 4 vorgestellten fraktionalen Flußwirbeln [GSG⁺04; GKK04], die sich an einer *einzelnen* Phasensprungstelle ausbilden, sind „Splittervortices“ das Ergebnis eines Mittelungsprozesses über viele 0- π -Übergänge.

Statische Eigenschaften von 0- π -Kontakten

Semifluxonen sind gebundene Objekte. Sie können sich nicht von der Phasensprungstelle wegbewegen. Auch ein Biasstrom kann Semifluxonen nicht von den 0- π -Übergängen entfernen, jedoch zu einer Umorientierung derselbigen führen, wobei ein (ganzzahliger) Josephson-Flußwirbel emittiert wird. Die hierfür nötige Biasstromdichte, auch Depinning-Stromdichte genannt, hängt von der Länge des Josephsonkontakts ab

¹²engl. splintered vortices

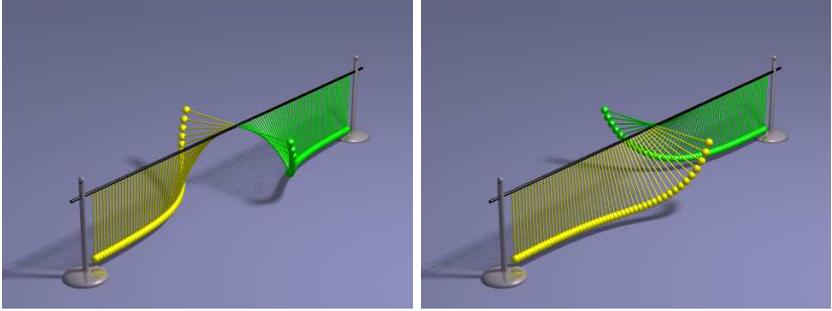


Abbildung 1.8: Langer 0- π -Josephsonkontakt mit Semifluxon (links) und Antisemifluxon (rechts) im Pendelkettenbild für die Phase ϕ . Der π -Phasensprung wird durch eine starre Kopplung zweier benachbarter Pendel im Winkel von 180° realisiert.

und beträgt $j_c^{SF} = \frac{2}{\pi}|j_c|$ im Limes $L \rightarrow \infty$, wobei $|j_c|$ die kritische Stromdichte der einzelnen 0- bzw. π -Facette bezeichnet [KBM95; GKK03]. Für $j < j_c^{SF}$ resultiert aus der Applikation eines (homogenen) Biasstroms lediglich eine geringfügige Verformung des Vortex.

Für Kontakte endlicher Länge L sowie Breite $w \ll \lambda_J$ reduziert sich der kritische Strom, $I_c < \frac{2}{\pi}|j_c|wL$. Dies läßt sich wie folgt verstehen:

Für $L < \infty$ stellt das mit Gl. (1.45) beschriebene Phasenprofil eines Semifluxons keine adequate Lösung der Sinus-Gordon-Gleichung (1.42) dar, da die Randbedingungen $\mu_x(\pm L/2) = 0$ nicht erfüllt werden. Jedoch läßt sich eine Lösung durch Einführung von spiegelbildlich angeordneten, entgegengesetzt orientierten (Anti-)Semifluxonen bei $x = -L$ und $x = +L$ konstruieren. Tatsächlich ist die Annahme einer unendlichen Kette antiferromagnetisch angeordneter (Anti-)Semifluxonen im Abstand L notwendig, um eine passende Lösung $\mu(x)$ zu erhalten. Dies führt für relative kurze Kontakte $L \sim \lambda_J$ zu einem deutlich veränderten Vortexprofil, wie in Abb. 1.9 exemplarisch für $L = 2\lambda_J$ gezeigt.

Da es sich nun formal betrachtet nicht mehr um ein einzelnes, sondern um eine Serie relativ dicht benachbarter Semifluxonen handelt, können Umordnungs- bzw. Umklappprozesse innerhalb dieser Kette auch schon bei deutlich niedrigeren Biasströmen, $I < \frac{2}{\pi}|j_c|wL$, stattfinden [GKK03], wobei diese durch den Austausch (virtueller) Fluxonen gekennzeichnet sind.

Abbildung 1.10 zeigt die numerisch bestimmte Längenabhängigkeit des kritischen Stroms eines symmetrischen 0- π -Kontakts für $H = 0$.

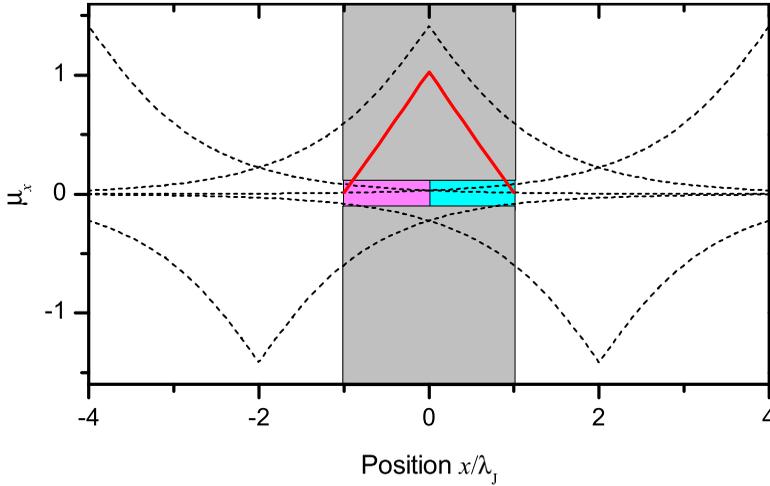


Abbildung 1.9: Profil der spontanen Magnetisierung (rote Kurve) in einem kurzen $0-\pi$ -Kontakt der Länge $L = 2\lambda_J$, das sich aus der Überlagerung einer antiferromagnetisch angeordneten Kette von (Anti-)Semifluxonen (gestrichelte Kurven) ergibt.

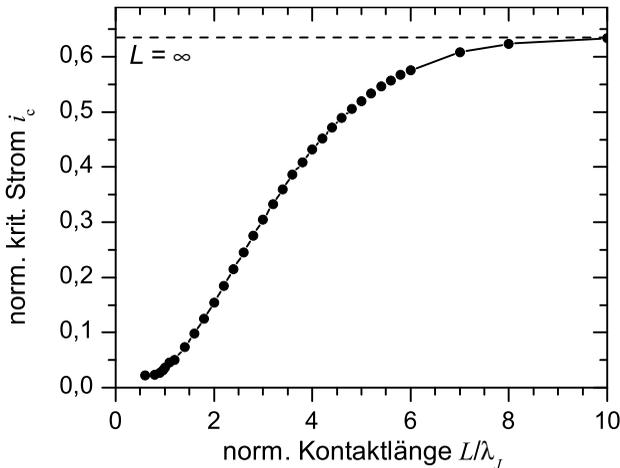


Abbildung 1.10: Numerisch bestimmte Abhängigkeit des normierten kritischen Stroms $i_c = I_c/|j_c|wL$ eines $0-\pi$ -Kontakts der Länge $l = L/\lambda_J$ für $H = 0$.

Betrachtet man die Magnetfeldabhängigkeit gewöhnlicher Josephsonkontakte, so zeichnet sich diese durch ein Maximum des kritischen Stroms für $H = 0$ aus. Für $H \neq 0$ hängt I_c von der Länge und Geometrie des Kontakts ab. Für kurze Kontakte ergibt sich das bereits diskutierte Fraunhofer-Muster (vgl. Abschn. 1.1.3), bei langen Kontakten spielt das Eigenfeld des Suprastroms eine wichtige Rolle und die $I_c(H)$ -Abhängigkeit läßt sich um $H = 0$ als dreiecksförmig beschreiben [BP82].

In symmetrischen 0- π -Kontakten stellt sich die Situation anders dar. Hier fließen die Supraströme der 0- und π -Region in entgegengesetzte Richtung, was für $H = 0$ zu einer teilweisen bis vollständigen Unterdrückung von I_c führt, da sich die Teilströme gegenseitig kompensieren. Auch in 0- π -Kontakten hängt die $I_c(H)$ -Charakteristik entscheidend von der Länge L ab. Diese soll im Folgenden für die zwei Grenzfälle sehr kurzer und langer Kontakte diskutiert werden.

$L \ll \lambda_J$: In diesem Fall kann das magnetische Feld im Inneren des Kontakts als konstant und gleich dem äußeren angenommen werden. Damit folgt für die Phase

$$\phi(x) = \phi_0 + \begin{cases} hx & -l/2 < x < 0 \\ hx + \pi & l/2 > x \geq 0 \end{cases}, \quad (1.48)$$

wobei $l = L/\lambda_J$ die normierte Länge, $h = 2H/H_{c1}$ mit $H_{c1} = \Phi_0/\pi\mu_0\Lambda\lambda_J$ das normierte magnetische Feld bezeichnet und der π -Phasensprung bei $x = 0$ angenommen wurde. Nach Substitution von (1.48) in Gl. (1.19) ergibt sich für den normierten kritischen Strom

$$\begin{aligned} i_c(h) &= \left| \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{+l/2} \sin \phi(x) dx \right|, \\ &= \left| \frac{4}{hl} \sin^2 \left(\frac{hl}{4} \right) \right|. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Abbildung 1.11 zeigt das charakteristische $i_c(h)$ -Muster eines kurzen 0- π -Kontakts, das sich durch ein Minimum für $H = 0$ auszeichnet.

$L \gtrsim \lambda_J$: Wird die Kontaktlänge vergleichbar und größer als die Josephsoneindringtiefe, beginnen sich an der Grenzfläche der 0- und π -Region zirkulierende Supraströme und damit eine spontane Magnetisierung auszubilden. Hierbei nimmt der entsprechende magnetische Fluß stetig zu, bis es für $L \geq 4\lambda_J$ zur fast vollständigen Ausbildung eines Semifluxon kommt [XMT95; KMS97; ZG04]. Die sukzessive Ausbildung

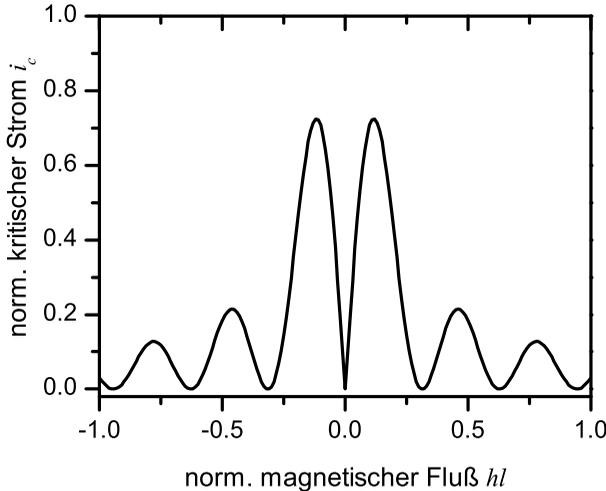


Abbildung 1.11: *Abhängigkeit des kritischen Stroms i_c eines kurzen $0-\pi$ -Kontakts vom äußeren Magnetfeld h nach Gl. (1.49).*

eines Semifluxons führt dabei zu einer Lokalisierung bzw. Abschirmung des Phasensprungs, so daß der kritische Strom für $H = 0$ zunimmt und für $L \rightarrow \infty$ gegen den bereits genannten Wert $i_{c,\infty} = 2/\pi \approx 0.64$ konvergiert¹³ (vgl. Abb. 1.10 und Ref. [Laz04]).

Semifluxonendynamik

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt bereits die Abhängigkeit des kritischen bzw. Depinningstroms von der Kontaktlänge diskutiert wurde, soll im folgenden das dynamische Verhalten von Semifluxonen untersucht, d.h. die Prozesse für $I > I_c$ betrachtet werden.

Wie bereits für den Fall eines unendlich langen Kontakts angesprochen, läßt sich für einen Biasstrom $I > \frac{2}{\pi}|j_c|wL$ keine stabile stationäre Lösung der SGG finden. Vielmehr bewirkt der Biasstrom ein Umklappen des Semifluxons in ein Antisemifluxon und die gleichzeitige Emission eines Fluxons, um die Flußerhaltung zu gewährleisten. Da das Fluxon frei beweglich ist, wird es durch die Lorentzkraft des Biasstroms von der Phasendiskontinuität wegbeschleunigt. Jedoch ist auch das neu entstan-

¹³Dies gilt für eine Überlapp-Geometrie des Kontakts. Für lange Inline-Kontakte ist das $i_c(h)$ -Muster eines $0-\pi$ - praktisch nicht von dem eines 0 -Kontakts zu unterscheiden [XMT95].

dene Antisemifluxon nicht stabil und klappt wieder in ein Semifluxon um, diesmal unter Aussendung eines Antifluxons, womit der anfängliche Zustand wiederhergestellt ist und ein neuer Zyklus beginnt. Diese periodische Emission von (Anti-)Fluxonen resultiert in einer mittleren Spannung $|V| > 0$.

Für symmetrische Kontakte endlicher Länge L zeigte sich, daß ein einzelnes Semifluxon (1.45) keine Lösung der SGG darstellt, sondern $\mu(x)$ vielmehr durch eine (virtuelle) Kette von antiferromagnetisch, im Abstand L angeordneten (Anti-)Semifluxonen beschrieben wird, wie in Abb. 1.9 dargestellt. Durch Applikation eines Biasstroms kann es nun zu Umordnungsprozessen innerhalb dieser Kette kommen [GKK03]: Das Semifluxon bei $x = 0$ hüpfte nach $x = L$ und das entsprechende Antisemifluxon von $x = L$ nach $x = 0$. Dieser Positionstausch ist mit dem Transfer von einem Φ_0 durch die rechte Kontaktseite verbunden.

Entsprechend kommt es nun zu einem Transfer von Φ_0 durch die linke Kontaktseite, in dem das Antisemifluxon ($x = 0$) und das Semifluxon ($x = -L$) ihre Positionen tauschen. Der Prozeß setzt sich periodisch fort, wobei innerhalb eines Zyklus $2\Phi_0$ durch die Kontaktseiten transferiert werden – im Gegensatz zur klassischen Nullfeldstufe, die durch einen Flußtransport von $4\Phi_0$ pro Periode charakterisiert ist. Nimmt man in beiden Fällen die gleiche, maximale Transfargeschwindigkeit für magnetischen Fluß innerhalb eines Kontakts, die Swihart-Geschwindigkeit \tilde{c} , an, so sollten sich bei nicht zu langen Kontakten, $L \sim \lambda_J$, *halbzahlige* Nullfeldstufen beobachten lassen [Ste02; GSG⁺04].

1.4.3 Realisierungen von 0- π -Kontakten

0- π -Kontakte lassen sich auf verschiedene Arten erzielen, jedoch sind nicht alle der im Folgenden vorgestellten Systeme gleichermaßen geeignet, um *lange* 0- π -Kontakte zu realisieren. Darüber hinaus beschränkt sich die nachfolgende Auswahl auf existierende, experimentell verfügbare Implementationen.

Josephsonkontakte mit ferromagnetischer Barriere

Supraleiter–Ferromagnet–Supraleiter-Kontakte (SFS-Kontakte), also Josephsonkontakte mit ferromagnetischer Barriere, wurden als erste Kandidaten für π -Systeme vorgeschlagen und theoretisch unter-

sucht [BKS77; BBP82; BK91; DAB97; Buz05].

Hierbei kommt es durch die Anwesenheit des magnetischen Austauschfeldes des Ferromagneten zu einer exponentiell gedämpften Oszillation des Ordnungsparameters innerhalb der Josephsonbarriere. Je nach Dicke der ferromagnetischen Schicht wechselt dabei das Vorzeichen des kritischen Stroms und es lassen sich Kontakte sowohl mit positiver als auch negativer kritischer Stromdichte realisieren. Obwohl als erste Möglichkeit eines π -Kontakts vorgeschlagen, konnten erst in den letzten Jahren SFS-Kontakte hinreichender Qualität experimentell realisiert und die Oszillation des kritischen Stroms nachgewiesen werden [ROR⁺01; SBLC03]. Aufgrund ihrer intrinsisch hohen Dämpfung sind SFS-Kontakte immer überdämpft und damit für die Untersuchung dynamischer Effekte ungeeignet. Hysteretische Kontakte mit niedriger Dämpfung lassen sich jedoch durch eine zusätzliche Isolationsschicht (SIFS-Kontakte) realisieren, wie erstmals Kontos *et al.* [KAL⁺02] zeigen konnten. Allerdings zeichneten sich diese π -Kontakte bis dato durch sehr niedrige kritische Stromdichten aus ($\sim 7 \text{ mA/cm}^2$), so daß entsprechende Josephsonkontakte immer im kurzen Limit angesiedelt waren. In jüngster Zeit ist es jedoch u.a. Weides *et al.* [WTK06; WKG⁺06] gelungen, unterdämpfte π -Kontakte herzustellen, deren kritische Stromdichten bisherige Werte um Größenordnungen übertreffen. Diese Entwicklung eröffnet erstmals eine reelle Chance, lange SIFS- π -Kontakte realisieren zu können.

Abbildung 1.12(a) zeigt die typische Variation des kritischen Stroms mit der ferromagnetischen Schichtdicke (Ferromagnet im „dirty limit“). Durch geschickte örtliche Anpassung der Barrierendicke d_F , wie in Abb. 1.12(b) gezeigt, lassen sich SFS/SIFS- $0-\pi$ -Kontakte realisieren, wobei die Schichtdicken d_1 und d_2 derart gewählt werden müssen, daß $j_c(d_1) = -j_c(d_2)$ gilt.

Kürzlich ist es Weides *et al.* [WKK⁺06] erstmals gelungen, unterdämpfte $0-\pi$ -SIFS-Kontakte mit $L/\lambda_J \sim 1.3$ herzustellen. Mit einer weiteren Verbesserung des Fabrikationsprozesses sollten damit in absehbarer Zeit auch noch längere $0-\pi$ -Kontakte möglich sein. Erste Arbeiten zu SIFS-Kontakten im s.g. „clean“ Limit des Ferromagneten zeigen hierbei einen vielversprechenden Ansatz, um die kritische Stromdichte von derzeit $\approx 5 \text{ A/cm}^2$ [WKK⁺06] deutlich erhöhen zu können, wobei Werte von $j_c > 1 \text{ kA/cm}^2$ berichtet wurden [BSH⁺06].

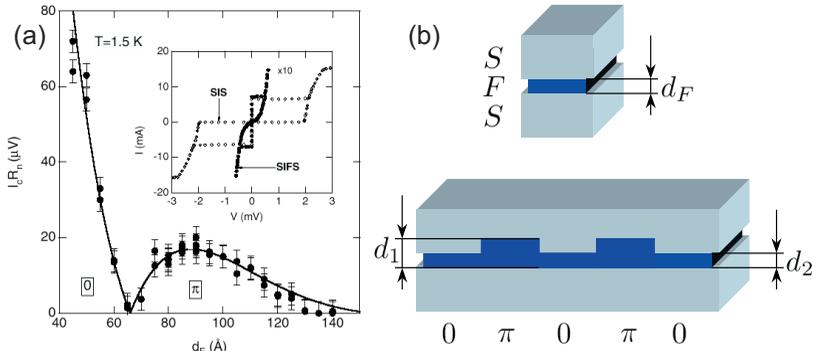


Abbildung 1.12: (a) Abhängigkeit des kritischen Stroms von der Dicke der ferromagnetischen Barriere in SFS-Kontakten (aus Ref. [KAL⁺02]). (b) Realisierung eines 0- π -Kontakts durch Variation der Barrierendicke entlang des Kontakts.

Korngrenzenkontakte von d -Wellen Supraleitern

Eine der erstaunlichen Konsequenzen unkonventioneller Supraleitung (Ordnungsparametersymmetrie, die *nicht* s -Wellen-Charakter besitzt) ist die diskutierte Möglichkeit der spontanen Ausbildung von Semifluxonen, da der kritische Suprastrom (Josephsonstrom) zwischen zwei unkonventionellen Supraleitern für bestimmte relative Orientierungen negativ sein muß [GLB87]. Dieser Umstand wurde als möglicher Nachweis für die d -Wellen-Symmetrie der Supraleitung in Hoch- T_c -Supraleitern vorgeschlagen.

Der erste experimentelle Nachweis von Semifluxonen [TKC⁺94] erfolgte dann auch, genau diesem Ansatz folgend, mittels SQUID-Mikroskopie [KKS⁺95] in einem supraleitenden YBCO-Ring¹⁴, der durch geschickte Platzierung auf einem Trikristallsubstrat von zwei 0- und einem π -Korngrenzen-Josephsonkontakt [TKC⁺94; KTR⁺96; KTM99; TK00; TK02; SYI02] unterbrochen wurde. Die beobachtete, spontane Magnetisierung des Rings wurde als starker Hinweis auf die d -Wellen-Symmetrie von YBCO gewertet [vH95], der Existenznachweis halbzahliger Flußquanten war hingegen eindeutig.

Aufgrund ihrer Bindung an eine Korngrenze des verwendeten Substrats unterliegen diese speziellen Josephsonkontakte einer starken Designbe-

¹⁴YBCO = Kurzbezeichnung des Hoch- T_c -Supraleiters $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$.

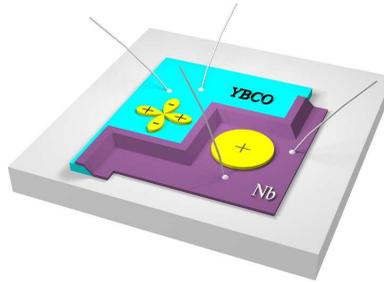


Abbildung 1.13: *Nb-YBCO - Zickzack-Rampenkontakte.*

schränkung und zeichnen sich darüber hinaus durch eine relativ hohe Dämpfung aus.

Nb-YBCO-Rampenkontakte

Weitaus flexibler als die gerade besprochenen, an die Korngrenzen des unterliegenden Substrats gebundenen Josephsonkontakte sind so genannte Rampenkontakte [SHR⁺02; SAB⁺02] aus dem s -Wellen-Supraleiter Niob und dem d -Wellen-Supraleiter YBCO, wie in Abb. 1.13 gezeigt. Hier bildet der rampenförmige Überlappbereich der beiden Supraleiter den Josephsonkontakt.

Das Vorzeichen des Tunnelstroms hängt dabei von der relativen Orientierung der Ordnungsparameter der beiden Supraleiter ab. Wechselt die Polarität des Ordnungsparameters von einer Seite der Tunnelbarriere zur anderen, erhält man eine negative kritische Stromdichte; bei gleichem Vorzeichen eine positive [SAB⁺02; Str03; DÖ6]. Durch die Zickzack-förmige Anordnung des Rampenkontakts wird somit ein $0-\pi-0-\dots$ -Kontakt realisiert, da von Facette zu Facette das Vorzeichen des Tunnelstroms wechselt.

Dieses Design zeichnet sich durch eine wesentlich größere Flexibilität bzgl. der Anordnung der Josephsonkontakte aus, da keine Bindung an eine Korngrenze notwendig ist. Da diese Kontakte die d -Wellen-Symmetrie des supraleitenden Ordnungsparameters ausnutzen, lassen sich mit Rampenkontakten keine einzelnen π -Kontakte realisieren, sondern nur $0-\pi$ -Kontakte. Darüber hinaus ist die Dämpfung in diesen Systemen mit typischerweise $\alpha \geq 0.4$ leider noch zu hoch, um bspw. die

Dynamik von Semifluxonen zu untersuchen.

Auch in Nb-YBCO-Rampenkontakten konnte mittels SQUID-Mikroskopie die spontane Ausbildung von Semifluxonen nachgewiesen werden [HAS⁺03].

Künstliche $0-\pi$ -Kontakte

Als faszinierende Alternative zu den bisher vorgestellten Systemen bieten sich so genannte „künstliche“ $0-\pi$ -Kontakte auf Basis konventioneller Nb- AlO_x -Nb-Technologie an. Diese werden im nächsten Kapitel detailliert beschrieben.

Kapitel 2

Künstliche $0-\pi$ -Kontakte

Aus der vorangegangenen Diskussion der verschiedenen Realisierungsmöglichkeiten langer $0-\pi$ -Kontakte wurde deutlich, daß für die Untersuchung der *dynamischen* Eigenschaften von Semifluxonen weder Nb-YBCO-Rampenkontakte (zu hohe Dämpfung) noch SIFS-Kontakte (zu geringes j_c) momentan zur Verfügung stehen und somit ein dringender Bedarf für alternative Systeme existiert.

Betrachtet man im Vergleich hierzu die hervorragenden Eigenschaften von mittlerweile standardisiert hergestellten Nb-AlO_x-Nb-Kontakten, die sich durch niedrige Dämpfung, kontrolliert einstellbares j_c , Homogenität und einfache Verfügbarkeit auszeichnen, stellt sich die Frage, ob es nicht möglich ist, auf deren Basis die Dynamik der Josephsonphase in $0-\pi$ -Kontakten zu untersuchen. Tatsächlich läßt sich auf externe, künstliche Weise ein „Standard“-Josephsonkontakt derart modifizieren, daß er sich in guter Näherung wie ein $0-\pi$ -Kontakt verhält. Diese „künstlichen“ $0-\pi$ -Kontakte werden im Folgenden vorgestellt.

Das Kapitel ist dabei wie folgt gegliedert. Zu Beginn wird anhand des Sinus-Gordon-Modells motiviert, wie sich mittels eines Paares kleiner Strominjektoren auf künstliche Weise ein Sprung der Josephsonphase realisieren läßt. Um den gewünschten Phasensprung von π einstellen zu können, ist eine Kalibrierung der Injektoren nötig, die als nächstes diskutiert wird. Im Anschluß werden die Proben, der experimentelle Aufbau sowie die durchgeführten Untersuchungen an derartigen $0-\pi$ -Kontakten mit Injektoren vorgestellt und es wird gezeigt, daß sich in diesen Systemen tatsächlich Semifluxonen und insbesondere deren Dynamik beob-

achten läßt.

Die diskutierten Ergebnisse sind in Ref. [GSG⁺04] veröffentlicht.

2.1 Modell

Wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde, lassen sich lange 0- π -Kontakte mittels der gestörten Sinus-Gordon-Gleichung (1.41) beschreiben

$$\phi_{xx} - \phi_{tt} - \sin \phi = \alpha \phi_t - \gamma(x) - \theta_{xx}(x),$$

wobei die unterschiedlichen Grundzustände der 0- und π -Facette durch die Einführung der Stufenfunktion $\theta(x)$ Berücksichtigung fanden.

Aus einer näheren Betrachtung von (1.41) wird deutlich, daß der Phasensprungterm $\theta_{xx}(x)$ lediglich ein additiver Term zur rechten Seite der Gleichung ist, ebenso wie der Biasstrom γ . Betrachtet man nun einen gewöhnlichen Josephsonkontakt, der intrinsisch keine Phasensprungstellen aufweist, so lassen sich diese alternativ durch Anlegen eines zusätzlichen Biasstroms der Form $\gamma_\theta(x) = \theta_{xx}(x)$ hervorrufen.

Ist $\theta(x) = \pi \text{H}(x)$ eine Stufenfunktion¹, wie in Abb. 2.1(a) gezeigt, dann ist $\theta_x(x) = \pi \delta(x)$ eine δ -Distribution der Stärke π [Abb. 2.1(b)] und $\theta_{xx}(x) = -\pi \delta(x)/x$ deren Ableitung [Abb. 2.1(c)]. Somit ist eine π -Phasendiskontinuität einem zusätzlichen Strom der Dichte $-\pi \delta(x)/x$ oder anders ausgedrückt einem Stromdipol der Stärke π äquivalent bzw. kann durch letzteren ersetzt werden [Ust02; MU04; GSG⁺04].

Selbstredend ist es in einem realen Experiment nicht möglich, unendlich viel Strom durch infinitesimal dünne Drähte zu transportieren, so-

¹H(x) steht für die Heaviside-Stufenfunktion.

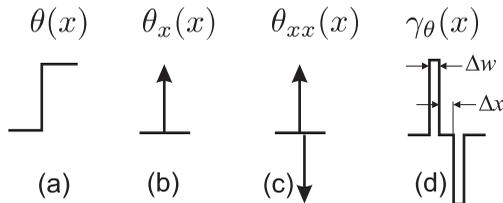


Abbildung 2.1: Darstellung von $\theta(x)$, $\theta_x(x)$, $\theta_{xx}(x)$ sowie der Approximation von $\theta_{xx}(x)$ durch $\gamma_\theta(x)$ mittels zweier rechteckiger Pulse der Breite Δw und Abstand Δx .

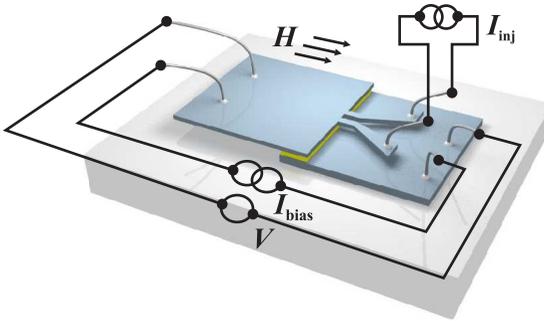


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung eines künstlichen 0- π -Kontakts mit Strominjektoren.

mit wird ein praktikables resp. experimentell realisierbares Stromprofil immer nur eine Approximation von $\theta_{xx}(x)$ darstellen, beispielsweise in der Art, wie es in Abb. 2.1(d) gezeigt ist. Ein derartiges Stromprofil läßt sich mittels eines zusätzlichen, schmalen (Breite und Abstand sollten viel kleiner als λ_J sein) Elektrodenpaares, das an einer der beiden supraleitenden Elektroden des Tunnelkontakts befestigt ist, realisieren. Abbildung 2.2 zeigt die Geometrie eines solchen Kontakts. Hierbei wird der Strom I_{inj} in eine der Elektroden injiziert und durch die zweite wieder extrahiert. Der Injektorstrom führt dabei zu einem Sprung $\kappa \propto I_{inj}$ der Phase ϕ , wobei sich diese in einer realen Geometrie ($\Delta x, \Delta w > 0$) nicht sprunghaft, sondern nur sehr schnell im Bereich zwischen den Injektoren ändert. Aus physikalischer Sicht läßt sich der Prozeß wie folgt verstehen: Der Injektorstrom erzeugt den auf die Injektorregion ($\ll \lambda_J$) konzentrierten magnetischen Fluß Φ , entsprechend der Induktivität der supraleitenden Elektrode. Der Josephsonkontakt reagiert auf dieses Magnetfeld bzw. den induzierten Phasengradienten mit der Ausbildung eines Vortex ($-\Phi$), allerdings auf einer Längenskala $\sim \lambda_J$.

Theoretisch läßt sich der für einen Phasensprung $\kappa = \pm\pi$ nötige Injektorstrom berechnen, jedoch setzt dies die genaue Kenntnis diverser Parameter des Josephsonkontakts voraus. Aus diesem Grund wurde zur Kalibrierung des Injektorstroms ein anderer Ansatz gewählt, der auf dem Vergleich der theoretischen Abhängigkeit des kritischen Stroms vom Phasensprung, $i_c(\kappa)$, mit der experimentell bestimmbar $I_c(I_{inj})$ -

Kennlinie beruht.

Betrachten wir hierzu, Ref. [MU04] folgend, erst einen idealen, d.h. δ -förmigen Stromdipol. Auf die Bedeutung der endlichen Ausdehnung der Injektoren wird im nächsten Kapitel gesondert eingegangen.

Es ist leicht einsehbar, daß, verbleibt man im Stromdipolbild, die Amplitude des Stroms frei wählbar, also von der Form $-\kappa\delta(x)/x$ ist. Dieser Dipol korrespondiert mit einer κ -Phasendiskontinuität anstelle des vormaligen Phasensprungs von π . Im Weiteren soll nun ein langer Josephsonkontakt mit einer derartigen, beliebig einstellbaren κ -Diskontinuität betrachtet werden, d.h. mit $\theta(x) = \kappa H(x)$ in Gl. (1.41).

Es sei an dieser Stelle nochmals hervorgehoben, daß die Stärke des Injektorstroms direkt proportional zur Pulshöhe der in Abb. 2.1(d) dargestellten Stromverteilung ist, welche wiederum proportional zum induzierten Phasensprung κ ist. Folglich läßt sich κ durch entsprechende Wahl von I_{inj} auf einen *beliebigen* Wert einstellen, wobei $\kappa \propto I_{\text{inj}}$ gilt (Details siehe Abschn. 3.1).

2.2 Kalibrierung der Injektoren

Zu Beginn interessiert uns die Abhängigkeit des maximalen Suprastroms von κ . Durch Variation des normierten Suprastroms

$$i = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \sin \phi \, dx \quad (2.1)$$

bezüglich der Lösungen ϕ von Gl. (1.41) läßt sich der maximale, normierte Suprastrom

$$i_c = \frac{I_c(\kappa, H)}{I_c(0, 0)} \quad (2.2)$$

in Abhängigkeit von κ bestimmen. Hierbei bezeichnet $l = L/\lambda_J$ die Länge des Kontakts in Einheiten von λ_J .

Für den Fall annularer Kontakte wurde gezeigt [Ust02; NLC02; MU04], daß es sich bei der $i_c(\kappa)$ -Abhängigkeit um ein Fraunhofer-Muster handelt, deren erstes Minimum bei $\kappa = 2\pi$ lokalisiert ist. Darüber hinaus zeigte sich, daß dieses Ergebnis nicht von der Länge L des Kontakts abhängt.

In linearen Kontakten stellt sich die Situation anders dar; hier hängt $i_c(\kappa)$ von der Kontaktlänge L ab. Betrachten wir hierzu folgende

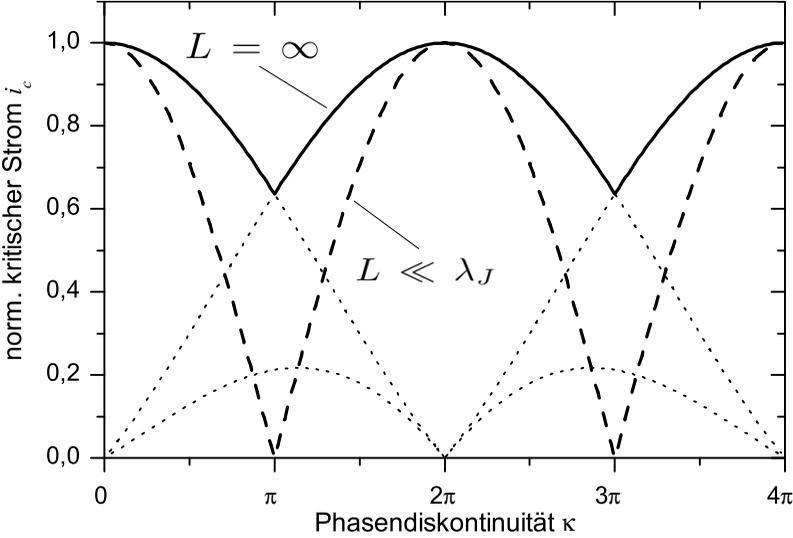


Abbildung 2.3: Abhängigkeit des normierten kritischen Stroms i_c eines linearen Kontakts von der Phasendiskontinuität κ , für $L \ll \lambda_J$ (gestrichelte Linie) und $L = \infty$ (durchgezogene Linie). Die gepunktete Linie korrespondiert mit den um $0, 2\pi, 4\pi, \dots$ verschobenen Fraunhofermustern.

Grenzfälle.

(1) $l \gg 1$. Für sehr lange Kontakte kann man dem Ansatz von Ref. [MU04] folgen und erhält das gleiche Fraunhofer-Muster (vgl. Gl. (10) in Ref. [MU04], siehe auch Appendix von Ref. [GSKK04])

$$i_c(\kappa) = \left| \frac{\sin(\kappa/2)}{\kappa/2} \right|. \quad (2.3)$$

Jedoch sind in einem linearen Kontakt eine κ - und eine $(\kappa + 2\pi)$ -Diskontinuität physikalisch äquivalent, da die Josephsonphase nur modulo 2π definiert ist und im Gegensatz zu annularen Kontakten keine topologischen Einschränkungen bestehen. Aus diesem Grunde muß das Fraunhofer-Muster (2.3) periodisch entlang der κ -Achse fortgesetzt werden, wobei die Periode 2π beträgt, wie es in Abb. 2.3 (gepunktete Linie) gezeigt ist. Somit können zu einem gegebenen κ -Wert mehrere i_c -Werte möglich sein, die mit verschiedenen Lösungen korrespondieren. Variiert man κ bei konstantem Biasstrom, respektive variiert man den Biasstrom bei konstantem κ , kann das System durch Emission eines Fluxons, wel-

ches den Kontakt verläßt und somit das System nicht weiter beeinflußt, zwischen verschiedenen Lösungen umschalten. Dieser Prozeß findet immer dann statt, wenn eine der gepunkteten Linien in Abb. 2.3 gekreuzt wird.

Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, daß in einem annularen Kontakt die Fluxonenzahl erhalten bleibt und demzufolge der oben beschriebene Prozeß nicht stattfinden kann, also in Abb. 2.3 nur die eigentliche Fraunhofer-Kurve berücksichtigt werden darf. Auf die Stabilität der einzelnen Lösungen soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden, jedoch ist es wichtig zu bemerken, daß der jeweils oberste Teil der periodisch fortgesetzten Fraunhofer-Kurven – in Abb. 2.3 als durchgezogene Linie eingezeichnet – alle spannungslosen Zustände von Zuständen mit endlicher Spannung trennt und somit diejenige Kurve ergibt, die im Experiment gemessen wird. Letztere zeichnet sich somit durch scharfe Minima des kritischen Stroms für $\kappa = (2n + 1)\pi$ (mit ganzzahligem n) aus.

(2) $l \ll 1$. Im Falle eines sehr kurzen Kontakts kann die longitudinale Variation der Josephsonphase vernachlässigt werden. Nimmt man an, daß die Phase in der linken Hälfte des Kontakts ϕ_0 und in der rechten Hälfte $\phi_0 + \kappa$ ist, dann läßt sich durch Variation von ϕ_0 der kritische Strom in Abhängigkeit von κ bestimmen:

$$i_c(\kappa) = \left| \cos\left(\frac{\kappa}{2}\right) \right|. \quad (2.4)$$

Diese Funktion ist in Abb. 2.3 als gestrichelte Linie eingezeichnet. Vergleicht man die $i_c(\kappa)$ -Abhängigkeiten der diskutierten Grenzfälle, so zeigt sich, daß beide Kurven Maxima bei $\kappa = 2n\pi$ und Minima bei $\kappa = (2n + 1)\pi$ (möglicherweise mit Hysterese) besitzen. Der minimale kritische Strom für $\kappa = (2n + 1)\pi$ hängt von der Kontaktlänge ab und variiert zwischen 0 für sehr kurze und $2/\pi$ für unendliche lange Kontakte.

(3) $1 \lesssim l < \infty$. In diesem Falle liegt die $i_c(\kappa)$ -Kurve zwischen denjenigen für $l \ll 1$ und $l \gg 1$, besitzt jedoch auch spitz zulaufende Minima bei $\kappa = (2n + 1)\pi$, wobei $i_c(\pi)$ mit wachsender Kontaktlänge zunimmt (vgl. Abb. 1.10).

Wie aus den vorhergehenden Betrachtungen deutlich geworden ist, korrespondieren die Minima in $i_c(\kappa)$ immer mit einer Phasendiskontinuität von $\kappa = (2n + 1)\pi$. Die Kalibrierung der Injektoren reduziert sich somit

Schicht	Abk.	Dicke [nm]	
		Hypres	Karlsruhe
Basiselektrode	d_b	120	200 (+5)
Tunnelbarriere	t_J	2	2
Gegenelektrode	d_t	350	450
Isolationsschicht (SiO ₂ +Nb ₂ O ₅)	t_P	245	350

Tabelle 2.1: Schichtdicken der Nb-AlO_x-Nb-Tunnelkontakte für Proben der Fa. Hypres und für Proben der Universität Karlsruhe.

auf eine $I_c(I_{inj})$ -Messung. Da $\kappa \propto I_{inj}$ ist, korrespondiert der Injektorstrom am ersten Minimum der Kennlinie mit κ modulo $2\pi = \pi$.

2.3 Proben

Bei den untersuchten Josephsonkontakten handelt es sich um Nb-AlO_x-Nb-Tunnelkontakte, die in einem Standard Drei-Lagen-Prozeß [Hyp06] von der Firma Hypres, Inc. [Hyp] hergestellt wurden.

Zur Fertigung der Josephsonkontakte wird dabei auf dem Substrat, üblicherweise ein Siliziumwafer, erst eine Isolationsschicht aus SiO₂ und nachfolgend durch sequenzielles Sputtern von Niob und Aluminium, Oxidation des Aluminiums und erneutes Sputtern von Niob die Nb-AlO_x-Nb-Trilage aufgebracht. Mittels optischer Lithographie und nachfolgender anodischer Oxidation wird der aktive Tunnelbereich präpariert, wie es in Abb. 2.4(a) dargestellt ist. Im nächsten Schritt wird die Basiselektrode durch reaktives Ionenätzen (RIE) strukturiert und auf die verbleibende Trilage eine Isolationsschicht aus SiO₂ aufgebracht [Abb. 2.4(b)]. Letztere wird wieder mittels optischer Lithographie und RIE strukturiert, so daß ein Fenster über der aktiven Region sowie im Kontaktierungsbereich der Basiselektrode entsteht [Abb. 2.4(c)]. Erneutes Aufputtern und Strukturieren von Niob und SiO₂ sorgt für die finale elektrische Anbindung des Josephsonkontakts, so daß nun beide Elektroden an der Oberseite des Chips kontaktiert werden können [Abb. 2.4(d,e)]. Tabelle 2.1 faßt die entscheidenden Parameter zusammen, wobei zusätzlich, dem nächsten Kapitel vorweggreifend, die charakteristischen Schichtdicken für Proben aus Karlsruhe aufgelistet sind.

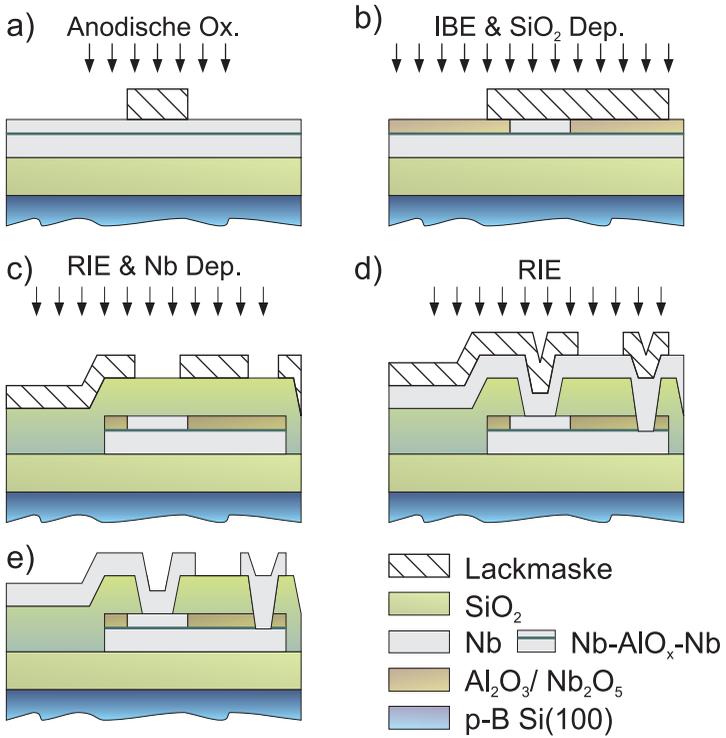


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des Herstellungsprozesses von Nb- AlO_x -Nb-Tunnelkontakten.

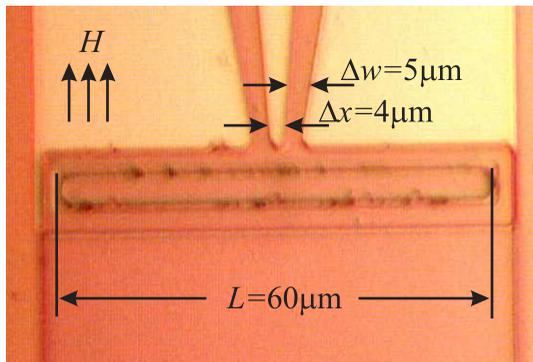


Abbildung 2.5: Optisches Aufnahme des untersuchten Tunnelkontakts.

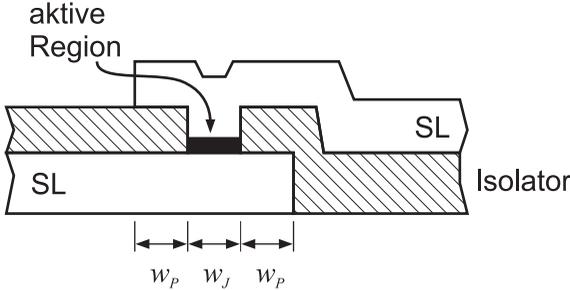


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung (Seitenansicht) eines Josephson-kontakts in Überlappgeometrie. Obere und untere Elektrode sind durch eine Isolatorschicht getrennt und überlappen sich im Bereich der aktiven Tunnelregion.

Die untersuchten Proben wiesen eine Ausdehnung von $60 \times 5 \mu\text{m}$, die Injektoren eine Breite von $5 \mu\text{m}$ und einen Abstand von $4 \mu\text{m}$ auf. Abbildung 2.5 zeigt eine optische Aufnahme der Josephsonkontakte.

Aufgrund der verwendeten Overlap-Geometrie der Kontakte, wie sie in Abb. 2.6 dargestellt ist, existiert um den eigentlichen aktiven Bereich der Tunnelbarriere noch eine so genannte Idle- oder auch passive Region, in der sich die Elektroden, durch eine Isolatorschicht zum Schutz vor ungewollten Kurzschlüssen getrennt, überlappen. Diese stellt aus elektrotechnischer Sicht eine parallel zur Tunnelbarriere verlaufende Streifenleitung dar, die einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf die statischen [CFD94; CFV96; CFK⁺99] und dynamischen [Lee91; LB92; FLC⁺00] Eigenschaften der Josephsonkontakte hat und für einen quantitativen Vergleich von Theorie und Experiment mit einbezogen werden muß. Es zeigt sich [CFK⁺99], daß der Einfluß einer kleinen Idle-Region ($w_P \lesssim 5\lambda_J$) durch eine Renormierung der Josephson-eindringtiefe λ_J berücksichtigt werden kann:

$$\lambda_{J,\text{eff}} = \lambda_J \sqrt{1 + \frac{2w_P}{w_J} \Lambda^*}. \quad (2.5)$$

Hierbei bezeichnet $w_{P,J}$ die Breite des Idle- resp. aktiven Bereichs und

$$\Lambda^* = \frac{L_J}{L_P} = \frac{d_J}{d_P} \quad (2.6)$$

deren Induktivitätenverhältnis. d_J ist die mit Gl. (1.25) definierte magnetische Dicke im Tunnelbereich, $d_P \equiv d_J - t_J + t_P$ entsprechend im

Parameter	KL609.254	KL609.156
kritischer Strom I_c [μA]	277	292
Gap-Strom I_g [μA]	462	460
Gap-Spannung V_g [mV]	2.58	2.62
Normalwiderstand R_n [Ω]	≈ 4.6	≈ 4.8
Subgap-Widerstand (@2mV) R_{sg} [Ω]	≈ 90	≈ 150
I_c/I_g	0.6	0.63
kritische Stromdichte j_c [A/cm^2]	≈ 92	≈ 97
Josephson-Eindringtiefe λ_J [μm]	≈ 43	≈ 43
spez. Kapazität [$\mu\text{F}/\text{cm}^2$]	≈ 4.3	≈ 4.3

Tabelle 2.2: Elektrische Charakterisierung der Proben bei $T \approx 4.2\text{ K}$. Die Bestimmung von I_g , R_{sg} und V_g erfolgte nach Ref. [DEKK99]. Die spezifische Kapazität wurde aus den Spannungen der Nullfeldstufen bestimmt.

Idle-Bereich (Substitution der Tunnelbarrierendicke durch die Dicke der Isolatorschicht t_P).

Zur elektrischen Vorcharakterisierung der Kontakte wurden die I - V - und $I_c(H)$ -Kennlinien aufgezeichnet. Die gefundenen Kontaktparameter sind in Tab. 2.2 aufgeführt.

Nach Gl. (2.5), Gl. (1.30) sowie den in Tab. 2.2 aufgeführten Parametern ergibt sich für die untersuchten Proben eine effektive Josephson-Eindringtiefe von $\lambda_{J,\text{eff}} \approx 43 \pm 2\ \mu\text{m}$. Im folgenden bezeichnet λ_J nur noch die bereits um den Einfluß der Idle-Region korrigierte effektive Eindringtiefe.

2.4 Meßaufbau

Der verwendete Meßbau ist schematisch in Abb. 2.7 gezeigt. Die Probe wurde mittels doppelseitigen Klebebandes auf einer ca. $6 \times 1\text{ cm}$ großen Leiterplatte befestigt (siehe Abb. 2.8) und durch $25\ \mu\text{m}$ Aluminiumbonddrähte mit den entsprechenden elektrischen Zuleitungen kontaktiert. Die Verbindung des Probenhalters mit dem eigentlichen Meßstab erfolgte über DIP-Sockel, was ein schnelles und flexibles Austauschen von Proben gestattet. Eine Spule bietet die Möglichkeit, Magnetfelder im Bereich einiger mT parallel zur Chipoberfläche anzulegen. Zur Abschirmung stati-

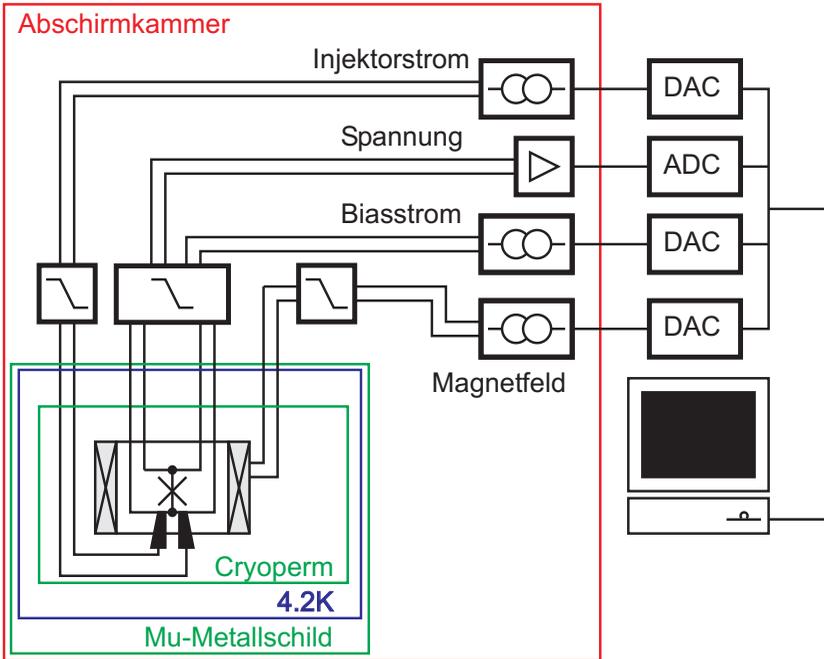


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung des Meßaufbaus.

scher magnetischer Restfelder wird die Probe mit einem Cryopermschild umgeben, das auch die Spule umfaßt.

Verdrillte Kupferdrähte verbinden die Probe mit der eigentlichen Anschlußbox am Kopf des Stabes, in der LC-Durchführungselemente mit einer Abschneidefrequenz von ~ 1 MHz für eine Tiefpaßfilterung der Signalleitungen sorgen.

Die Messungen erfolgten in einem Heliumbadkryostaten bei $T \gtrsim 4.2$ K,² welcher sich in einer elektromagnetischen Abschirmkammer (Schirmwirkung bis ca. 20GHz) befand und zusätzlich von einem 3-fach Mu-Metallschild umgeben war.

Für die Transportmessungen der Josephsonkontakte wurden speziell angefertigte, batteriebetriebene, rauscharme Stromquellen und Vorverstärker verwendet. Das äquivalente Eingangsverstärkerrauschen betrug $\approx 2 \mu\text{V}$, das Stromrauschen ca. 0.1% des Maximalstroms. Die Steue-

²Um Nullfeldstufen aufzeichnen zu können, war es nötig, etwas oberhalb der Badtemperatur von $T = 4.2$ K zu messen.

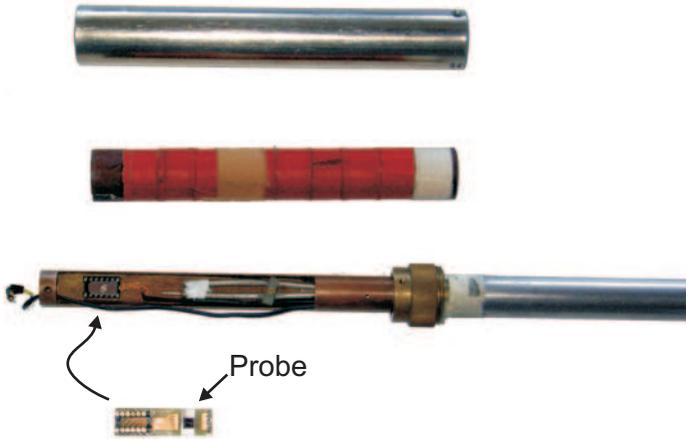


Abbildung 2.8: Der verwendete Probenstab. Von unten nach oben: Probe auf Probenhalter, Probenstab, Magnetfeldspule und Cryopermschild.

rung der Stromquellen sowie die Aquirierung der Meßdaten erfolgte über 16-Bit ADC-/DAC-Computermeßkarten³ mit dem Meßprogramm GOLDEXI [Gol04].

2.5 Experimentelle Beobachtungen

Zu Beginn wurden jeweils Strom–Spannungs- sowie $I_c(H)$ -Kennlinien ohne angelegten Injektorstrom gemessen. Die gefundenen Kontaktparameter sind in Tab. 2.2 zusammengefaßt und zeugen von einer guten Qualität der Tunnelkontakte sowie der Abwesenheit von eingefangenen magnetischen Fluß.

Da die Ergebnisse der beiden verwendeten Proben keine qualitativen und nur geringfügige quantitative Unterschiede aufwiesen, werden im Folgenden lediglich die Messungen an der Probe KL609.156 vorgestellt.

Um die Injektoren zu kalibrieren, wurde der kritische Strom I_c in Abhängigkeit vom Injektorstrom I_{inj} für $H = 0$ gemessen. Abbildung 2.9 zeigt exemplarisch die $I_c(I_{inj})$ -Kennlinie der Probe. Die theoretisch vorhergesagte oszillatorische Abhängigkeit (vgl. Abb. 2.3) ist deutlich zu erkennen. Der minimale kritische Strom beträgt hierbei ca. 5% von $I_{c,max}$ in guter Übereinstimmung mit dem numerisch berechneten Wert

³NI-6733, NI-6052E

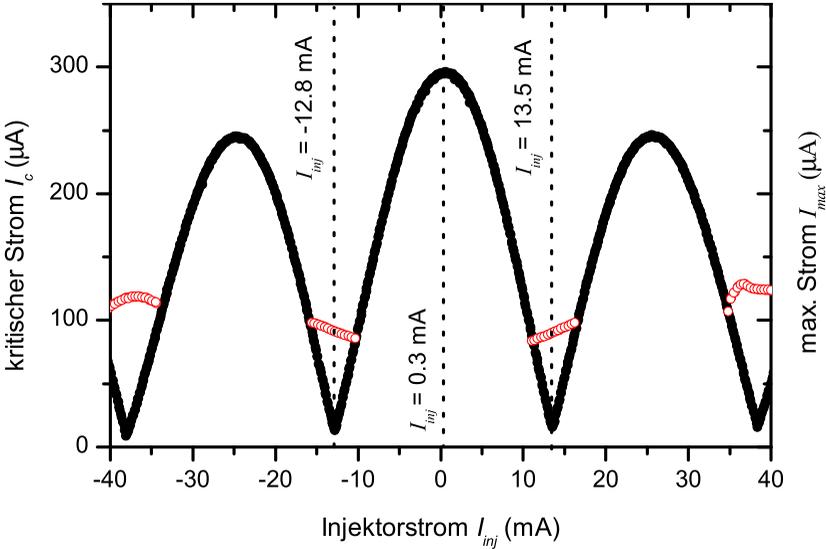


Abbildung 2.9: Experimentell bestimmte $I_c(I_{inj})$ -Abhängigkeit (volle Symbole) sowie die Höhe $I_{c,max}(I_{inj})$ der halbzahligen Nullfeldstufe (offene Symbole) (vgl. Abb. 2.11). Die entsprechenden Kurven für negativen Biasstrom (nicht dargestellt) sind perfekt spiegelsymmetrisch zur $I_{inj} = 0$ -Achse.

von $\approx 7\%$ (vgl. Abb. 1.10). Aus Abb. 2.9 folgt, daß $\kappa = \pi$ mit $I_{inj} \approx +13.5 \text{ mA}$ und $\kappa = -\pi$ mit $I_{inj} \approx -12.8 \text{ mA}$ korrespondiert. Der maximale kritische Strom wird hierbei für $I_{inj} = 0.3 \text{ mA}$ realisiert. Diese leichte Verschiebung des Musters entlang der I_{inj} -Achse ist nicht vollständig verstanden, vermutlich sind jedoch Eigenfeldeffekte hierfür verantwortlich. Weiterhin ist zu erkennen, daß im Gegensatz zu Abb. 2.9 der maximale kritische Strom $I_{c,max}$ der Nebenmaxima kleiner ausfällt als für $I_{inj} = 0$. Dies läßt sich jedoch in numerischen Simulationen unter Annahme endlich breiter Injektoren reproduzieren und wird im Kap. 3 noch eingehend untersucht.

Abbildung 2.10 zeigt die gemessenen $I_c(H)$ -Kennlinien für $\kappa = 0$ (keine Diskontinuität) und $\kappa = \pm\pi$ ($I_{inj} = +13.5 \text{ mA}$ und $I_{inj} = -12.8 \text{ mA}$). Wie für einen kurzen 0- π -Kontakt ($l \approx 1.4$) erwartet, ist ein deutlich ausgebildetes Minimum des kritischen Stroms bei $H = 0$ zu erkennen (vgl. Abschnitt 1.4.2). Jedoch weisen die ($\kappa = \pm\pi$)-Kurven bzgl. $H = 0$ eine ausgeprägte Asymmetrie auf: Die Amplituden der ersten Nebenmaxima fallen unterschiedlich aus und die Nebenmaxima höherer Ordnung

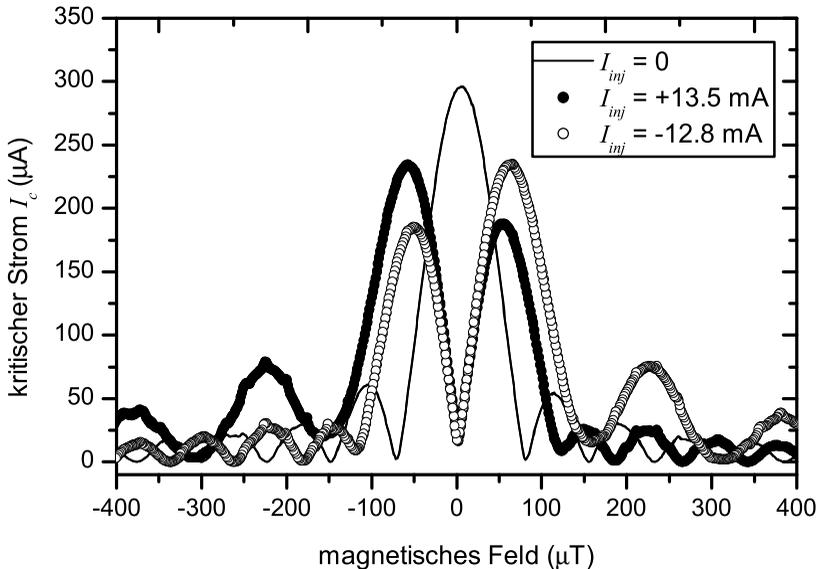


Abbildung 2.10: Experimentell bestimmte $I_c(H)$ Abhängigkeit für $\kappa = 0$ sowie $\kappa = \pm\pi$. Die entsprechenden Kurven für negativen Biasstrom (nicht dargestellt) sind spiegelsymmetrisch zur Magnetfeldachse.

haben abweichende, zum Teil irreguläre Perioden für $H < 0$ und $H > 0$. Es läßt sich nun zeigen, daß diese Abweichungen auf die endliche Ausdehnung der Injektoren zurückzuführen ist (siehe hierzu Kap. 3) und für $\Delta x, \Delta w \rightarrow 0$ verschwinden. Es sei angemerkt, daß die beobachteten, asymmetrischen $I_c(H)$ -Kennlinien große Ähnlichkeit mit den numerisch bestimmten Kurven aus Ref. [vH95] Abb. 12 aufweisen. Hierin wurde der Fall eines Josephsonkontakts zweier s -Wellen-Supraleiter in Gegenwart eines eingefangenen Vortex betrachtet, der einen magnetischen Fluß von $\Phi_0/2$ ins Zentrum des Kontakts einkoppelt.

2.6 Dynamik

In Abschnitt 1.4.2 wurde gezeigt, daß sich in $0-\pi$ -Kontakten mittlerer Länge ($l \sim \lambda_J$) halbzahlige Nullfeldstufen (HNFS) beobachten lassen sollten, die Ausdruck eines periodischen Umklappens bzw. Hüpfens des an der Diskontinuität befindlichen Semifluxons sind. Abbildung 2.11 zeigt die Nullfeldstufen der $I-V$ -Kennlinie für $I_{inj} = 0$ ($0-0$ -Kontakt)

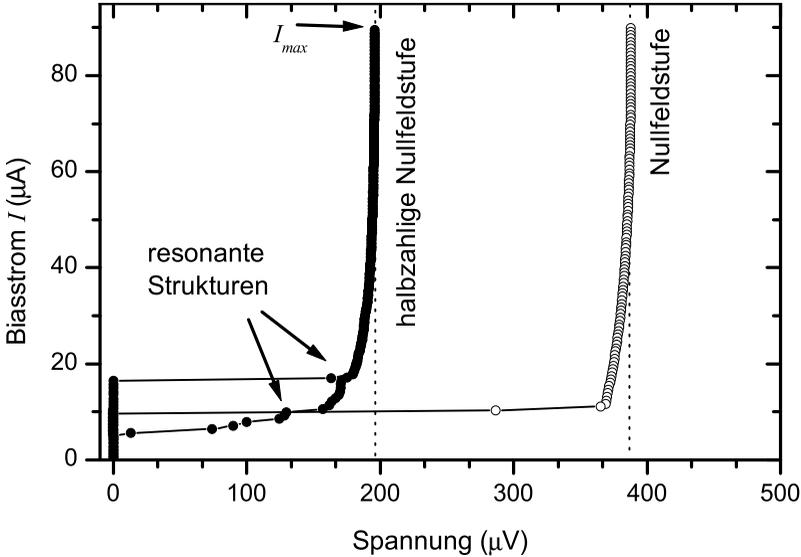


Abbildung 2.11: Experimentell bestimmte halbzahlige und ganzzahlige Nullfeldstufe auf der I - V -Kennlinie eines künstlichen $0-\pi$ -Kontakts. Der Injektorstrom betrug $I_{inj} = 13.5$ mA (volle Symbole) bzw. $I_{inj} = 0$ (offene Symbole).

und $I_{inj} = +13.5$ mA ($0-\pi$ -Kontakt).

Die asymptotische Spannung der klassischen, ganzzahligen Nullfeldstufe ($I_{inj} = 0$) beträgt $V_{NFS} = 388 \mu\text{V}$, die der halbzahligen NFS ($I_{inj} = +13.5$ mA) $V_{NFS/2} = 196 \mu\text{V}$. Somit ist $2V_{NFS/2} \approx V_{NFS}$ mit einem Fehler $< 1\%$. Diese Messungen sind somit eine klare experimentelle Bestätigung der Existenz von halbzahligen NFS.

Auf der halbzahligen NFS sind darüber hinaus noch resonante Substrukturen zu erkennen. Diese sind mit großer Wahrscheinlichkeit in der resonanten Wechselwirkung des sich im Kontakt bewegenden magnetischen Flusses mit Kontaktinhomogenitäten begründet [MBM93; Ust96; BMU96], wobei als Inhomogenitäten zum einen die offenen Kontakten aber auch die Injektoren selbst in Frage kommen.

Weitere Untersuchungen zum Verhalten der halbzahligen Nullfeldstufe offenbarten, daß deren Position bzw. asymptotische Spannung *nicht* von I_{inj} abhängt; auf diesen Umstand wird in Kap. 4 noch näher eingegangen. Jedoch variiert die Höhe der HNFS in Abhängigkeit vom Injektorstrom $I_{max}(I_{inj})$, wie es in Abb. 2.10 für $I_{max} < I_c$ dargestellt ist.

Nullfeldstufen höherer Ordnung konnten nicht beobachtet werden, was bei der Kürze des Kontakts von $L \approx 1.4\lambda_J$ auch nicht zu erwarten ist.

2.7 Zusammenfassung

Mittels eines Paares kleiner Strominjektoren lassen sich *beliebige* Sprünge der Josephsonphase in *Standard* Nb-AlO_x-Nb- Josephsonkontakten erzeugen und damit insbesondere lange 0- π -Kontakte mit geringer Dämpfung realisieren. Dies ermöglichte es erstmals, die *Dynamik* von Semifluxonen zu untersuchen, und es konnte die Existenz halbzahliger Nullfeldstufen experimentell bestätigt werden.

Kapitel 3

Einfluß endlicher Injektorstrukturen

Wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde, lassen sich mittels gewöhnlicher Nb-AlO_x-Nb - Josephsonkontakte mit kleinen Strominjektoren künstliche 0- π -Kontakte geringer Dämpfung realisieren. Die Kalibrierung der Injektoren erfolgt durch eine Messung der $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kennlinie, wobei der Injektorstrom im ersten Minimum der Kurve, $I_{\text{inj,min}}$, (für lineare Kontakte) mit einer Phasendiskontinuität von κ modulo $2\pi = \pi$ korrespondiert. Die gemessenen $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kurven zeigten die vorhergesagte Modulation des kritischen Stroms in Abhängigkeit vom angelegten Injektorstrom, wiesen jedoch nicht die erwartete Periodizität auf: I_c der Nebenmaxima war im Vergleich zu $I_c(0)$ reduziert. Auch die gemessenen $I_c(H)$ -Kennlinien im 0- π -Zustand zeigten abweichend von den theoretischen Vorhersagen eine Asymmetrie bzgl. $H = 0$: Die Amplituden der ersten Maxima waren unterschiedlich groß und die Nebenmaxima höherer Ordnung zeigten verschiedene, teilweise irreguläre Perioden für $H < 0$ und $H > 0$.

Im Folgenden wird der Ursache dieser Abweichungen nachgegangen und gezeigt, daß sich diese in numerischen Simulationen reproduzieren lassen, wenn die *endliche* Breite der Injektoren berücksichtigt wird. Anhand eines einfachen Modells werden die Prozesse bei endlicher Injektorregion nachgebildet und mit den Ergebnissen experimenteller Untersuchungen verglichen. Die Resultate sind in Ref. [GG⁺05] veröffentlicht.

3.1 Modell

Die endliche Breite der Injektorstruktur läßt sich durch die in Abb. 2.1(d) dargestellte Injektorstromverteilung $\gamma_\theta(x)$ berücksichtigen. Obwohl $\gamma_\theta(x)$ eine sehr einfache Approximation der Stromverteilung in der Injektorstruktur ist, stellt sie dennoch eine gute Näherung für den experimentell realisierten Fall supraleitender Elektroden mit Grundpläne dar (siehe hierzu bspw. Diskussion in Ref. [Lik86], Abschn. 9.2).

Unter Berücksichtigung der Injektoren läßt sich Gl. (1.41) zu

$$\phi_{xx} - \phi_{tt} - \sin \phi = \alpha \phi_t - \gamma - \gamma_\theta(x) \quad (3.1)$$

umformen, wobei $\theta_{xx}(x)$ nun durch $\gamma_\theta(x)$ angenähert wird. Die endliche Injektorgröße hat zur Folge, daß der vormals abrupt stattfindende κ -Phasensprung nun über einen ausgedehnten Bereich der Länge $\Delta l = 2\Delta w + \Delta x$ erfolgt. In diesem Bereich wirkt sich die Injektorstromverteilung maßgeblich auf die statischen und dynamischen Eigenschaften des Kontakts aus.

Aus diesem Grunde soll zuerst das statische Phasenprofil im Bereich der Injektoren bestimmt werden. Sei $\gamma_\theta(x)$ die Stromdichtenverteilung der Injektoren, dann ist

$$\phi_{xx} = \sin \phi - \gamma - \gamma_\theta(x) \quad (3.2)$$

die zeitunabhängige, statische Sinus-Gordon-Gleichung. Für die weiteren Betrachtungen ist es vorteilhaft, die Amplitude der Injektorstromverteilung γ_{inj} vom eigentlichen Profil der Stromeinspeisung

$$\tilde{\gamma}_\theta(x) = \begin{cases} 1 & , & -\frac{\Delta l}{2} < x < -\frac{\Delta x}{2}, \\ 0 & , & -\frac{\Delta x}{2} < x < +\frac{\Delta x}{2}, \\ -1 & , & +\frac{\Delta x}{2} < x < +\frac{\Delta l}{2} \end{cases} \quad (3.3)$$

zu trennen, so daß $\gamma_\theta(x) = \gamma_{\text{inj}} \tilde{\gamma}_\theta(x)$. In der Injektorregion stellt $\gamma_\theta(x)$ den dominierenden Beitrag ($|\gamma_{\text{inj}}| \gg 1$) zur rechten Seite von Gl. (3.2). Sind die Dimensionen der Injektorstruktur klein ($\Delta x \ll 1$), kann Gl. (3.2) damit zu

$$\phi_{xx} = -\gamma_{\text{inj}} \tilde{\gamma}_\theta(x) \quad (3.4)$$

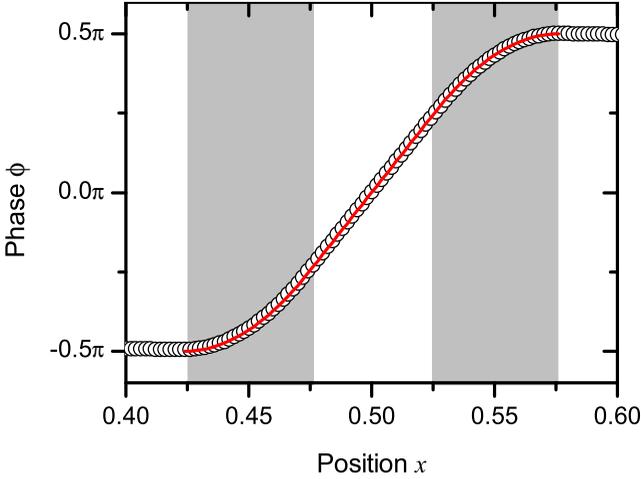


Abbildung 3.1: Räumliche Variation der Phase ϕ innerhalb der Injektorregion, numerisch berechnet für $l = 1$, $\Delta x = \Delta w = 0.05$ (offene Kreise) und nach Gl. (3.5) (rote Linie). γ_{inj} ist nach Gl. (3.6) so gewählt, daß $\kappa = \pi$. Graue Bereiche markieren die Injektoren.

vereinfacht werden. Zweimalige Integration liefert das gesuchte Phasenprofil $\phi(x)$ im Bereich der Injektoren ($-\Delta l/2 < x < +\Delta l/2$),

$$\phi(x) = -\frac{1}{2}\gamma_{\text{inj}} \begin{cases} \left(x + \frac{\Delta l}{2}\right)^2, & x < -\frac{\Delta x}{2} \\ \Delta w(2x + \Delta x + \Delta w), & |x| < \frac{\Delta x}{2} \\ \left[2\Delta w(\Delta x + \Delta w) - \left(x - \frac{\Delta l}{2}\right)^2\right], & x > \frac{\Delta x}{2} \end{cases}, \quad (3.5)$$

dessen Verlauf innerhalb der Injektoren parabelförmig und im Zwischenraum linear ist, wie in Abb. 3.1 dargestellt. Die Phasendifferenz $\phi(\Delta l/2) - \phi(-\Delta l/2)$, die im Vorhergehenden mit κ identifiziert wurde, ist folglich proportional zu Injektorstromdichte γ_{inj} :

$$\kappa = -\gamma_{\text{inj}}\Delta w(\Delta w + \Delta x). \quad (3.6)$$

3.2 Proben und Meßaufbau

Für die experimentelle Untersuchung des Einflusses der endlichen Ausdehnung der Injektorstruktur wurden lange Nb-AlO_x-Nb-Tunnelkontakte verwendet, die an der Universität Karlsruhe [SN] sowie von der Firma Hypres, Inc. [Hyp] hergestellt wurden. Zu Details

Parameter	Probenserie				
	#1 ¹	#2 ¹	#3 ¹	#4 ²	#5 ¹
j_c [A/cm ²]	150	400	400	100	150
λ_J [μ m]	≈ 36	≈ 22	≈ 22	≈ 43	≈ 36
Länge L [μ m]	30–360	60	120	60	60
norm. Länge $l = L/\lambda_J$	0.8–10.1	2.7	5.5	1.4	1.7
Injektorbreite [μ m]	5	2	5	5	2
norm. Injektorbreite Δw	0.14	0.09	0.23	0.12	0.06
Injektorabstand [μ m]	5	2	5	4	2
norm. Injektorabstand Δx	0.14	0.09	0.23	0.09	0.06
Kontakte pro Serie N	7	1	1	2	1

Tabelle 3.1: Übersicht der Probenparameter. In λ_J ist bereits der Einfluß der Idle-Region berücksichtigt. Die Breite der Josephsonkontakte betrug in allen Fällen 5 μ m. (Hersteller: ¹Universität Karlsruhe, ²Hypres, Elmsford, New York, USA.)

des Herstellungsprozesses sowie zu den Schichtdicken sei auf Abschn. 2.3 verwiesen. Eine optische Aufnahme der Hypres-Proben (#4) findet sich ebenfalls in Abschn. 2.3 (die Karlsruhe-Proben sehen praktisch identisch aus, lediglich die Längen und Injektorgrößen unterscheiden sich). Die Dimensionen der untersuchten Proben sind in Tab. 3.1 aufgelistet.

Für alle Proben wurde die I - V -Kennlinie und die $I_c(H)$ -Abhängigkeit ohne Injektorstrom vermessen. Diese zeugten von einer guten Qualität der Josephsonkontakte und der Abwesenheit von eingefangenen Fluß (nicht dargestellt). Die Messungen der Proben #1–3, #5 erfolgten bei $T = 4.2$ K, die der Proben #4 etwas oberhalb der Badtemperatur $T \gtrsim 4.2$ K.

Die Messungen wurden mit dem im vorangegangenen Kapitel 2 beschriebenen Aufbau durchgeführt (\rightarrow Abschn. 2.4).

3.3 $i_c(\kappa)$ -Modulation

Zur Motivation der folgenden Betrachtungen zeigt Abbildung 3.2 exemplarisch die gemessene $I_c(I_{inj})$ -Kennlinie für $H = 0$ von Probe #2. Deutlich zu erkennen ist die erwartete (fast) periodische Modulation des kritischen Stroms als Funktion von I_{inj} sowie die für δ -förmige Injektoren unerwarteten reduzierten I_c der Nebenmaxima ($I_{inj} \approx \pm 19$ mA).

Wie wirkt sich nun von theoretischer Seite die räumlich ausgedehnte Natur der Injektoren auf die $i_c(\kappa)$ -Abhängigkeit aus? In Abb. 3.3 sind zwei numerisch berechnete $i_c(\kappa)$ -Kurvenscharen dargestellt. Teilbild (a) zeigt die Kennlinien von vier Kontakten gleicher Länge ($L = 2\lambda_J$), deren Injektorstrukturdimension von $\Delta x = 0, \Delta w = 0$, also ideal punktförmig, bis $\Delta x = 0.33, \Delta w = 0.32$ variiert. Vergleicht man die Kennlinie punktförmiger mit denen endlich breiter Injektoren, so ist eine Abnahme des kritischen Stroms an den Nebenmaxima $i_c(2\pi n)$, ($n \neq 0$) deutlich zu erkennen. Die Differenz der kritischen Ströme $i_c(0) - i_c(2\pi n)$ fällt dabei umso geringer aus, je kleiner die Ausdehnung der Injektoren ist und verschwindet ultimativ, wenn die Dimension der Injektorstruktur auf Null reduziert wird ($\Delta w \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0$). Des weiteren ist zu beobachten, daß die Minima der Kennlinie für große Injektorstrukturen nicht mehr bei $\kappa = (2n + 1)\pi$, sondern geringfügig höheren κ -Werten lokalisiert sind. Auch der minimale kritische Strom $i_{c,\min}$ ist für große Injektoren ($\sim \lambda_J$) im Vergleich mit einer idealen Diskontinuität etwas reduziert. Betrachtet man jedoch die Dimensionen, sowohl der Injektorstruktur als auch des Effekts, so kann letzterer in den meisten experimentellen Situationen vernachlässigt werden. Es sei an dieser Stelle auch nochmal darauf hingewiesen, daß das vornehmliche Ziel dieser Betrachtungen darin besteht, ein Verständnis für den Einfluß ausgedehnter, jedoch verhältnismäßig

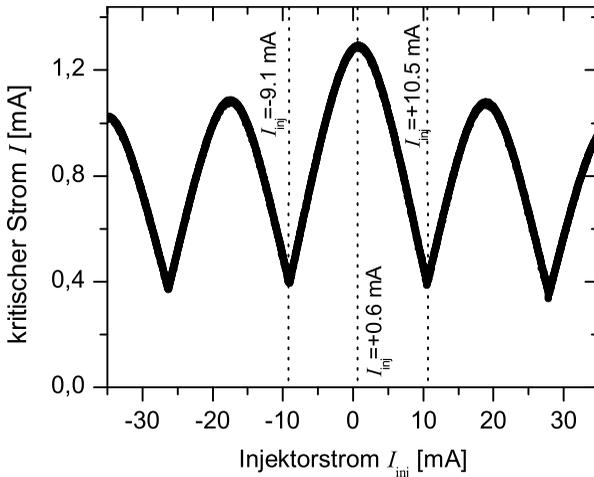


Abbildung 3.2: Gemessener kritischer Strom I_c in Abhängigkeit vom Injektorstrom I_{inj} für $H = 0$ der Probe #2.

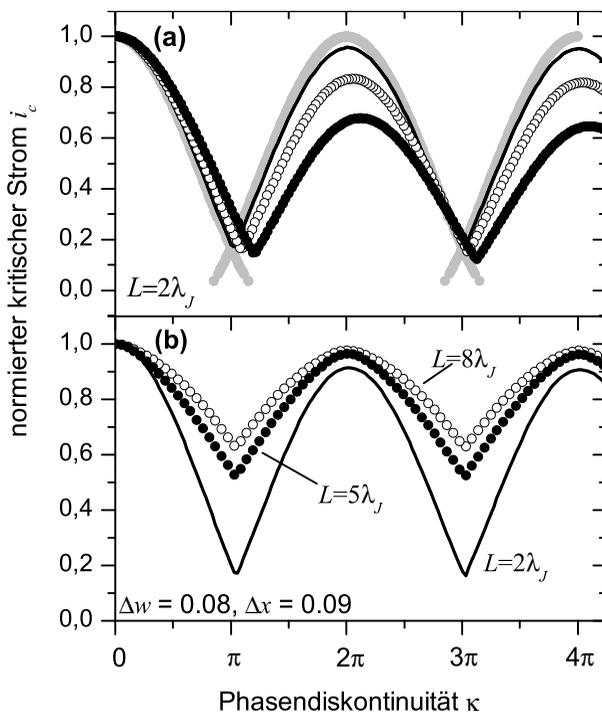


Abbildung 3.3: Normierter kritischer Strom i_c vs. Diskontinuität κ der Josephsonphase, numerisch bestimmt für Kontakte mit konstantem $L = 2\lambda_J$ und unterschiedlichen Injektoren (a) sowie Kontakte mit identischer Injektorstruktur ($\Delta w = 0.08$, $\Delta x = 0.09$) aber unterschiedlicher Länge L (b). Für (a) betragen die Injektorgrößen $\Delta x = 0, \Delta w = 0$ (graue Punkte), $\Delta w = 0.04$, $\Delta x = 0.05$ (volle Linie), $\Delta w = 0.16$, $\Delta x = 0.17$ (offene Kreise) und $\Delta w = 0.32$, $\Delta x = 0.33$ (schwarze Punkte).

kleiner Injektoren zu gewinnen und keine vollständige Beschreibung der Injektorphysik auf allen Längenskalen herzuleiten.

Abbildung 3.3(b) zeigt $i_c(\kappa)$ -Kennlinien von Kontakten mit gleicher Injektorstruktur, jedoch unterschiedlicher Länge. Neben der erwarteten Variation des minimalen kritischen Stroms aufgrund der verschiedenen Kontaktlängen (vgl. Abb. 1.10) ist wieder eine Abnahme von $i_c(2n\pi)$ der Nebenmaxima zu erkennen. Jedoch fällt diese um so geringer aus, je länger der Kontakt ist. Bereits für $L = 8\lambda_J$ beträgt der Effekt nur noch wenige Prozente.

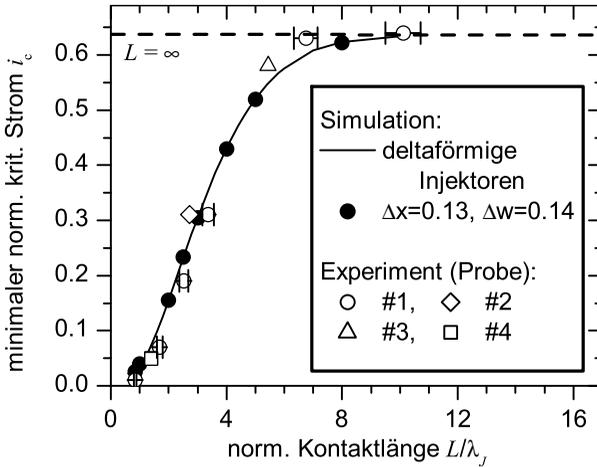


Abbildung 3.4: Minimaler normierter kritischer Strom i_c in Abhängigkeit von der Länge des Kontakts, numerisch berechnet für eine ideale Diskontinuität (—) und Injektoren mit $\Delta w = 0.14$, $\Delta x = 0.13$ (•). Offene Symbole stehen für experimentell bestimmte Werte.

Abbildung 3.4 vergleicht die numerisch berechnete Abhängigkeit des kritischen Stroms im ersten Minimum der $i_c(\kappa)$ -Kurve, $i_{c,\min}$, von der Länge L des Josephsonkontakts mit experimentell bestimmten Daten. Sowohl ideale, punktförmige als auch ausgedehnte Injektoren wurden simuliert, wobei letztere mit $\Delta x = 0.13$, $\Delta w = 0.14$ entsprechend den experimentellen Dimensionen der Probenreihe #1 gewählt wurden. Die angezeigten Fehler der experimentellen Daten sind primär auf die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Josephson-Eindringtiefe zurückzuführen (vgl. Tab. 3.1) und liegen bei fehlender Angabe im Bereich der Symbolgröße. Generell läßt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation beobachten. Speziell fällt auf, daß, zumindest im Rahmen der durchgeführten Simulationen, eine ausgedehnte, jedoch kleine Injektorstruktur im Vergleich zu einer idealen Diskontinuität zu *keiner* merklichen Änderung des minimalen kritischen Stroms $i_{c,\min}$ führt. Dies zeigte bereits Abb. 3.3(a) für den Fall konstanter Kontaktlänge. Der direkte Vergleich experimenteller mit simulierten Daten offenbart, daß für Kontaktlängen $L/\lambda_J \lesssim 4$ die gemessenen $i_{c,\min}$ -Werte im allgemeinen kleiner, für $4 \lesssim L/\lambda_J \lesssim 9$ jedoch größer als berechnet ausfallen. Der gemessene kritische Strom des längsten Kontakts ($L/\lambda_J \approx 10$) liegt hin-

gegen wieder dicht am theoretisch bestimmten Limit von $2/\pi$ für $L \rightarrow \infty$. Inwiefern sich aus der Tatsache, daß die Probe #2 (\diamond) mit einer kleineren Injektorstrukturgröße (Breite und Abstand $\approx 2 \mu\text{m}$) von dem durch Probenreihe #1 (\circ) gesetzten Trend abweicht, bereits Schlüsse auf den Einfluß der Injektorgröße ziehen lassen, kann aufgrund der geringen Probenzahl nicht abschließend geklärt werden. Eine zur Probenreihe #1 ähnliche Serie von Kontakten mit kleineren Injektorstrukturen könnte hier mehr Einblick gewähren.

Es sei an dieser Stelle jedoch angemerkt, daß aufgrund des Designs der Kontakte nur in erster Näherung von einem eindimensionalen Injektorstromprofil, wie es in Abb. 2.1(d) dargestellt ist, ausgegangen werden kann, da sich der Injektorstrom in der realen Geometrie durchaus von diesem abweichend entlang der oberen Elektrode verteilen kann. Dieser Umstand und die Unsicherheiten bei der Bestimmung von λ_J erschweren eine weitergehende quantitative Analyse.

Betrachtet man nun wieder Abb. 3.3 und vergleicht die einzelnen Kurven bzgl. ihrer *Maxima*, so läßt sich feststellen, daß die beobachteten Abweichungen von der idealen Kennlinie um so ausgeprägter ausfallen, je größer die relative Größe der Injektorstruktur ($\Delta l/l$), also dem Verhältnis der Injektorregion zur Gesamtlänge des Kontakts, ist. Dies läßt sich anhand folgender Überlegung leicht verstehen. Betrachtet man beispielsweise den Fall $\kappa = 2\pi$, so bedeutet dies, daß die Josephsonphase im Bereich der Injektoren, also von $\phi(-l/2)$ nach $\phi(+l/2)$, um 2π zunimmt. Dies bedeutet aber auch, daß in diesem Bereich kein Netto-Suprastrom fließt (wenn man eine lineare Zunahme von ϕ annimmt), und zwar unabhängig davon, wie groß der angelegte Biasstrom ($\gamma \ll \gamma_{\text{inj}}$) ist. Der maximal mögliche DC-Suprastrom ist im Vergleich zu $I_{\text{inj}} = 0$ folglich reduziert und der Kontakt erscheint um die Ausdehnung der Injektorstruktur verkürzt. In erster Ordnung fällt der kritische Strom der Nebenmaxima $i_c(\pm 2\pi)$ um $\approx (\Delta x + \Delta w)/l$ geringer aus. Hierbei ist zu bemerken, daß die effektive Ausdehnung der Injektorregion mit verschwindendem Netto-Josephsonstrom $\Delta w + \Delta x$ statt $2\Delta w + \Delta x$ beträgt. Dies läßt sich auf den parabolischen Phasenverlauf im Bereich der Injektorelektroden zurückführen (vgl. Abb. 3.1).

In Abbildung 3.5 sind die aus den experimentellen Daten sowie aus Simulationen ermittelten Abnahmen des kritischen Stroms am ersten Nebenmaximum $\Delta i_c = i_c(0) - i_c(2\pi)$ über der jeweiligen relativen Injek-

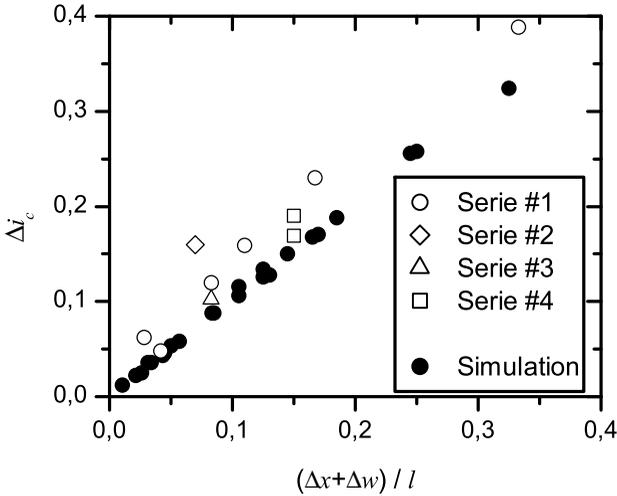


Abbildung 3.5: Numerisch (volle Kreise) und experimentell bestimmte (offene Symbole) normierte Reduktion des kritischen Stroms $\Delta i_c = 1 - i_c(2\pi)$ für Kontakte verschiedener Länge und unterschiedlicher Injektorgröße.

torstrukturgröße $(\Delta w + \Delta x)/l$ aufgetragen. Kontakte unterschiedlicher Länge l und Injektorgröße wurden hierfür berücksichtigt. Trotz der hervorragenden Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Voraussagen des oben beschriebenen Modells, folgen die experimentellen Daten nur qualitativ dem theoretischen Trend. Im Allgemeinen fällt die Reduzierung des kritischen Stroms an den Nebenmaxima größer als erwartet aus. Hierfür lassen sich zwei mögliche Ursachen anführen.

In den Experimenten wurde deutlich, daß die konkrete Bonddrahtführung, also die Kontaktierung des Chips mit dem Probenhalter, sowie die Injektorzuleitungsführung auf dem Chip selbst einen erheblichen Einfluß auf die $I_c(I_{inj})$ -Kennlinie hat. Hierbei führt das Magnetfeld des Injektorstroms zu einer zusätzlichen Modulierung des kritischen Stroms im *gesamten* Kontakt, was im Allgemeinen zu einer Reduzierung von I_c führt. Durch entsprechendes Design der Injektoren und sorgfältige Bonddrahtführung läßt sich dieser Einfluß minimieren. Die Abweichungen der experimentellen Daten von der Theoriekurve in Abb. 3.5 lassen sich aber auch dahingehend interpretieren, daß die (indirekt) im Experiment beobachtete, „effektive“ Injektorausdehnung größer ist als deren geometrische. Dies läßt sich leicht nachvollziehen, wenn man sich ver-

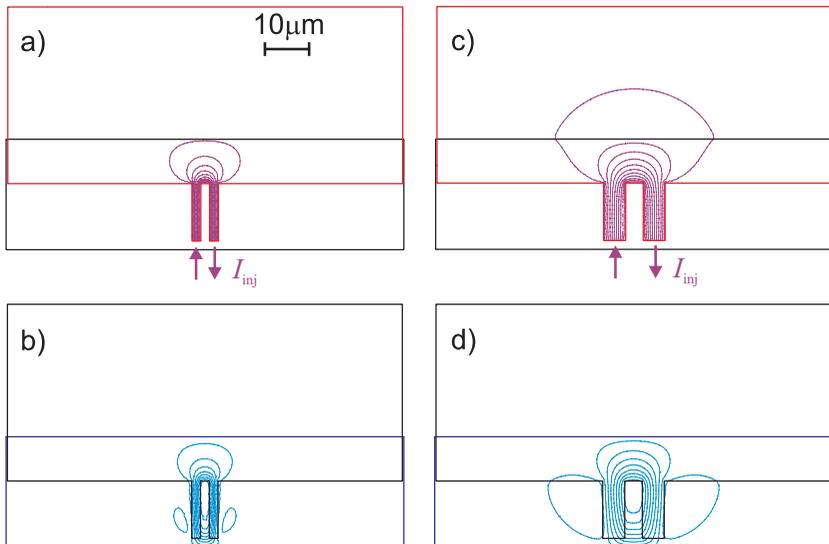


Abbildung 3.6: Simulation der Injektorstromverteilung (Stromlinien) innerhalb der supraleitenden Elektroden für unterschiedliche Injektorgrößen. a) und b) $\Delta w = \Delta x = 2 \mu\text{m}$, c) und d) $\Delta w = 5 \mu\text{m}$, $\Delta x = 4 \mu\text{m}$. a), c) obere (rot umrandet) und b), d) untere Elektrode (blau umrandet).

gegenwärtig, daß nicht die Injektorgröße selbst, sondern vielmehr die Ausdehnung der Injektorstromverteilung innerhalb der oberen Elektrode ausschlaggebend für die Form der Diskontinuität ist. Tatsächlich läßt sich anhand von Simulationen zur konkreten Stromverteilung innerhalb der supraleitenden Elektroden [KKSMK01; KKGS03] eine Verbreiterung des Stromprofils beobachten, wie es in Abb. 3.6 dargestellt ist. Gezeigt sind die Stromlinien der Injektorstromverteilung in der oberen Elektrode (an der die Injektoren befestigt sind) sowie der induzierten Verteilung in der unteren Elektrode für verschiedene Injektorbreiten. Deutlich zu erkennen ist eine Aufweitung im Bereich der Idle-Region. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß nur die Elektroden, nicht der Tunnelkontakt selbst, in den Simulationen berücksichtigt werden. Darüber hinaus zeigt sich, daß aufgrund der verwendeten Überlappgeometrie mit relativ großem Idle-Bereich (verglichen mit der Breite des eigentlichen Tunnelkontakts) $2 \mu\text{m}$ breite Injektoren gegenüber $5 \mu\text{m}$ breiten Injektoren keine um den Faktor 2.5 reduzierte Stromverteilung hervorrufen.

Erhöht man den Injektorstrom über $\kappa = 2\pi$ hinaus und erzeugt Pha-

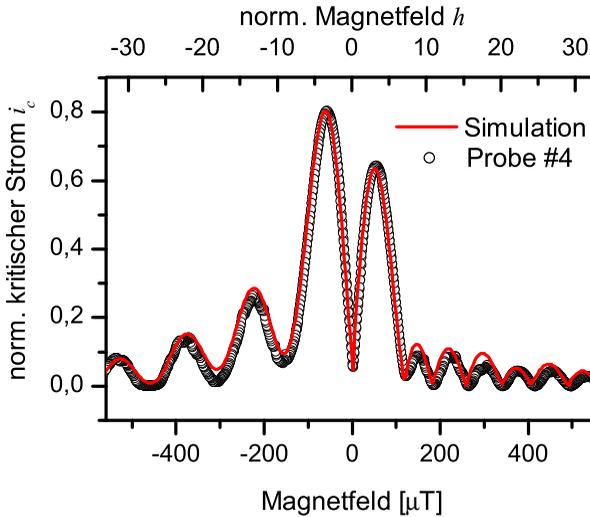


Abbildung 3.7: Gemessene $I_c(H)$ -Abhängigkeit der Probe #4 (KL609.156) im $0\text{-}\pi$ -Zustand ($I_{\text{inj}} = -13.5\text{ mA}$) und entsprechende Simulationsergebnisse mit $l = 1.4$, $\Delta w = 0.12$, $\Delta x = 0.09$, $\kappa = 1.03\pi$.

senssprünge von $\kappa = 4\pi, 6\pi, \dots$ im Bereich der Injektoren, so nimmt der maximale kritische Strom weiter ab. Jedoch ist die relative Änderung $i_c(2n\pi) - i_c(2[n+1]\pi)$, $n > 0$ deutlich geringer als $\Delta i_c = 1 - i_c(2\pi)$ und hängt von den Feinheiten des Phasenverlaufs in der Injektorregion ab. Da jedoch dieses Regime für experimentelle Belange von untergeordnetem Interesse ist, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter darauf eingegangen.

3.4 Kritischer Strom vs. Magnetfeld

Wie wirkt sich nun die endliche Ausdehnung der Injektoren auf den $0\text{-}\pi$ -Zustand aus? Welche Unterschiede treten im Vergleich zu einer idealen Diskontinuität auf? Betrachten wir hierzu die $i_c(h)$ -Abhängigkeit künstlicher $0\text{-}\pi$ -Kontakte, wobei $h = 2H/H_{c1}$ das auf das erste kritische Feld $H_{c1} = \Phi_0/(2\pi\mu_0\lambda_L\lambda_J)$ eines langen Kontakts (mit dicken Elektroden) normierte Magnetfeld ist. Abbildung 3.7 zeigt die gemessene $I_c(H)$ - sowie die numerisch bestimmte $i_c(h)$ -Abhängigkeit eines künstlichen $0\text{-}\pi$ -Kontakts mit ausgedehnter Injektorstruktur (Probe #4,

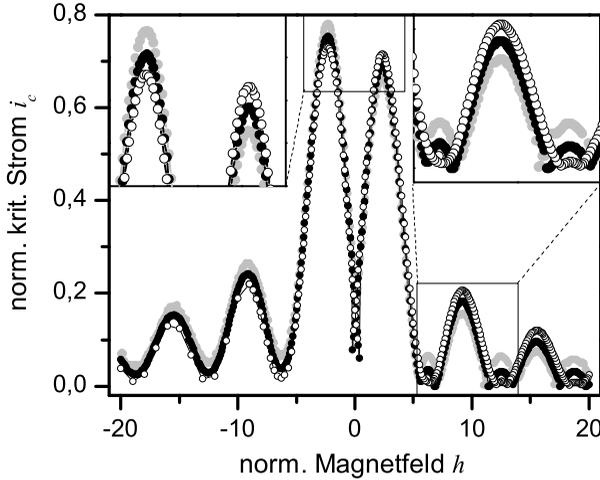


Abbildung 3.8: Numerisch bestimmte $i_c(h)$ -Abhängigkeit eines künstlichen $0-\pi$ -Kontakts ($L = 2\lambda_J$). Die betrachteten Injektorenbreiten/-abstände sind $\Delta w = 0.01/\Delta x = 0.011$ (offene Symbole), $\Delta w = 0.04/\Delta x = 0.05$ (schwarze Symbole) und $\Delta w = 0.08/\Delta x = 0.09$ (graue Symbole).

$\Delta w = 0.12, \Delta x = 0.09$). Offensichtlich lassen sich alle wichtigen Merkmale der gemessenen Kurve in der Simulation reproduzieren: Neben dem ausgeprägten Minimum bei $H = 0$ sind dies die unterschiedlichen Amplituden der ersten Maxima sowie die irregulären Perioden der höheren Maxima.

Es zeigt sich, daß diese Asymmetrie bzgl. $H = 0$ bzw. Abweichung von der Kennlinie eines idealen $0-\pi$ -Kontakts mit schrumpfender Injektorgroße geringer wird und für $\Delta x \rightarrow 0, \Delta w \rightarrow 0$ verschwindet. Abbildung 3.8 verdeutlicht diese Entwicklung anhand einer Serie simulierter $i_c(h)$ -Kennlinien eines $L = 2\lambda_J$ langen Kontakts mit unterschiedlich großen Injektoren.

Für ein tiefergehendes Verständnis dieser Asymmetrie betrachten wir im Folgenden einen relativ kurzen Kontakt ($L \lesssim \lambda_J$) und suchen nach einem Ausdruck für $i_c(h)$ im Falle von Injektoren der Breite Δw mit Abstand Δx . Sei weiterhin vereinfacht angenommen, daß sich die Josephsonphase außerhalb der Injektorstruktur linear ändert, d. h.

$$\phi_{out}(x) = \begin{cases} \phi_0 + h \left(x + \frac{\Delta l}{2} \right) & , \quad -\frac{l}{2} < x < -\frac{\Delta l}{2} \\ \phi_0 + \kappa + h \left(x - \frac{\Delta l}{2} \right) & , \quad +\frac{\Delta l}{2} < x < +\frac{l}{2} \end{cases} . \quad (3.7)$$

Innerhalb der Injektorregion der Länge $\Delta l = 2\Delta w + \Delta x$ ändert sich die Phase von ϕ_0 nach $\phi_0 + \kappa$, wobei die Diskussion des genauen Verlaufs für einen Moment zurückgestellt wird. Den vom Kontakt außerhalb der Injektoren getragenen Suprastrom findet man durch Integration von $\sin \phi_{out}(x)$ entlang des Kontakts unter Ausnahme der Injektorregion. Variiert man nun ϕ_0 derart, daß i_c maximal wird, so erhält man den größten Wert für i_c , wenn

$$\phi_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\kappa}{2}. \quad (3.8)$$

Damit ergibt sich¹

$$i_c(h) = \frac{4}{hl} \cos \frac{2\kappa + h(l - \Delta l)}{4} \sin \frac{h(l - \Delta l)}{4}. \quad (3.9)$$

Nach Gl. (3.9) ist $i_c(h)$ eine ungerade Funktion in h , also antisymmetrisch bzgl. des Ursprungs $h = 0$. Experimentell läßt sich jedoch nur der absolute Wert $|i_c(h)|$ bestimmen. Letzteres ist eine *symmetrische* (gerade) Funktion von h mit einem Minimum des kritischen Stroms am Ursprung $h = 0$.

Wie bereits angesprochen, ändert sich in der Injektorregion die Phase $\phi(x)$ von ϕ_0 nach $\phi_0 + \kappa$. Abbildung 3.1 zeigte den im Bereich der Injektoren parabolischen und im Zwischenraum linearen Verlauf. Zur Bestimmung des von der Injektorregion getragenen Suprastroms $i_{s,inj}$ ist die Auswertung folgenden Integrals nötig:

$$i_{s,inj} = \frac{1}{l} \int_{-\Delta l/2}^{+\Delta l/2} \sin \phi(x) dx. \quad (3.10)$$

Aufgrund des teilweise parabolischen Verlaufs der Phase führt dies zu Fresnel-Integralen, die eine deutliche Komplizierung des Problems bedeuten. Ändert man allerdings den Phasenverlauf, wie er in Abb. 3.1 gezeigt wurde, geringfügig ab und rechtfertigt diesen Schritt, indem man sich vergegenwärtigt, daß dieser für sich bereits auf einer Approximation des Strominjektionsprofils beruhte, so vereinfacht sich Gl. (3.10) deutlich. Wie besprochen ändert sich im originalen Modell $\phi(x)$ quadratisch, also zu Beginn langsam. Führt man sich weiterhin vor Augen, daß im

¹In Ref. [GGS⁺05] Gl. (12) hat sich der Fehlerteufel eingeschlichen: Es muß $h/2$ anstelle von h in den beiden trigonometrischen Termen heißen. Hierdurch sind die i_s -Werte in Abb. 12 um den Faktor 2 zu klein.

Falle supraleitender Injektoren ein Großteil des Stroms dicht an deren Innenseite fließt, so läßt sich folgendes, stark vereinfachtes Injektorphasenprofil entwickeln:

$$\phi(x) = \phi_0 + \kappa \left(\frac{x}{\Delta x + \Delta w} + \frac{1}{2} \right), \quad -\frac{\Delta x + \Delta w}{2} < x < +\frac{\Delta x + \Delta w}{2}. \quad (3.11)$$

Nach Gl. (3.11) ändert sich die Phase nun linear von ϕ_0 nach $\phi_0 + \kappa$, jedoch nur im Bereich zwischen den Injektormitten. Damit wird die Injektorregion effektiv verkürzt und die nun unbeachteten äußeren Hälften der Injektoren werden im Folgenden einfach dem Rest des Kontakts ohne Injektoren zugerechnet, indem man Δl durch $\Delta \tilde{l} = \Delta w + \Delta x$ in den Gleichungen (3.7), (3.9) und (3.10) ersetzt. Somit ergibt sich der maximale Netto-Suprastrom (3.10) der Injektorregion für optimales ϕ_0 (3.8) zu

$$i_{s,\text{inj}} = (\Delta x + \Delta w) \frac{2}{\kappa l} \sin \frac{\kappa}{2}. \quad (3.12)$$

Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß $i_{s,\text{inj}}$ in Gl. (3.12) keine Magnetfeldabhängigkeit aufweist, da eine Penetration der Injektorregion durch das externe Feld nicht berücksichtigt wurde.

Faßt man die beiden Anteile des Suprastroms, außerhalb (3.9) und innerhalb (3.12) der Injektorregion, zusammen und berücksichtigt, daß experimentell nur der absolute Wert des kritischen Stroms gemessen wird, so ergibt sich

$$i_s(h) = |i_c(h) + i_{s,\text{inj}}|. \quad (3.13)$$

Die antisymmetrische $i_c(h)$ -Abhängigkeit aus Gl. (3.9) wurde um $i_{s,\text{inj}}$ entlang der i -Achse verschoben und erst dann der absolute Betrag bestimmt [vgl. Abb. 3.9(a)]. Hieraus resultieren asymmetrische Maxima für $h > 0$ und $h < 0$. Darüber hinaus läßt sich beobachten, daß durch die Verschiebung von $i_c(h)$ einige der $i_s(h)$ -Oszillationen die h -Achse schneiden, was zu sehr unterschiedlichen Ausprägungen der Nebenmaxima für $h < 0$ und $h > 0$ mit teilweise irregulären Perioden führt.

Im Falle nicht zu langer Kontakte mit relativ großen Injektoren gewinnt ein weiterer Effekt an Bedeutung. Bisher wurde der Injektorstrom als alleinige Ursache des Phasensprungs $\kappa = \kappa_{\text{inj}}$ im Bereich der Injektoren angenommen. Kommt es jedoch zu einer Penetration des externen Magnetfeldes in die Injektorregion, so muß dies im Phasensprung κ berücksichtigt werden. Sei also $\kappa = \kappa_{\text{inj}} + h(\Delta x + \Delta w)$. Nach Einsetzen des

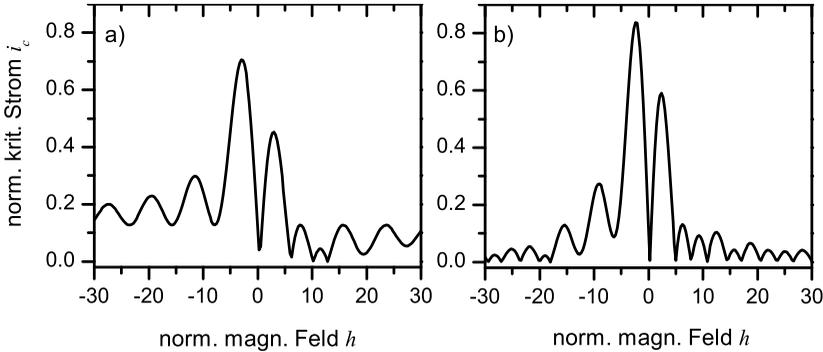


Abbildung 3.9: $i_c(h)$ Abhängigkeit eines kurzen künstlichen $0-\pi$ -Kontakts nach Gl. (3.13) ohne (a) und mit Berücksichtigung der Magnetfeldpenetration der Injektorregion (b). Modellparameter: $l = 2$, $\Delta x = \Delta w = 0.2$, $\kappa = \pi$.

so neu definierten κ in Gl. (3.9) und Gl. (3.12) wird der Beitrag der Injektorregion zum Gesamtsuprastrom ebenfalls feldabhängig. Die hieraus resultierenden Konsequenzen sind in Abb. 3.9(b) dargestellt. Eine deutliche Musteränderung ist zu erkennen, da diverse Nebenoszillationen in $i_s(h)$, die im vorangegangenen Modell die ($i_s = 0$)-Achse nicht schnitten, dies nun tun. Dabei tritt dieser Effekt um so stärker in Erscheinung, je größer das Verhältnis $(\Delta x + \Delta w)/l$ ausfällt.

In Abb. 3.10 ist nochmals die Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stroms von Probe #4 (KL609.156) im $0-\pi$ -Zustand sowie die Vorhersage des oben beschriebenen, vereinfachten Modells dargestellt. Die Übereinstimmung ist hierbei bemerkenswert.

In einer weitergehenden Analyse der $I_c(H)$ -Abhängigkeit von Proben der Serien #1 und #5 im $0-\pi$ -Zustand zeigte sich jedoch, daß hier die Übereinstimmung der gemessenen mit der Theoriekurve deutlich schlechter ausfiel. Unabhängige Simulationen bestätigten die Theoriekurven, so daß die Gründe für die Abweichung nicht in einem Versagen des Modells zu suchen sind. Durch manuelle Anpassung der Modellparameter an die Messungen zeigte sich, daß unter der Annahme deutlich größerer Injektoren eine weitaus bessere Übereinstimmung möglich ist. Abbildung 3.11 zeigt die vier betrachteten $I_c(H)$ -Messungen im $0-\pi$ -Zustand sowie die entsprechenden Theoriekurven mit angepaßter Injektorgröße. Die Modellparameter wurden so gewählt, daß für negative Felder die Positionen der ersten „irregulären“ Nebenmaxima übereinstimmen (in Abb. 3.11

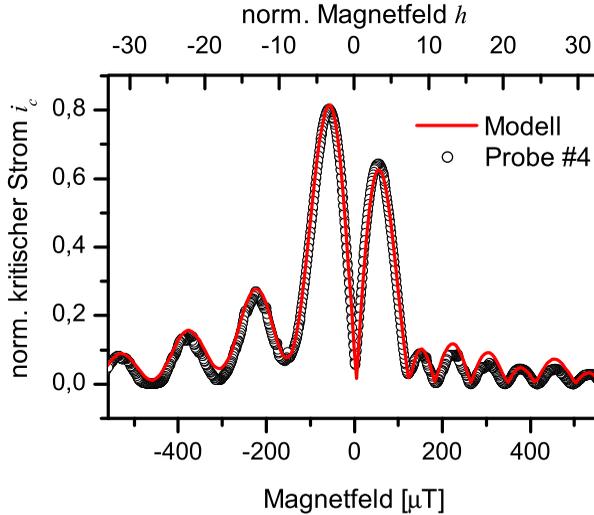


Abbildung 3.10: Gemessene $i_c(H)$ -Abhängigkeit der Probe #4 (KL609.156) im $0-\pi$ -Zustand ($I_{inj} = -13.5$ mA) und entsprechende Theoriekurve (3.13) mit $l = 1.4$, $\Delta w = 0.12$, $\Delta x = 0.09$, $\kappa = \pi$.

mit einem Pfeil markiert). Die entsprechenden Injektorgroßen (Δx , Δw) mußten dabei sowohl für $2 \mu\text{m}$ als auch für $5 \mu\text{m}$ Injektoren um $+3.5 \mu\text{m}$ korrigiert werden (vgl. Abb. 3.6).

Anzumerken ist hierbei, daß mit der „Vergrößerung“ der Injektoren auch die Asymmetrie der beiden Hauptmaxima zunimmt. Eine Übereinstimmung beider Merkmale, d.h. Asymmetrie der Hauptmaxima und Periodizität der Nebenmaxima, ließ sich dabei nicht erreichen.

Neben der Anpassung der Injektorgroße mußte beim kürzesten der betrachteten Kontakte ($L = 30 \mu\text{m}$) auch ein deutlich größerer Wert für die Phasendiskontinuität von $\kappa = 1.25\pi$ angenommen werden, um die Theoriekurve bestmöglichst mit der Messung zur Deckung zu bringen. Betrachtet man hierzu nochmals die Simulationsergebnisse aus Abb. 3.3, so läßt sich der erhöhte Wert von $\kappa = 1.25\pi$ mit der beobachteten „Verschiebung“ des Minimums von i_c zu höheren Werten von $\kappa > \pi$ im Grenzfall großer Injektoren und kurzer Kontakte zumindest teilweise erklären.

Generell läßt sich festhalten, daß alle untersuchten Proben aus Karlsruhe nur durch Annahme größerer Injektoren mit der Theorie in Einklang

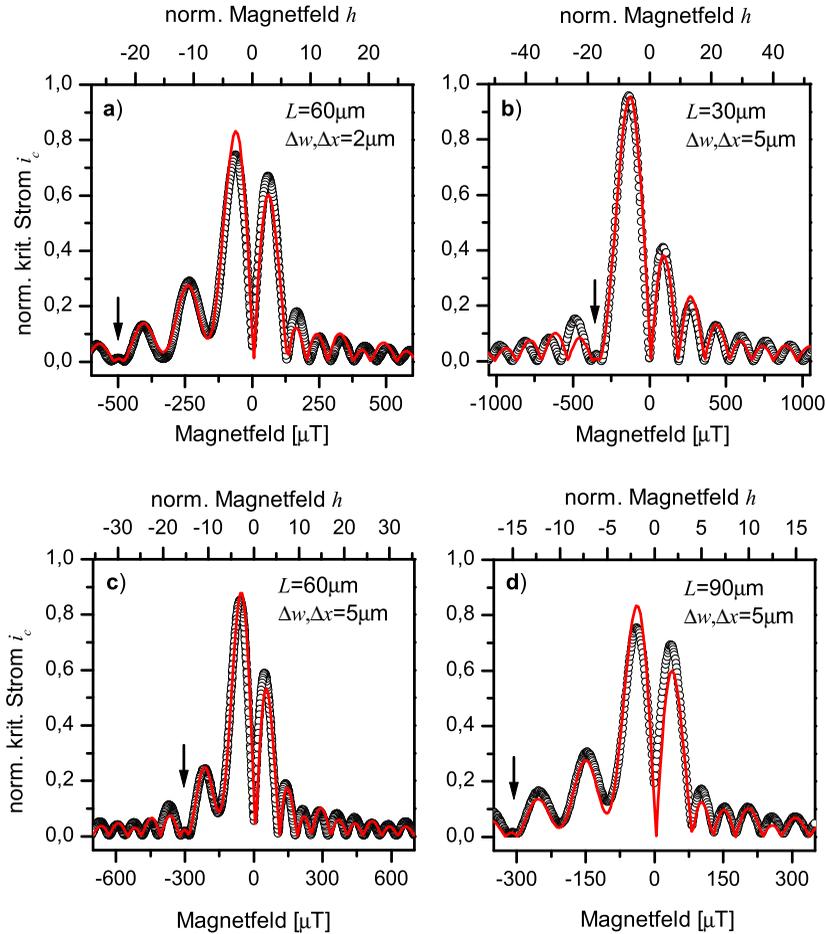


Abbildung 3.11: Gemessene Abhängigkeit des normierten kritischen Stroms i_c vom Magnetfeld H (offene Kreise) sowie die entsprechenden Theoriekurven (rote Linie). Die Proben sowie Fitparameter sind: a) #5, $\kappa = \pi$, $\Delta L = 11 \mu\text{m}$, b) #1, $\kappa = 1.25\pi$, $\Delta L = 17 \mu\text{m}$, c) #1, $\kappa = \pi$, $\Delta L = 17 \mu\text{m}$, d) #1, $\kappa = \pi$, $\Delta L = 17 \mu\text{m}$. Hierbei ist $\Delta L = (\Delta x + \Delta w)\lambda_J$.

zu bringen waren, wohingegen dies für die untersuchten Hypres-Proben nicht nötig war. Diese Diskrepanz deutet stark auf Unterschiede im Herstellungsprozeß hin und relativiert den vorher beschriebenen Einfluß der Injektorstromverteilung.

Abschließend läßt sich vermerken, daß bereits mit dem soeben beschrie-

benen, sehr einfachen Modell fast alle Charakteristiken der gemessenen $I_c(H)$ -Kennlinien reproduziert und auf die Existenz eines Suprastroms innerhalb der Injektorregion zurückgeführt werden können. Die zu erwartende Asymmetrie bzgl. der Hauptmaxima eines künstlichen $0-\pi$ -Kontakts läßt sich hierbei über deren Amplitudenunterschied von $i_{c,\max}(h < 0) - i_{c,\max}(h > 0) \approx (4/\pi)(\Delta x + \Delta w)/l$ abschätzen.

3.5 Zusammenfassung

Mittels eines kleinen Strominjektorenpaares läßt sich in langen Nb-AlO_x-Nb-Tunnelkontakten ein beliebiger Sprung der Josephsonphase hervorrufen. Hierdurch eröffnet sich die Möglichkeit, künstliche $0-\pi$ -Kontakte mit geringer Dämpfung zu erzeugen, an denen sich beispielsweise die Dynamik von Semifluxonen untersuchen lassen. Elementarer Bestandteil dieses Ansatzes ist die Kalibrierung des Injektorstroms. Es konnte gezeigt werden, daß aufgrund der endlichen Ausdehnung jedes experimentell realisierbaren Injektorpaares Abweichungen in den $I_c(I_{inj})$ - und $I_c(H)$ -Kennlinien im Vergleich zu einem idealen $0-\pi$ -Kontakt auftreten. Diese Abweichungen sind auf den im Bereich der Injektorregion fließenden Suprastrom zurückzuführen und können in numerischen Simulationen unter Berücksichtigung der endlichen Injektorbreite reproduziert werden. Es zeigt sich, daß durch stetige Reduktion der Strukturgröße der Injektoren, ein kontinuierlicher Übergang hin zu einem idealen $0-\pi$ -Kontakt erfolgt. Generell ist daher eine kleinstmögliche, idealerweise punktförmige Injektorstruktur anzustreben, jedoch erlauben die vorgestellten Ergebnisse und Modelle eine Interpretation der experimentellen Daten für den Fall, wenn dies durch technische Randbedingungen nicht möglich ist.

Kapitel 4

Fraktionale Flußwirbel

In den vorangegangenen Kapiteln konnte gezeigt werden, daß sich mittels eines Paares kleiner Strominjektoren künstliche $0-\pi$ -Kontakte niedriger Dämpfung realisieren lassen. Hierbei erzeugt der durch die Injektoren fließende Strom I_{inj} einen κ Sprung der Josephsonphase. Bisher galt dabei dem Fall $\kappa = \pm\pi$ die primäre Aufmerksamkeit. Der Umstand, durch Anpassung des Injektorstroms auch andere Werte für κ einstellen zu können, stellte eher ein Hindernis dar, da dies eine Kalibrierung der *kontinuierlichen* Abhängigkeit des Phasensprungs von I_{inj} erforderlich machte.

Andererseits eröffnet dieser vorher nicht genutzte Freiheitsgrad die Möglichkeit, die Physik von $0-\kappa$ -Kontakten zu untersuchen, wobei nun κ beliebig ist.

Es zeigt sich, daß die bisher betrachteten Semifluxonen in $0-\pi$ -Kontakten lediglich ein Spezialfall einer viel allgemeineren Klasse fraktionaler Flußwirbel, der κ -Wirbel, sind. Im Unterschied zu Semifluxonen tragen κ -Wirbel einen Fluß von $\kappa\Phi_0/2\pi$, also einen beliebigen Bruchteil des magnetischen Flußquants.

Interessanterweise wurden fraktionale Flußwirbel erst mit der Einführung der Injektortechnologie als eigenständige und vor allem auch äußerst interessante Objekte konzeptionell wahrgenommen, so daß eine theoretische und experimentelle Auseinandersetzung mit κ -Wirbeln erst in jüngster Zeit begann. Insbesondere die Möglichkeit, κ -Vortizes zukünftig als Grundelement maßgeschneiderter, künstlicher Materie ein-

setzen und damit deren Eigenschaften *in situ* ändern zu können, zeigt das enorme, jedoch noch weitgehend unerforschte Potential fraktionaler Josephsonwirbel, welches nun auch im Rahmen des SFB/TR-21 (A5) intensiv untersucht wird.

Dieses Kapitel dokumentiert erste experimentelle Untersuchungen zur kollektiven und individuellen Dynamik fraktionaler Flußwirbel und ist dabei wie folgt gegliedert. In Abschn. 4.1 werden fraktionale Flußwirbel näher vorgestellt sowie die Spezialfälle der Fluxonen ($\kappa = 2\pi$) und Semifluxonen ($\kappa = \pi$) eingeordnet. Im sich anschließenden Abschn. 4.2 wird in Analogie zu den bereits gezeigten Experimenten zur Dynamik von Semifluxonen die Dynamik fraktionaler Flußwirbel anhand von Nullfeldstufen(NFS) untersucht und gezeigt, daß auch im Falle $\kappa \neq \pi$ eine halbzahlige Quantisierung der Stufen (unabhängig von κ) besteht.

Dies verdeutlicht aber auch, daß halbzahlige NFS lediglich kollektive, jedoch kaum individuelle Eigenschaften fraktionaler Vortizes dokumentieren. Wie sich zeigt, sind fraktionale Flußwirbel auch zu einer charakteristischen Grundschwingung um ihre Ruheposition fähig, deren Frequenz davon abhängt, wieviel Fluß der Vortex trägt. Diese oszillatorische Eigenmode wird in Abschn. 4.3 detailliert untersucht. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Ref. [BGS⁺07] veröffentlicht.

4.1 κ -Wirbel

Analog zu langen 0 - π -Kontakten kommt es auch in 0 - κ -Kontakten zur spontanen Ausbildung eines fraktionalen Flußwirbels am Berührungspunkt der 0 - und κ -Region [GKK04], was zu einer Kompensation des Phasensprungs hin zu einem ganzzahligen Vielfachen von 2π und damit einer Minimierung der Gesamtenergie führt. Fraktionale oder auch κ -Wirbel tragen entsprechend nur den Bruchteil $\kappa/2\pi$ eines magnetischen Flußquantums. Es zeigte sich, daß im Falle von $\kappa = \pm\pi$ zwei entartete Grundzustände vorliegen, korrespondierend mit der Semifluxon- bzw. Anti-Semifluxonlösung. Für beliebiges κ ist diese Entartung nicht mehr gegeben und die Lösungen sind im Allgemeinen nicht spiegelsymmetrisch.

Für die nächsten Betrachtungen ist es hilfreich, die topologische Ladung eines fraktionalen Vortex als die Differenz der Phase $\mu(x)$ zwi-

schen $\mu(+\infty)$ und $\mu(-\infty)$ zu definieren. Sie stellt dabei eine sich aus den Randbedingungen für $\mu(x)$ ergebende Erhaltungsgröße dar. Die Verwendung der topologischen Ladung erlaubt eine Unterscheidung zwischen der Stärke der Phasendiskontinuität im Kontakt und der Größe des kompensierenden fraktionalem Vortex. Im Folgenden wird sich daher der Ausdruck „ κ -Wirbel“ nur auf die topologische Ladung des fraktionalem Vortex beziehen.

Betrachtet man eine gegebene Phasendiskontinuität $-\kappa$, so ist aus energetischen Gründen leicht einzusehen, daß die topologische Ladung des fraktionalem Vortex zusammen mit der Phasendiskontinuität ein ganzzahliges Vielfaches von 2π sein muß. Jeder andere Wert führte zu einer divergierenden Grundzustandsenergie. Tatsächlich läßt sich zeigen, daß aus der immer noch unendlichen Zahl möglicher Vortizes nur zwei stabil sind [GKK04]: Der so genannte *direkte* $+\kappa$ -Wirbel und der *komplementäre* $(\kappa - \text{sgn}(\kappa)2\pi)$ -Wirbel. Ausgenommen hiervon ist der spezielle Fall $\kappa = 2n\pi$, der drei stabile Konfigurationen zuläßt, nämlich Fluxon ($+2\pi$ -Vortex), Antifluxon (-2π -Vortex) und Flachphasenzustand ($\mu = 0$).

Analog zum bereits diskutierten Phasenprofil des Semifluxons ergibt sich für den allgemeinen Fall eines κ -Vortex [GKK04]

$$\mu(x) = \begin{cases} 4 \arctan(e^{x+x_0}), & x < 0 \\ \kappa - 4 \arctan(e^{-x+x_0}), & x > 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

mit

$$x_0 = \ln \tan \frac{\kappa}{8}. \quad (4.2)$$

Gleichung (4.1) entspricht also wieder den passend abgeschnittenen äußeren Enden der bekannten Solitonlösung $\phi(x) = 4 \arctan e^x$. Abbildung 4.1 zeigt beispielhaft Phasenverlauf, Magnetfeld- und Supraströmverteilung eines $\pi/2$ -Vortex sowie seines komplementären $-3\pi/2$ -Partnervortex. Eine entsprechende Darstellung im Bild der langen Pendelkette findet sich in Abb. 4.2. Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß die Idee und das Konzept fraktionaler Flußwirbel erst in allerjüngster Zeit entstanden und eng mit der Realisierung künstlicher $0-\pi$ -Kontakte [GSG⁺04] verbunden ist. Seither sind diverse theoretische Arbeiten entstanden, die fraktionale Wirbel als Basis künstlicher Materie in Form von κ -Vortex-Molekülen und -Kristallen betrachten [GKK03; ZG04; SvGV⁺03; GKK04; GSK⁺05; SGK⁺05]. Die

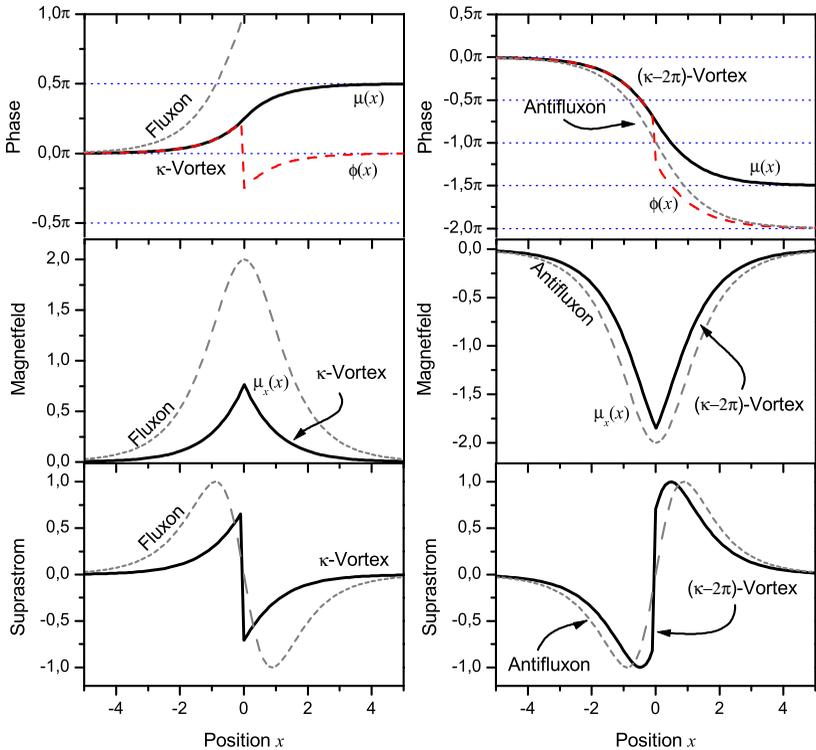


Abbildung 4.1: Phasen $\mu(x)$ und $\phi(x)$, Magnetfeld und Josephsonsuprastrom eines $\pi/2$ -Vortex (links) und seines komplementären $-3\pi/2$ -Vortex (rechts).

Verwendung künstlicher 0 - κ -Kontakte bietet hierbei die faszinierende Möglichkeit, die Eigenschaften dieser „neuen Materie“ während des Experiments ändern zu können, sei es nun das Anregungsspektrum eines einzelnen Vortex oder die Bandstruktur eines ganzen Kristalls.

4.2 Dynamik fraktionaler Flußwirbel

Wie es bereits für Semifluxonen diskutiert wurde (vgl. Abschn. 1.4.2), stellt auch in einem 0 - κ -Kontakt endlicher Länge $l = L/\lambda_J \sim 1$ ein einzelner κ -Vortex nach Gl. (4.1) keine erlaubte Lösung dar, da dieser die Randbedingung $\mu_x(\pm l/2) = 0$ nicht erfüllt. Vielmehr entspricht die Lösung einer unendlichen Kette alternierender $\pm\kappa$ -Wirbel im Abstand

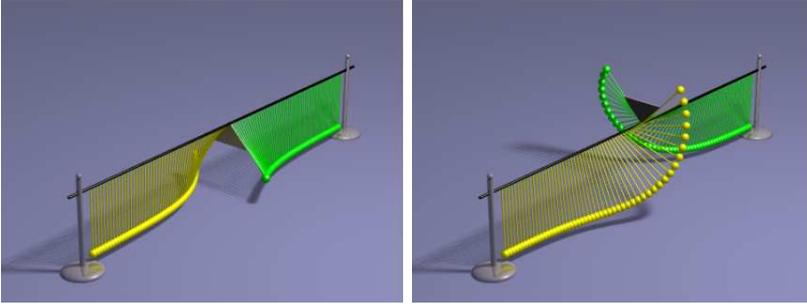


Abbildung 4.2: Phase ϕ eines $\pi/2$ - und komplementärer $-3\pi/2$ -Vortex im Pendelbild. Die $-\kappa$ -Diskontinuität wird durch eine starre Verbindung zweier Pendel in der Mitte des Kontakts erreicht (schwarzes Dreieck).

l , wobei l die normierte Länge des Kontakts ist. Anders ausgedrückt, der Grundzustand eines $0-\kappa$ -Kontakts der Länge L läßt sich effektiv durch einen unendlich langen $0-\kappa-0-\kappa-\dots$ -Kontakt mit alternierenden $\pm\kappa$ -Diskontinuitäten bei $x = nL/\lambda_J$ beschreiben [siehe Abb. 4.3(a)–(c)].

Betrachten wir im Folgenden eine $-\kappa$ -Diskontinuität mit $\kappa > 0$, wie in Abb. 4.3(b) dargestellt. In erster Näherung läßt sich der Grundzustand durch einen κ -Vortex bei $x = 0$ sowie zwei direkt benachbarte, virtuelle $-\kappa$ -Wirbel bei $x = \pm l$ beschreiben [siehe Abb. 4.3(c)].

Wird nun ein Strombias angelegt, so zieht die Lorentzkraft den positiven κ -Wirbel nach rechts, die negativen hingegen nach links. Überschreitet der applizierte Biasstrom einen kritischen Wert, so klappen die Vortizes bei $x = 0$ und $x = l$ gleichzeitig um, wobei ein Flußquant Φ_0 durch die rechte Seite des Kontakts ausgetauscht wird [vgl. Abb. 4.3(c)]. Das Resultat dieses Transfers, dargestellt in Abb. 4.3(c), sind ein $(\kappa - 2\pi)$ -Vortex bei $x = 0$ sowie die entsprechenden komplementären Vortizes bei $x = \pm l$. Wiederum wirkt die Lorentzkraft des Biasstroms auf die einzelnen Vortizes, jedoch nun in die andere Richtung, so daß ein erneutes, gleichzeitiges Umklappen mit dem Transfer von Φ_0 durch die linke Kontaktseite einhergeht. Dieser Prozeß stellt die ursprüngliche Situation [Fig. 4.3(c)] wieder her und der Zyklus beginnt von vorn. Da pro Umklappereignis genau ein Φ_0 an magnetischem Fluß transferiert wird, wie auch schon im speziellen Fall für Semifluxonen gezeigt [GSG⁺04; GKK03], sollten auch für $\kappa \neq \pi$ halbzahlige Nullfeldstufen beobachtbar sein [Ste02].

Zu beachten ist hierbei, daß sowohl halbzahlige Nullfeld- als auch Fiske-

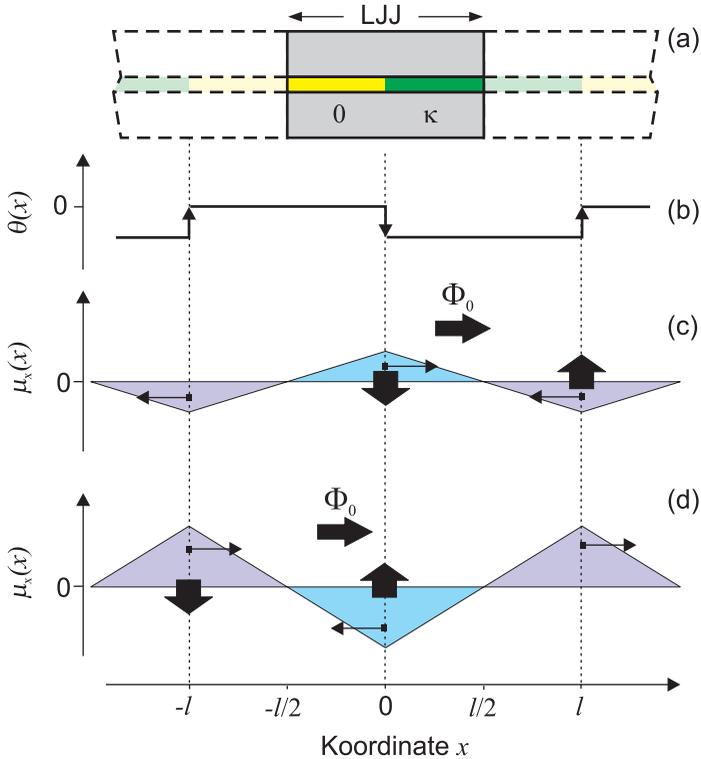


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Entstehung halbzahliger Nullfeldstufen. (a) Geometrie des Kontakts. (b) Position der Diskontinuitätspunkte und die Richtung der Phasensprünge. (c) und (d) Umklappprozess der fraktionierten Vortizes. Kleine Pfeile zeigen die Richtung der Lorentzkraft, große Pfeile die Richtung einer Flußänderung und des Flußtransfers.

stufen durch dieselben asymptotischen Spannungen charakterisiert sind, also an denselben Spannungswerten in der I - V -Kennlinie auftreten. Der beschriebene Umstand ist insofern von Bedeutung, als er eine eindeutige Unterscheidung dieser beiden Effekte im Falle *ausgedehnter* Injektoren erschwert. In beiden Fällen ist eine Phasendifferenz zwischen linkem und rechtem Rand des Kontakts vorhanden, jedoch sind Fiskestufen durch einen (in erster Ordnung) konstanten Phasengradienten charakterisiert, wohingegen sich in einem idealen 0 - κ -Kontakt die Josephsonphase nur an der Diskontinuität sprunghaft ändert, sonst jedoch konstant ist (sieht man einmal von der Bildung des fraktionierten Vortex ab). Besitzen die

Parameter	Wert
kritische Stromdichte j_c [A/cm ²]	≈ 400
Josephsoneindringtiefe λ_J [μm]	≈ 22
Länge L [μm]	60
normierte Länge $l = L/\lambda_J$	≈ 2.75
Breite w_b [μm]	5
Injektorbreite [μm]	2
norm. Injektorbreite Δw [λ_J]	0.09
Injektorenabstand [μm]	2
norm. Injektorenabstand [λ_J]	0.09

Tabelle 4.1: *Parameter der untersuchten Probe #2 aus Kap. 3.*

Injektoren nun endliche Breite, findet man eine Situation vor, die aus Sicht des Phasenverlaufs zwischen den beiden diskutierten Extremfällen einzuordnen ist: Die Phase entwickelt sich weitestgehend linear zwischen den Injektoren, ist außerhalb der Injektorregion jedoch konstant. Dieser Umstand verdeutlicht aber auch, daß unabhängig von der Breite der Injektoren eine Stufe bei $V = nV_{ZFS}/2$ zu erwarten ist, wie auch in numerischen Simulationen und experimentell nachgewiesen werden konnte.

4.2.1 Proben und Meßaufbau

Für die experimentelle Untersuchung der Flußdynamik wurde Probe #2 aus Kap. 3 verwendet, die aufgrund ihrer Länge von $\approx 2.8\lambda_J$ auch Nullfeldstufen höhere Ordnung erwarten ließ. Darüber hinaus wirkte die „raue“ Subgap-Struktur unterstützend bei der Ausbildung von NFS, so daß eine Messung bei $T = 4.2\text{K}$ möglich war. Tabelle 4.2.1 faßt die wesentlichen Kontaktparameter zusammen.

Für die Messungen wurde der in Kapitel 2 beschriebene Aufbau verwendet (\rightarrow Abschn. 2.4).

4.2.2 Experimentelle Beobachtungen

Gemessene I - V - und $I_c(H)$ -Kennlinien ohne angelegten Injektorstrom zeigten keinen eingefangenen magnetischen Fluß und eine gute Kontaktqualität. Zur Kalibrierung der Injektoren [GG⁺05; GS⁺04] (vgl.

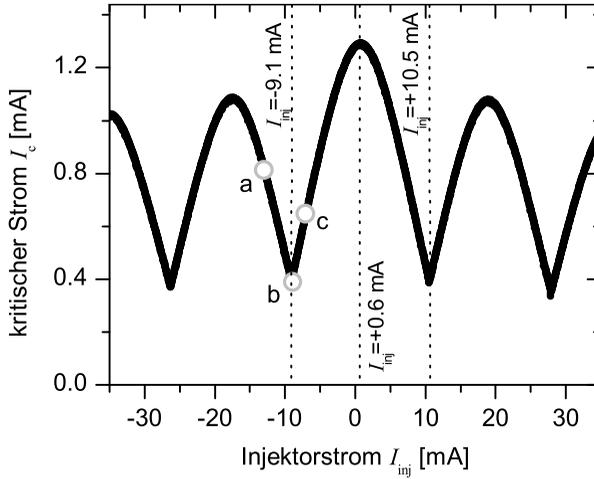


Abbildung 4.4: Gemessene $I_c(I_{\text{inj}})$ -Abhängigkeit (volle Symbole) für $H = 0$. Die offenen Symbole markieren diejenigen Injektorströme, für die Nullfeldstufen aufgezeichnet wurden (vgl. Abb. 4.5).

auch Kap. 2) wurde die $I_c(I_{\text{inj}})$ -Abhängigkeit ohne äußeres Magnetfeld bestimmt, welche in Abb. 4.4 dargestellt ist. Die Kurve ist geringfügig entlang der I_{inj} -Achse verschoben. Der maximale kritische Strom I_c wird für $I_{\text{inj}} \approx +0.6$ mA erreicht. $\kappa = -\pi$ korrespondiert mit einem angelegten Injektorstrom von $I_{\text{inj}} = -9.11$ mA, $\kappa = +\pi$ mit $I_{\text{inj}} = +10.51$ mA. Der minimale kritische Strom $I_{c,\text{min}}$ beträgt ca. 30% von $I_{c,\text{max}}$ und liegt damit geringfügig oberhalb des theoretischen Wertes [GG⁺05] (vgl. Abschn. 1.4.2) von 27%.

Mehrere I - V -Kennlinien wurden für $H = 0$ gemessen und Nullfeldstufen für verschiedene Injektorströme I_{inj} aufgezeichnet. Die mit (a)–(c) bezeichneten Injektorströme in Abb. 4.4 korrespondierten mit Phasensprüngen von $\kappa^a = -1.4\pi$ (a), $\kappa^b = -\pi$ (b) und $\kappa^c = -0.84\pi$ (c). Abbildung 4.5 zeigt die entsprechenden Nullfeldstufen, wobei halbzahlige Nullfeldstufen mit $n = \frac{1}{2}$ und $n = \frac{3}{2}$ für $\kappa = \pi$ deutlich zu erkennen sind. Für $0 < \kappa \neq \pi$ konnten auch Nullfeldstufen bis $n = \frac{5}{2}$ gemessen werden.

Aus den experimentellen Daten wird deutlich, daß die Stabilität der einzelnen NFS von κ abhängt, jedoch ist der Grund hierfür noch völlig unklar. Darüber hinaus lassen sich ausgeprägte Resonanzstrukturen auf den einzelnen Ästen beobachten, die sehr wahrscheinlich auf die

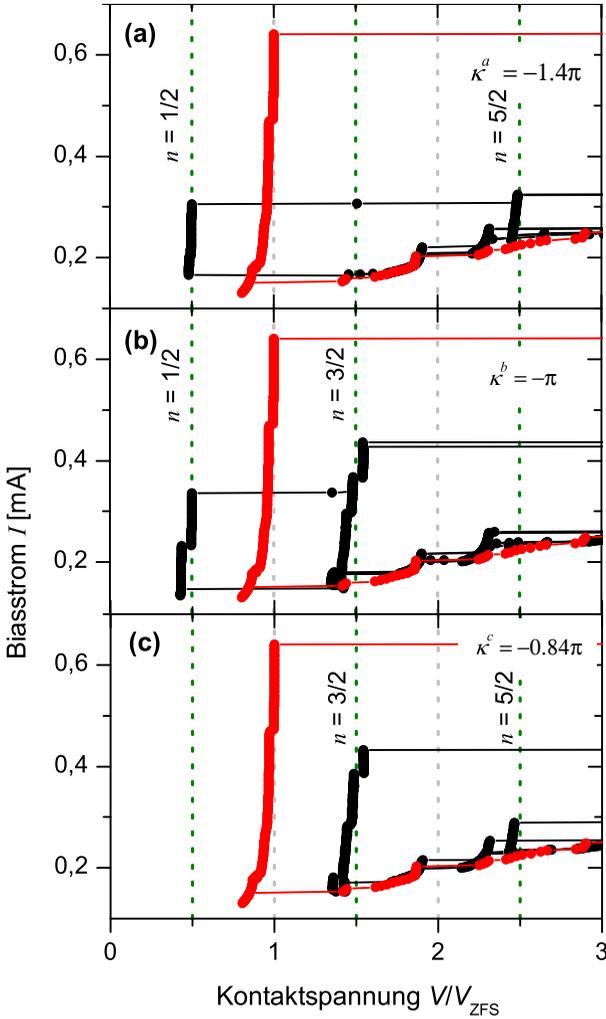


Abbildung 4.5: Gemessene ganzzahlige und halbzahlige Nullfeldstufen für $H = 0$ und (a) $I_{inj} = -13.0$ mA (schwarze Symbole), (b) $I_{inj} = -9.1$ mA (schwarze Symbole) und $I_{inj} = -7.5$ mA (schwarze Symbole) (vgl. auch Abb. 4.4). Die roten Symbole korrespondieren in allen Graphen mit $I_{inj} = 0$. $V_{ZFS} = 356$ μ V ist die asymptotische Spannung der ersten ganzzahligen Nullfeldstufe.

Bewegung des magnetischen Flusses im inhomogenen Kontakt zurückzuführen sind. Ähnliche Resonanzen konnten in langen Kontakten

mit künstlichen Inhomogenitäten, in denen sich Josephsonfluxonen bewegten, beobachtet werden [SU87; Ust96]. Anhand des von Golubov *et al.* [GU86; GU87; BMU96] entwickelten Modells lassen sich derartige Resonanzeffekte und Feinstrukturen auf Nullfeldstufen in langen 0-Kontakten gut verstehen, jedoch zeigt sich, daß eine direkte Übertragung auf die hier präsentierten Meßergebnisse keine akzeptable Übereinstimmung ergibt. Dies kann in der unterschiedlichen Natur von gepinnten, fraktionalen Flußwirbeln einerseits und solitonischen Josephsonfluxonen andererseits begründet liegen, allerdings auch einfach auf eine stark inhomogene Tunnelbarriere zurückzuführen sein. Letzteres würde auch die beobachtete Strukturierung des Subgap-Bereichs der I - V -Kennlinie erklären. Alternativ ist als Erklärung für die diversen Feinstrukturen auf den NFS auch eine resonante Wechselwirkung von Plasmawellen mit der oszillatorischen Eigenmode des κ -Wirbels vorstellbar [GSKK04], die im nächsten Abschnitt gesondert diskutiert wird. Allerdings ist bereits in annularen Kontakten, in denen keine Randeffekte auftreten, eine entsprechende eindeutige Identifizierung dieser Wechselwirkung äußerst schwierig.

Folglich muß die Frage nach den Details der gemessenen I - V -Kennlinien vorerst unbeantwortet bleiben.

4.2.3 Zusammenfassung

Analog zu den bereits bekannten halbzahligen Nullfeldstufen in 0- π -Kontakten mittlerer Länge konnte auch in 0- κ -Kontakten mit $\kappa \neq \pi$ eine halbzahlige Quantisierung der Nullfeldstufen bis zu $n = \frac{5}{2}$ beobachtet werden. Es zeigt sich, daß das Auftreten von HNFS ganz allgemein ein Ausdruck der Dynamik fraktionaler Flußwirbel ist. Der individuelle Charakter verschiedener κ -Vortizes äußert sich in der unterschiedlichen Stabilität der einzelnen Nullfeldstufen.

4.3 Oszillatorische Eigenmoden

Fraktionale Vortizes sind örtlich gebundene Objekte. Sie können sich nicht von der Diskontinuität entfernen. Dies impliziert die Möglichkeit einer oszillatorischen Eigenmode, die der Schwingung des Vortex um

seine Gleichgewichtslage entspricht.

Legt man beispielsweise einen kleinen homogenen Biasstrom an einen $0\text{-}\kappa$ -Kontakt an, so wird der fraktionale Wirbel durch die Lorentzkraft des Stroms verformt, wobei aus der Verformung die (nötige) elastische Gegenkraft erwächst. Wird der Biasstrom nun schlagartig zurückgesetzt, so oszilliert der Vortex um seine Gleichgewichtsposition, vorausgesetzt, die Dämpfung ist niedrig genug. Die Oszillationsfrequenz hängt hierbei von der topologischen Ladung κ ab.

4.3.1 Eigenfrequenz eines κ -Vortex

Auf eine detaillierte Herleitung der Eigenfrequenzabhängigkeit wird im Folgenden verzichtet und lediglich die Grundidee skizziert sowie das Endergebnis präsentiert. Die genaue Rechnung findet sich in Ref. [GSK⁺05]. Zur Bestimmung der Eigenfrequenz des κ -Vortex wird die gSGG (1.41) um die bekannte stationäre Lösung $\mu^\kappa(x)$ für $\gamma = 0$ (4.1) linearisiert

$$\mu(x, t) = \mu^\kappa(x) + u(x, t) \quad (4.3)$$

und für $u(x, t) = e^{\lambda t}v(x)$ ein spektraler Ansatz gewählt. Hierdurch ergibt sich eine Eigenwertgleichung für λ , die für $\gamma = 0$ und $\alpha = 0$ eine analytische Lösung erlaubt. Mit $\lambda = i\omega$ folgt für die Eigenfrequenz eines κ -Wirbels

$$\omega(\kappa) = \sqrt{\frac{1}{2} \cos \frac{\kappa}{4} \left(\cos \frac{\kappa}{4} + \sqrt{4 - 3 \cos^2 \frac{\kappa}{4}} \right)}. \quad (4.4)$$

In Abb. 4.6 ist der Verlauf von $\omega(\kappa)$ dargestellt. Es zeigt sich, daß die Eigenfrequenz ω mit zunehmender topologischer Ladung κ abnimmt und für $\kappa \rightarrow 2\pi$ den Wert Null erreicht. Dies ist leicht einzusehen, da für $\kappa = 2\pi$ gerade ein (ganzes) Josephsonfluxon erzeugt wird, das nicht an die Diskontinuität gebunden ist und sich ungehindert im Kontakt bewegen kann. In der Tat wurde das Konzept der Strominjektoren genau zu diesem Zwecke, nämlich der definierten Erzeugung von Fluxonen in annularen Josephsonkontakten, erstmalig eingeführt [Ust02].

Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß die charakteristischen Frequenzen der κ -Wirbel innerhalb der Plasmabandlücke liegen, ähnlich zu Störstellenniveaus in der Bandlücke von Halbleitern.

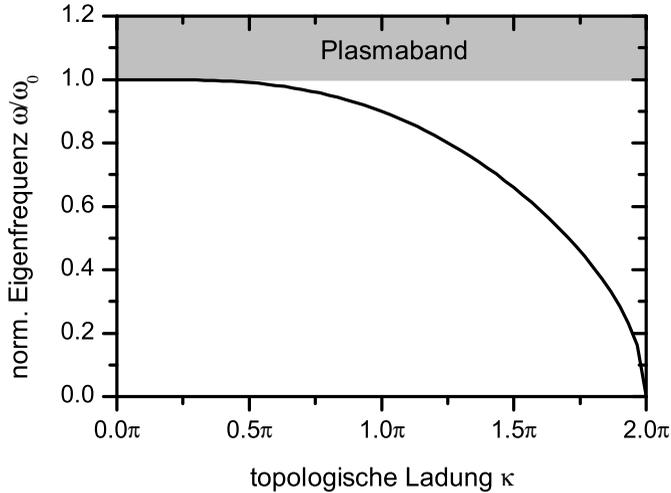


Abbildung 4.6: Normierte Eigenfrequenz ω eines fraktionalen Vortex in Abhängigkeit von seiner topologischen Ladung κ .

Gleichung (4.4) ist nur im Limit eines unendlich langen Josephsonkontakts ohne Biasstrom und Dämpfung gültig. Zur numerischen Bestimmung der Eigenfrequenzen [GSK⁺05; SGK⁺05; Sus05; Gol03] wird die Stabilität einer beliebigen Störung δ der stationären numerischen Lösung μ_0 untersucht, indem der Ansatz $\mu = \mu_0 + \delta$ in Gl. (1.41) substituiert wird. Hieraus ergibt sich eine partielle Differentialgleichung in δ , die nach Diskretisierung und Überführung in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung in der Matrixform

$$\dot{\vec{\delta}} = A\vec{\delta} \quad (4.5)$$

dargestellt werden kann. Mittels Standardmethoden [PSVF02] lassen sich die gesuchten Eigenwerte von A bestimmen, wobei nur jene von Interesse sind, die einer Frequenz innerhalb der Plasmabandlücke $|\Im(\lambda)| < 1$ entsprechen.

Biasstromabhängigkeit der Eigenfrequenz

Die mit Gleichung (4.4) beschriebene $\omega(\kappa)$ -Abhängigkeit gilt nur für $\gamma = 0$, also in Abwesenheit eines externen Biasstroms. Für $\gamma > 0$ ist der entsprechende analytische Ausdruck unbekannt, jedoch gilt in guter

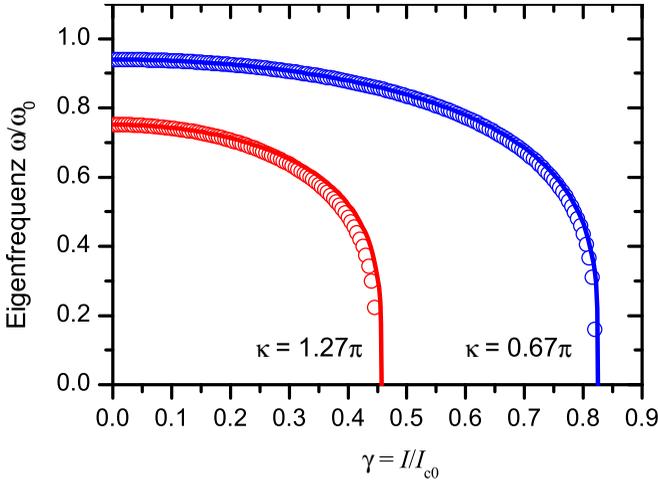


Abbildung 4.7: Biasstromabhängigkeit der normierten Eigenfrequenz eines κ -Wirbels. Die durchgezogene Linie entspricht der Näherung nach Gl. (4.6), Symbole den numerisch bestimmten Eigenfrequenzen.

Näherung

$$\omega(\kappa, \gamma) \simeq \omega(\kappa, 0) \sqrt[4]{1 - \left(\frac{\gamma}{\gamma_c(\kappa)}\right)^2}, \quad (4.6)$$

wobei

$$\gamma_c(\kappa) = i_c(\kappa) = \left| \frac{\sin \kappa/2}{\kappa/2} \right|, \quad (4.7)$$

der kritische Depinningstrom des κ -Wirbels, durch Gl. (2.3) gegeben ist. Abb. 4.7 zeigt exemplarisch den Verlauf von $\omega(\gamma)$ nach Gl. (4.6) sowie numerische Simulationen für zwei verschiedene Werte von κ . Die Abweichungen sind dabei nahe γ_c am ausgeprägtesten: Simulation und Gl. (4.6) zeigen ein unterschiedliches asymptotisches Verhalten für $\gamma \rightarrow \gamma_c$.

Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Kontaktgeometrie

Wie bereits in Abschn. 4.3.1 angesprochen gilt die mit (4.4) beschriebene Abhängigkeit der Eigenfrequenz eines fraktionalen Vortex von seiner topologischen Ladung nur im Limit eines unendlich langen Josephsonkontakts.

Betrachtet man den Fall endlicher Kontaktlängen, so stellt der verwendete Ansatz für den Phasenverlauf (4.1) eines einzelnen Vortex keine Lösung der gSGG dar, da (4.1) die Randbedingungen $\mu_x(-L/2) = \mu_x(L/2) = 0$ für eine lineare bzw. $\mu(-L/2) = \mu(L/2)$ für eine annulare Geometrie nicht erfüllt (vgl. Abschn. 1.4.2). Vielmehr repräsentiert die neue Lösung der gSGG eine unendliche Kette periodisch, im Abstand L angeordneter Vortizes. Dementsprechend leiten sich die stationären und dynamischen Eigenschaften eines *endlichen* 0 - κ -Kontakts aus der Charakteristik eines ferromagnetisch (annulare Geometrie) resp. antiferromagnetisch (lineare Geometrie) geordneten *unendlichen* 1D-Vortexkristalls ab. Hierbei führt der Überlapp bzw. die Wechselwirkung benachbarter Vortizes innerhalb der Vortexkette zu einer Aufspaltung der Einzelvortex-Eigenfrequenz und zur Ausbildung einer plasmonischen Bandstruktur [SGK⁺05]. Aufgrund der Randbedingungen im Falle endlicher Kontaktgeometrien wird wiederum nur ein diskretes Spektrum aus dieser Bandstruktur realisiert, wobei die entsprechende Eigenfrequenz innerhalb der Plasmabandlücke deutlich von (4.4) abweichen kann. Für den Vergleich experimentell bestimmter Eigenfrequenzen, die zwangsläufig nur an Josephsonkontakten endlicher Länge durchgeführt werden können, mit theoretischen Vorhersagen muß daher eine „individuelle“, numerische Bestimmung des Spektrums für die jeweiligen Probenparameter durchgeführt werden.

Eigenfrequenzen in künstlichen 0 - κ -Kontakten

Da fraktionale Josephsonwirbel, sieht man von dem Spezialfall $\kappa = \pi$ ab, (bisher) nur in künstlichen 0 - κ -Kontakten untersucht werden können, ist die Frage nach dem Einfluß der endlichen Injektorstruktur auf die Eigenfrequenz eines κ -Vortex zu beantworten.

Wie anhand numerischer Simulationen festgestellt werden konnte, erhöht sich ω bei gegebenem κ und zunehmender Injektorstruktur geringfügig. Abbildung 4.8 zeigt die $\omega(\kappa)$ -Abhängigkeit für verschiedene Injektorgrößen am Beispiel eines annularen Kontakts der Länge $l = 10$.

Für typische Strukturgrößen liegen die Abweichungen im Bereich weniger Prozente.

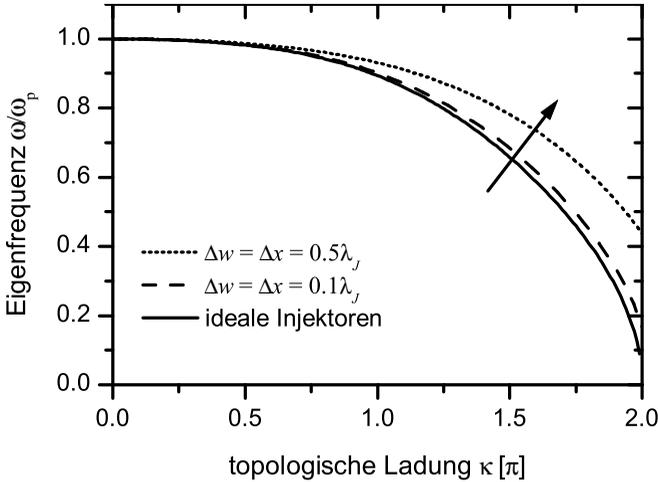


Abbildung 4.8: *Einfluß der Injektorgroße auf die Eigenfrequenz fraktionaler Vortizes.*

4.3.2 Experimentelle Vorüberlegungen

Zur experimentellen Bestimmung der Eigenfrequenz eines fraktionalen Wirbels in Abhängigkeit von seiner topologischen Ladung κ und dem applizierten Biasstrom γ lassen sich verschiedene Ansätze verfolgen. Eine Möglichkeit besteht darin, in einer annularen Geometrie des Josephsonkontakts den fraktionalen Vortex periodisch mit einem umlaufenden Fluxon anzuregen. Hierbei sollten sich unter geeigneten Bedingungen resonante Substrukturen auf den Nullfeldstufen der I - V -Kennlinie ausbilden, wie Goldobin *et al.* [GSKK04] in Simulationen zur Fluxon-Semifluxon-Wechselwirkung in langen annularen Kontakten beobachten konnten. Entspricht dabei die Eigenfrequenz des fraktionalen Vortex einem Vielfachen der Umlauffrequenz des Josephsonvortex, so sollte es zur effizienten Ausbildung von stehenden Plasmawellen kommen, welche wiederum mit dem umlaufenden Fluxon resonant wechselwirken [GU86; GU87; MBM93; BMU96]. Erste Voruntersuchungen zeigten jedoch, daß sich die gesuchten Substrukturen bei gegebenen Kontaktparametern nur in einem kleinen Bereich für κ erzeugen bzw. eindeutig zuordnen lassen [Buc06].

Meßverfahren

Aus diesem Grunde wurde in dieser Arbeit ein anderer, spektroskopischer Ansatz verfolgt, der anstelle eines umlaufenden Testfluxons extern eingestrahlte Mikrowellen für die resonante Anregung des κ -Wirbels nutzt.

Die grundlegende Idee ist hierbei, daß bei einer Übereinstimmung der Eigenfrequenz des fraktionalen Vortex mit der Frequenz des durch Mikrowellen induzierten Wechselstroms eine resonante Wechselwirkung auftritt, die zum Umklappen des Vortex und der Emission eines Fluxons führt. In Abhängigkeit von der topologischen Ladung des spektroskopierten fraktionalen Wirbels und der jeweiligen Stabilität der Nullfeldstufe kann es dabei letztendlich auch zum vollständigen Umschalten des Kontakts aus dem spannungslosen in den resistiven Zustand kommen. In jedem Falle sollte sich eine resonante Wechselwirkung durch einen vorzeitigen Übergang, d.h. für $I < I_c$ (ohne Mikrowelle), des Josephsonkontakts in einen Zustand mit $|V| > 0$ äußern.

Der im Experiment vollzogene Prozeß läßt sich dabei wie folgt skizzieren: Nach Gl. (4.6) hängt die Eigenfrequenz ω eines κ -Wirbels neben der topologischen Ladung vom DC-Biasstrom γ ab, wobei ω mit zunehmendem γ , ausgehend von dem durch Gl. (4.4) gegebenen Wert, kontinuierlich kleiner und für $\gamma = \gamma_c(\kappa)$ schließlich Null wird. Strahlt man demnach Mikrowellen konstanter Frequenz $\omega_{\text{ex}} < \omega(\kappa, \gamma = 0)$ auf den Josephsonkontakt ein und erhöht kontinuierlich den Biasstrom von 0 beginnend, so tritt für ein bestimmtes γ_r der Resonanzfall $\omega(\kappa, \gamma_r) = \omega_{\text{ex}}$ auf. Ist dabei die Mikrowellenleistung P_{ex} passend gewählt und die Güte der Resonanz hoch genug, so erwartet man eine starke Anregung von Phasenoszillationen im Kontakt, die letztendlich zu einem Kollaps des spannungslosen Zustands führen.

In diesem Modell entspräche demnach der beobachtete kritische Strom γ_c des Kontakts unter Mikrowellenbestrahlung direkt γ_r mit $\omega_{\text{ex}} = \omega(\kappa, \gamma_r)$. Verfolgt man γ_r für verschiedene Mikrowellenfrequenzen ω_{ex} , so läßt sich die Abhängigkeit (4.6) experimentell ausmessen.

Aufgrund der nichtlinearen Natur des Josephsonoszillators stellt sich die Situation jedoch nicht ganz so einfach dar. Bereits im einfachen RCSJ-Modell läßt sich eine Verschiebung der Plasmaresonanz mit steigender Mikrowellenamplitude beobachten, so daß auch in dem hier interessierenden Fall davon auszugehen ist, daß lediglich $\omega_{\text{ex}} \simeq \omega(\gamma_c)$

gilt. In welcher Größenordnung dabei etwaige Verschiebungen der Resonanzfrequenz zu erwarten sind, läßt sich allerdings nur abschätzen. Ein grundsätzliche Schwierigkeit, die sich mit der Verwendung der Spektroskopietechnik verbindet, ist denn auch der Mangel an analytischen bzw. numerischen Ergebnissen zur Wechselwirkung von fraktionalem Flußwirbeln in langen Josephsonkontakten mit AC-Strömen, deren Frequenzen innerhalb der Plasmabandlücke liegen. Dies erschwert die direkte Auswertung experimenteller Daten, da die Übersetzung $\gamma_c(\omega_{\text{ex}}, P_{\text{ex}}, \alpha, \dots) \rightarrow \omega$ nur qualitativ bekannt ist.

Anhand bereits durchgeführter experimenteller und theoretischer Untersuchungen, die Spezialfälle des in dieser Arbeit betrachteten Problems darstellen, kann jedoch auf eine grundsätzlichen Anwendbarkeit des Verfahrens geschlossen sowie eine Abschätzung für mögliche systematische Fehler bei der Bestimmung der Eigenfrequenzabhängigkeit von κ und γ vorgenommen werden. Dies wird eingehender in Abschn. 4.3.4 bei der Beschreibung der resonanten Aktivierung diskutiert.

Probenumgebung

Darüber hinaus empfiehlt es sich, die im Experiment beabsichtigte, *kontrollierte* Wechselwirkung zwischen Josephsonkontakt und Mikrowellen in einer wohldefinierten Umgebung der Probe durchzuführen. Daher ist eine sorgfältige Abschirmung der Probe von externen Störquellen nötig, so daß die noch auftretenden Rauschströme ausschließlich durch die thermischen Fluktuationen entsprechend der Temperatur des umgebenden Wärmebads bestimmt sind [Ott76; RS88; MC93].

Um diese Bedingung prüfen zu können, bietet sich eine hochauflösende Messung des kritischen Kontaktstroms an, dessen Verteilung Aufschluß über die Art und Höhe der auftretenden Stromfluktuationen gibt. Anhand der Schaltstatistik läßt sich somit feststellen, ob die vom Josephsonkontakt erfahrene, „elektronische“ Temperatur der Badtemperatur entspricht oder durch externe Störungen erhöht ist.

Die Minimierung externen Rauschens hat dabei noch einen weiteren positiven Nebeneffekt. Mit sinkender elektronischer Temperatur kann nämlich $\omega(\gamma)$ in einem immer größeren Frequenzfenster untersucht werden. Tatsächlich ist die untere Schranke für gerade noch meßbare $\omega(\gamma)$ direkt an die Temperatur der Probe gekoppelt [Gar95].

Neben den soeben beschriebenen Anforderungen an die Kontrolle der Wechselwirkung zwischen Probe, Umgebung und Mikrowellen ergeben sich weitere Bedingungen für den zu realisierenden experimentellen Aufbau. Insbesondere die Wahl der verwendeten Probe zusammen mit der Forderung nach einer vollen Zugänglichkeit der I_c -Statistik führt dabei zu hohen Anforderungen an die Biasstromquelle und Detektionselektronik zur Bestimmung des kritischen Stroms.

Die Probe

Ziel der Messung ist die Bestimmung der Eigenfrequenzabhängigkeit $\omega(\kappa, \gamma)$ über einen möglichst großen Parameterbereich. Naheliegenderweise läßt sich die topologische Ladung des fraktionalen Vortex nur in künstlichen 0 - κ -Kontakten beliebig variieren, was die Art der Probe festlegt. Darüber hinaus zeigt sich, daß κ -Wirbel mit $\kappa > \pi$ nur in einem annularen Kontakt sicher spektroskopiert werden können. Wie bereits in Abschn. 2.2 diskutiert, besteht in einem linearen Kontakt mit einer Phasendiskontinuität $\kappa > \pi$ immer die Möglichkeit, daß sich der direkte, „schwere“¹ Vortex durch Emission eines Fluxons in seinen komplementären, „leichten“² Partnervortex $\kappa' = \kappa - 2\pi$ umwandelt. Da in linearen Kontakten die Josephsonphase nur modulo 2π definiert ist, läßt sich folglich kein definierter Ausgangszustand garantieren. Dies ist in einer annularen Geometrie aufgrund der Randbedingung³ $\phi(0) = \phi(L)$ immer gewährleistet, so daß der volle Parameterbereich $0 \leq \kappa \leq 2\pi$ theoretisch zugänglich ist.

Durch die geringe Dämpfung in künstlichen 0 - κ -Kontakten ist schlussendlich auch garantiert, daß sich eine resonante Oszillation des fraktionalen Vortex mit großen Amplituden ausbilden kann und eine scharfe Resonanz auftritt.

Um der mit Gl. (4.4) zugrunde liegenden Annahme eines unendlich langen Josephsonkontakts möglichst nahe zu kommen, sollte der verwendete Kontakt deutlich länger als einige λ_J sein. Allerdings erhöht sich mit zunehmender Kontaktlänge auch dessen kritischer Strom I_c ,

¹Die Adjektive „schwer“ und „leicht“ stehen repräsentativ für eine Klassifizierung des fraktionalen Vortex nach seiner topologischen Ladung bzw. Fluß mit schwer $\Leftrightarrow (|\kappa| > \pi)$ und leicht $\Leftrightarrow (|\kappa| < \pi)$.

²siehe vorhergehende Fußnote

³Wenn der Kontakt ohne exzessive Fluxonen präpariert wird.

während die relativen I_c -Fluktuationen, $\Delta I_c / \bar{I}_c$, die zur Kontrolle der Probenumgebung analysiert werden sollen, stark abnehmen, so daß die nötige I_c -Meßauflösung schnell experimentell noch realisierbare Werte von $I_c / \Delta I_c \sim 10^5$ überschreitet. Die Probenlänge ist somit typischerweise auf $\lesssim 5-8\lambda_J$ begrenzt, so daß $I_c \lesssim 1-2$ mA ist.

Neben der erwähnten Einschränkung für den Maximalwert des kritischen Stroms ergeben sich auch Bedingungen an die kritische Stromdichte. Damit die Plasmafrequenz ω_0 des Kontakts in experimentell verträglichen Größen⁴ (d.h. $\lesssim 40 - 45$ GHz) bleibt, sollte die kritische Stromdichte $j_c \leq 100$ A/cm² betragen (legt man typische spezifische Kapazitäten von $C' \approx 4.1-4.3$ $\mu\text{F}/\text{cm}^2$ zugrunde). Dies hat darüber hinaus auch den Vorteil, daß die typischen Injektorstrukturen deutlich kleiner als λ_J sind und somit der Einfluß der endlichen Injektorgröße auf die Eigenschaften des $0-\kappa$ -Kontakts gering ausfällt (vgl. Kap. 3).

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß für die Bestimmung der Eigenfrequenzabhängigkeit eines fraktionalen Vortex von Biasstrom und topologischer Ladung thermische und resonante Aktivierungsmessungen an langen künstlichen Josephson $0-\kappa$ -Kontakten mit (relativ) hohen kritischen Strömen durchgeführt werden müssen. Die Applikation von Mikrowellen über einen großen Frequenzbereich bis zu 40 GHz ist erforderlich.

Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen der thermischen sowie der resonanten Aktivierung dargelegt, der Meßaufbau beschrieben und die verwendeten Proben vorgestellt. Im Anschluß daran werden die experimentellen Ergebnisse präsentiert und diskutiert.

4.3.3 Thermische Aktivierung

Die im Folgenden vorgestellte Theorie der thermischen Aktivierung ist in einer Vielzahl von physikalischen Prozessen von großer Bedeutung, da sie ganz allgemein den durch thermische Fluktuationen stimulierten Übergang zwischen metastabilen Zuständen eines Systems beschreibt. Pionierarbeit wurde hierbei von Arrhenius [Arr89] bereits Ende des 19. und von Kramers [Kra40] Mitte des letzten Jahrhunderts geleistet, die die Grundzüge der so genannten „transition state“-Theorie (TST) erarbeiteten und die Berechnung von Übergangsraten ermöglichten. Eine aktuelle Übersicht hierzu findet sich in Ref. [HTB90].

⁴Die maximale Frequenz der verfügbaren Mikrowellenquelle beträgt 40 GHz.

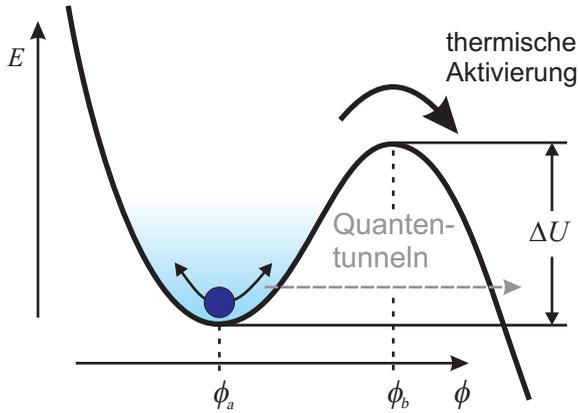


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung der thermischen Aktivierung. Thermische Fluktuationen stimulieren dabei den Übergang zwischen zwei metastabilen Zuständen, die durch eine Potentialbarriere ΔU getrennt sind.

Betrachtet man die in Abb. 4.9 skizzierte Situation eines Teilchens in einem Zustand lokaler Stabilität, so beträgt die Escaperate Γ bzw. die inverse Lebensdauer τ^{-1} nach der TST [HTB90]

$$\Gamma = \tau^{-1} = a \frac{\omega_0}{2\pi} \exp\left(-\frac{\Delta U}{k_b T}\right), \text{ mit } a = a_{TST} = 1. \quad (4.8)$$

Hierbei bezeichnet ω_0 die Kleinamplitudenfrequenz⁵ oder auch Anlauffrequenz⁶ des Teilchens, welche über $\omega_0^2 = m^{-1}U''(\phi_a)$ mit der Krümmung des Potentials im lokalen Minimum verknüpft ist. Die Höhe der zu überwindenden Potentialbarriere ist $\Delta U = U(\phi_b) - U(\phi_a)$.

Viel theoretische Aufmerksamkeit wurde dabei dem mit a bezeichneten Vorfaktor gewidmet, in dem die Dämpfung des Systems konkret Berücksichtigung findet [Kra40; BHL83; SLG88; HTB90; LGT+92; Gar95]. Es läßt sich dabei festhalten, daß die im Rahmen der TST bestimmten Escaperaten eine obere Grenze darstellen; unter Berücksichtigung der Dämpfung ist i. A. $a < 1$.

Da sich die im Experiment untersuchten Systeme durch niedrige bis mittlere Dämpfung auszeichnen, soll hier auch nur dieser Fall näher diskutiert werden: Im Falle niedriger Dämpfung (LD) liegt eine geringe Wechselwirkung des Teilchens mit seiner Umgebung vor, was in einer langen

⁵engl. small oscillation frequency

⁶engl. attempt frequency

Thermalisierungszeit resultiert. Hierdurch kann es zur Ausbildung einer Nichtgleichgewichtsverteilung (bzgl. der Temperatur) innerhalb des Potentialtopfes kommen, die sich durch eine Verarmung der Zustände nahe der Barrierenkante ($\Delta U - E \lesssim k_B T$) auszeichnet. Dies führt zu einer niedrigeren Fluchtrate, was durch den dämpfungsabhängigen Vorfaktor

$$a = a_Q = \frac{4}{(\sqrt{1 + Qk_B T/1.8\Delta U} + 1)^2} \leq 1 \quad (4.9)$$

berücksichtigt wird [BHL83]. Q bezeichnet die Güte des Systems und entspricht der inversen Dämpfung.

Aktivierung des punktförmigen Josephsonkontakts

Wie in Abschn. 1.1.2 bereits gezeigt, läßt sich die Dynamik der Josephsonphase – zumindest für einen punktförmigen Josephsonkontakt – auf die Bewegung eines virtuellen Teilchens im eindimensionalen Waschbrettpotential

$$U(\phi) = -E_J(\gamma\phi + \cos\phi) \quad (4.10)$$

entlang der generalisierten Koordinate ϕ abbilden. Hierbei ist $\gamma = I/I_c$ der normierte Biasstrom und E_J die Josephson-Kopplungsenergie (vgl. Gl. (1.6)). Für $1 > \gamma > 0$ stellt $U(\phi)$ eine Serie metastabiler Potentialmulden dar (siehe Abb. 1.2), die voneinander durch eine Barriere der Höhe

$$\begin{aligned} \Delta U &= 2E_J(\sqrt{1 - \gamma^2} - \gamma \arccos \gamma), & \gamma < 1, \\ &\simeq \frac{4\sqrt{2}E_J}{3}(1 - \gamma)^{3/2}, & 1 - \gamma \ll 1, \end{aligned} \quad (4.11)$$

getrennt sind. Dies entspricht also genau der in Abb. 4.9 dargestellten Situation. Die Anlauffrequenz ω_0 aus Gl. (4.8) ist gerade die Plasmafrequenz des Josephsonkontakts, mit

$$\omega_0^2 = \frac{2\pi I_c}{\Phi_0 C} \sqrt{1 - \gamma^2}. \quad (4.12)$$

Im klassischen Limit und unter Vernachlässigung thermischen Rauschens, also $T = 0$, ist die Lebensdauer dieser metastabilen Zustände selbst für beliebig kleine Barrierenhöhen $\Delta U > 0$ unendlich.

Im Falle thermischer Fluktuationen ($T > 0$) kann es jedoch auch schon für $\Delta U > 0$, also $I < I_c$, zu einer Aktivierung des Teilchens

aus dem spannungslosen in den resistiven Zustand kommen, wobei die Aktivierungsrate entsprechend (4.8) gegeben ist.

Bei geringer Dämpfung ist darüber hinaus ein Tunneln des Teilchens durch die Barriere möglich [CL81] (siehe Abb. 4.9). Dieser Prozeß war und ist Gegenstand vieler theoretischer und experimenteller Arbeiten [CL81; ESA84; HE84; DMC85; EDM86; MDC87; CMC88; Gar95; WLC⁺03].

Josephsonkontakte wurden hierbei relativ früh als geeignet für die Beobachtung makroskopischer Quanteneffekte⁷ identifiziert und sind heutzutage ein vielversprechender Kandidat für die Realisierung festkörperbasierter Qubits für zukünftige Quantencomputer [Fey82; DiV95; BD00; MSS01; DM04]. Jedoch gewinnen diese makroskopischen Quanteneffekte erst für sehr tiefe Temperaturen, genauer gesagt unterhalb der so genannten „crossover“-Temperatur $T^* = \hbar\omega_0/2\pi k_B \ll 4.2K$, an Bedeutung und sind für die folgenden Betrachtungen ohne Belang⁸. Für eine nähere Diskussion der MQE sei auf Kap. 5 verwiesen.

Aktivierung in langen Josephsonkontakten

Wie bereits angesprochen, läßt sich die Aktivierung der Josephsonphase nur für punktförmige Kontakte konkret angeben. Berücksichtigt man eine räumliche Variation der Phase, wie sie in langen Josephsonkontakten möglich ist, so entspricht dies nicht mehr einem einzelnen Teilchen, sondern am ehesten einer Teilchenkette bzw. einer elastischen Seite, die sich in einem, um die dritte Dimension erweiterten Waschbrettpotential bewegt. Abbildung 4.10 veranschaulicht die Situation in einem langen Josephsonkontakt. Mit zunehmender Kontaktlänge steigt dabei die Aktivierungsenergie, die nötig ist, um die Teilchenkette als Ganzes über den Potentialwall zu heben, so daß dieser Prozeß exponentiell unter-

⁷Mit Makroskopischen Quanteneffekten (MQE) seien hier ganz allgemein Prozesse umschrieben, in denen sich Vielteilchenobjekte entsprechend der quantenmechanischen Dynamik mikroskopischer Systeme verhalten, wobei die betrachteten Systemzustände *makroskopisch verschieden* sind (wie bspw. Schrödingers Katze).

⁸Unter gewissen Voraussetzungen lassen sich allerdings auch für $T > T^*$ Auswirkungen der „zweiten Quantisierung“, bspw. die Levelquantisierung innerhalb des Potentialtopfes, beobachten [RCT⁺99].

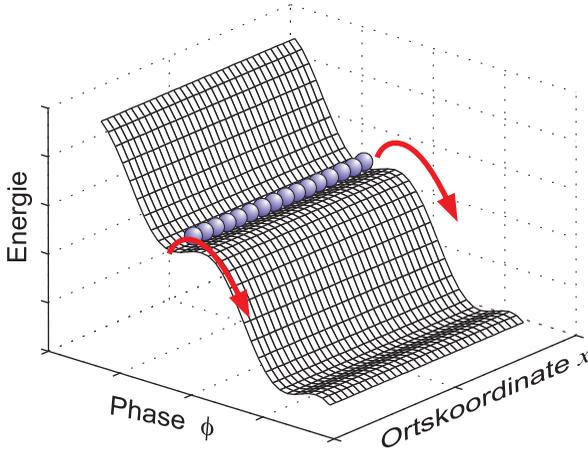


Abbildung 4.10: Aktivierung der Josephsonphase in einem langen Kontakt.

drückt wird. Jedoch vernachlässigt dieser Aktivierungsmechanismus den inneren Freiheitsgrad der Kette und berücksichtigt die Längenzunahme nur in Form eines erhöhten kritischen Stroms und damit einer vergrößerten Kopplungsenergie E_J .

Aufgrund der elastischen Kopplung der einzelnen Teilchen eröffnet sich jedoch für Kontaktlängen $L \gtrsim \lambda_J$ ein alternativer Mechanismus, der zum Umschalten des Kontakts in den resistiven Zustand führt. Dieser Prozeß entspricht der Geburt eines Vortex–Antivortex Paares, so daß die Phase erst *lokal* die Potentialbarriere überwindet und dann den Rest der Kette mitreißt, ähnlich einem Stabhochspringer, dessen Schwerpunkt zu jedem Zeitpunkt des Sprungs *unterhalb* der zu überwindenden Latte bleibt.

Da die Erzeugungsenergie eines Vortex–Antivortex-Paares konstant ist, dominiert dieser Aktivierungsprozeß für $L \gg \lambda_J$, so daß die Lebensdauer in erster Näherung *unabhängig* von der Länge des Kontakts wird. Allerdings existieren nur wenige theoretische [Hid85; SG90; SG97; Kat00; Kat01; GK06; FP06] und kaum experimentelle Arbeiten [CTC⁺96], die die thermische Aktivierung in *langen* Josephsonkontakten betrachten. In Ref. [Hid85; SG90; SG97; Kat00; Kat01] gilt dabei das Interesse ausschließlich dem Escapeprozeß durch Bildung eines Solitonpaares. Sowohl Simanjuntak *et al.* als auch Kato weisen darauf hin, daß Inhomogenitäten des Kontakts, also auch fraktionale Flußwirbel, katalytisch auf die Entstehung von Vortex–Antivortex-Paaren wirken, geben jedoch

nicht an, ab wann dieser Prozeß die „klassische“ Aktivierung dominiert. Weiterhin existieren einige Arbeiten, die sich mit der Aktivierung von Josephsonfluxonen in langen, annularen Kontakten auseinandersetzen [WLL⁺03; WKU04; GJC04; FU00; Li05], allerdings nur den gesonderten Fall betrachten, in dem das Fluxon aus einem künstlichen, durch externe Magnetfelder erzeugten Potential aktiviert wird. Tatsächlich läßt sich dieses Problem wieder auf die Dynamik eines Punktkontakts abbilden, so daß die Ausdehnung des Josephsonkontakts nur eine periphere Rolle spielt.

Somit ist für lange Kontakte, insbesondere in Gegenwart fraktionaler Flußwirbel, mit einer effektiv reduzierten Aktivierungsenergie zu rechnen, jedoch ist unbekannt, wann und in welchem Ausmaß etwaige Effekte auftreten.

Bestimmung der Escaperate

Zur Bestimmung der Lebensdauer des metastabilen Phasenzustands können grundsätzlich zwei Ansätze verfolgt werden, wobei in jedem Falle eine Präparation des Kontakts im spannungslosen Zustand ($I = 0$) erfolgt.

In der direkten Methode (siehe bspw. Ref. [KNC⁺05]) wird der Biasstrom sprunghaft auf $I < I_c$ erhöht und die Zeit bis zum Übergang in den resistiven Zustand Δt bestimmt. Aufgrund der stochastischen Natur des Schaltprozesses ist eine Mittelung über viele Messungen von Δt nötig. Da die Stromanstiegszeit deutlich kleiner als die Lebensdauer des Zustands sein sollte, ist die kürzeste noch experimentell bestimmbare Lebensdauer von der Bandbreite der Signalleitungen abhängig. Nun ist in der Regel eine starke Tiefpaßfilterung zur Minimierung externer Störsignale notwendig, so daß diese Methode lange Meßzeiten erfordert.

Alternativ läßt sich das von Fulton und Dunkelberger [FD74] vorgestellte und mittlerweile gebräuchlichste Verfahren verwenden [BCS85; DMC85; MDC87; SLG88; CLT⁺96; WLC⁺03]. Hierbei wird der kritische Strom des Kontakts bestimmt, indem der Biasstrom I , von Null beginnend, mit konstanter Rate \dot{I} solange erhöht wird, bis der Kontakt in den Spannungszustand schaltet. Durch Wiederholung dieser Messung erhält man eine I_c -Verteilung, wobei die Schaltwahrscheinlichkeitsverteilung $P(I)$

über

$$\begin{aligned}
 P(I) &= \left(\frac{dI}{dt}\right)^{-1} \Gamma(I) \exp \left[- \int_0^I P(I') dI' \right] \\
 &= \left(\frac{dI}{dt}\right)^{-1} \Gamma(I) \exp \left[- \int_0^I \left(\frac{dI}{dt}\right)^{-1} \Gamma(I') dI' \right] \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

mit der Fluchrate $\Gamma(I)$ nach Gl. (4.8) verknüpft ist [FD74]. Durch eine entsprechende Umformung von (4.13) läßt sich die gesuchte Escaperate berechnen. Somit wird die Zeitmessung der ersten Variante durch eine (einfacher zu realisierende) Strommessung ersetzt.

Um experimentell bestimmte mit theoretisch vorhergesagten Fluchraten vergleichen zu können, ist es hilfreich, die so genannte effektive Temperatur⁹ T_{esc} einzuführen, die wie folgt definiert ist:

$$\Gamma_{\text{gem}} = a \frac{\omega_0}{2\pi} \exp \left(- \frac{\Delta U}{k_B T_{\text{esc}}} \right). \quad (4.14)$$

Entsprechend der gemessenen Escaperaten Γ_{gem} läßt sich dem beobachteten Aktivierungsprozeß eine effektive Temperatur zuordnen. Für $\hbar\omega_0 \ll k_B T$ gilt dabei

$$T_{\text{esc}} = \frac{T}{1 - p_t}, \quad \text{mit } p_t = \frac{k_B T}{\Delta U} \ln a, \quad (4.15)$$

so daß die effektive Temperatur im Falle moderater Dämpfung mit der Badtemperatur, $T = T_{\text{Bad}}$, übereinstimmt. Exzessives elektronisches Rauschen, das durch die Anbindung der Probe an die Außenwelt eingebracht wird, macht sich hierbei im Allgemeinen durch eine Erhöhung von T_{esc} bemerkbar.

Somit stellt der Josephsonkontakt selbst einen empfindlichen und sehr breitbandigen Detektor für elektromagnetische Strahlung bzw. Stromrauschen dar und kann als Sensor für die lokale elektronische Umgebung der Probe eingesetzt werden.

Für experimentelle Belange ist es wichtig, die Breite der Schalthrscheinlichkeitsverteilung σ_I in Abhängigkeit von kritischem Strom I_c und kritischer Temperatur im Auge zu behalten, da sich hieraus

⁹engl. escape temperature

die nötige Stromauflösung bei der Bestimmung von I_c ergibt. Nach Ref. [FD74; JGH⁺81; Gar95] skaliert die Verteilungsbreite entsprechend $\sigma_I \propto T^{2/3}$ mit der Temperatur und $\sigma_I \propto I_c^{1/3}$ mit dem kritischen Strom des Kontakts. Letzteres bedeutet, daß $\sigma_I/I_c \propto I_c^{-2/3}$ mit steigendem I_c drastisch abnimmt.

Auswertung experimenteller Daten

Zur Bestimmung der Fluchraten $\Gamma(I)$, des fluktuationsfreien kritischen Stroms I_{c0} und der effektiven Temperatur T_{esc} wird eine Serie von kritischen Strömen $\{I_c\}$ gemessen – typischerweise $N = 10^3 \dots 10^4$ Schaltereignisse. Aus dem Histogramm der Meßwerte $[I_i; H_i]$ (Unterteilung in M Intervallklassen I_i mit den Häufigkeiten H_i) berechnet sich die Fluchrate Γ_i nach

$$\Gamma_i = \frac{\dot{I}}{\Delta I} \ln \left(\frac{\sum_{n=i}^M H_n}{\sum_{n=i+1}^M H_n} \right), \quad (4.16)$$

wobei ΔI die Intervallgröße und M die Anzahl der verwendeten Stromintervalle angibt. Nach Gl. (4.11), (1.12) und (4.8) folgt

$$\left(\ln \frac{2\pi\Gamma_i}{a\omega_0(I_i)} \right)^{2/3} = \left(\frac{E_J}{k_B T_{\text{esc}}} \frac{4\sqrt{2}}{3} \right)^{2/3} \frac{1}{I_{c0}} (I_{c0} - I_i). \quad (4.17)$$

Gleichung (4.17) ist dabei linear in I , so daß durch lineare Kurvenregression, unter der Berücksichtigung der statistischen Gewichte von Γ_i , I_{c0} und T_{esc} bestimmt werden können. Jedoch hängt die linke Seite von (4.17) über ω_0 vom zu bestimmenden fluktuationsfreien kritischen Strom ab, so daß ein iteratives Verfahren verwendet wird.

Im ersten Schritt wird I_{c0} durch den größten gemessenen kritischen Strom I_{max} approximiert und die Plasmafrequenz ω_0 dementsprechend berechnet. Der aus dem Fit gewonnene, neue Wert für I_{c0} dient nun für die Berechnung von ω_0 des nächsten Iterationsschrittes. Da Gl. (4.17) nur logarithmisch von ω_0 abhängt, konvergiert das Verfahren in wenigen Schritten gegen die gesuchte Lösung [WLC⁺03].

4.3.4 Resonante Aktivierung

Betrachten wir nochmals die in Abb. 4.11 illustrierte Situation eines Teilchens in einem metastabilen Zustand, wobei diesmal der zu über-

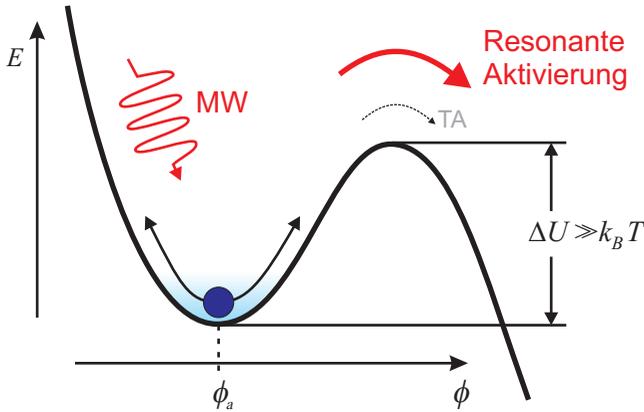


Abbildung 4.11: Schematische Darstellung der resonanten Aktivierung aus einem metastabilen Zustand.

windende Potentialwall so hoch sein soll, daß die Wahrscheinlichkeit für eine thermische Aktivierung verschwindend gering ist. Das Teilchen führt dabei kleine Oszillationen am Boden der Mulde mit einer durch die Krümmung des Potentials bestimmten, charakteristischen Frequenz aus. Regt man nun das Teilchen durch eine oszillierende Kraft mit dieser charakteristischen Frequenz an, so wird dieses immer heftigere Schwingungen ausführen und eventuell den Potentialwall überwinden. Im Bild des Josephsonkontakts entspricht dies dem Übergang aus dem spannungslosen in den resistiven Zustand bei einem Biasstrom, der deutlich kleiner als der durch thermische Fluktuationen bestimmte kritische Strom ist.

Im Folgenden richtet sich also das Interesse auf die Mikrowelleneigenschaften von Josephsonkontakten und speziell auf die Dynamik der Josephsonphase in unterdämpften Systemen bei Wechselwirkung mit AC-Strömen, deren Frequenzen $\omega_{\text{ex}} \leq \omega_0$ unterhalb der Plasmafrequenz liegen.

Wie jedoch bereits angesprochen, existieren für die resonante Wechselwirkung von Mikrowellen mit fraktionalem Vortizes weder analytische Vorhersagen noch konkrete numerische Simulationen. Daher wird im Folgenden die resonante Aktivierung am vereinfachten Modell des punktförmigen Kontakts analysiert, was ein qualitatives Verständnis der ablaufenden Prozesse erlaubt. Darüber hinaus werden die Ergebnisse bisheriger Arbeiten zur Anregung von Plasmaoszillationen in kurzen und

langen Kontakten herangezogen, um hierdurch eine grobe Abschätzung für den Fall ausgedehnter 0 - κ -Josephsonkontakte zu erhalten.

Bereits Ende der 60er Jahre beobachteten Dahm *et al.* [DDF⁺68] bei der Exposition eines Josephsonkontakts mit Mikrowellen der Frequenz $\omega_{\text{ex}} = \omega_0$ und $2\omega_{\text{ex}} = \omega_0$ eine effektive Anregung von Plasmaoszillationen (die Anregung höherer Harmonischer ist dabei durch die nichtlineare Natur des Josephsonoszillators möglich). Bak *et al.* [BKPS75] konnten daraufhin zeigen, daß sich diese resonante Wechselwirkung auch in einer reduzierten Stabilität des spannungslosen Zustands äußert. Hierzu maßen sie bei konstanter Mikrowellenfrequenz ω_{ex} die für einen bestimmten Biasstrom γ nötige Mikrowellenleistung, um den Josephsonkontakt in den resistiven Zustand zu schalten. Hierbei zeigte sich für $\omega_{\text{ex}} = \omega_0(\gamma)$, wenn also die externe Frequenz mit der Plasmafrequenz des gebiasteten Kontakts übereinstimmt, ein scharfer Leistungseinbruch. Mißt man für diese spezielle Leistung und Frequenz der Mikrowellen den kritischen Strom, so zeigt sich ein bistabiles Verhalten: Der Kontakt schaltet mit hoher Wahrscheinlichkeit entweder an der Resonanz mit $\omega_{\text{ex}} = \omega_0(\gamma_c)$ oder nahe des kritischen Stromes ohne Mikrowellenbestrahlung.

Devoret *et al.* [DMEC84] führten diese Untersuchungen weiter und beobachteten in ihren Messungen und numerischen Simulationen, daß die Frequenz der stärksten resonanten Wechselwirkung, in diesem Falle quantifiziert durch die Reduktion der Lebensdauer des spannungslosen Zustands durch Mikrowellen, geringfügig *kleiner* als die entsprechende Plasmafrequenz ist und die Güte der Resonanz Q im allgemeinen geringer ausfällt, als man sie für die Kontaktparameter erwarten würde. Die Verschiebung der Resonanzfrequenz ist dabei ein wohlbekanntes Phänomen nichtlinearer Oszillatoren [Lik86] und wird im Verlauf dieses Abschnittes noch näher diskutiert. Das Problem der reduzierten Oszillatortorgüte wurde in den folgenden Jahren intensiv untersucht, insbesondere da sich zeigte, daß dissipative Prozesse einen großen Einfluß auf die Tunnelwahrscheinlichkeit der Josephsonphase im Quantenregime ($T \ll T^*$) haben [CL81; JGH⁺81; DMC85; EDM86; DEM⁺87; TEU⁺89] und damit ultimativ die Kohärenzzeiten in Qubits auf Basis von Josephsonkontakten determinieren. Tatsächlich muß für eine korrekte Bestimmung von Q die Resistanz von Probe *und* Zuleitungen berücksichtigt und an der Plasmafrequenz evaluiert werden. Üblicherweise ist der Wirkwider-

stand für $\omega \sim \omega_0$ deutlich kleiner als der Subgap-Widerstand [KNC⁺05]. Im Folgenden etablierte sich die spektroskopische Untersuchung von Josephsonkontakten als praktisches Hilfsmittel zur Bestimmung diverser Probenparameter [DMEC84; BLT⁺06; SCJ⁺06], speziell von ω_0 und Q . Darüber hinaus versuchte man durch Nachweis von Mehrphotonenanregungen $n\omega_{\text{ex}} = \omega_{0 \rightarrow 1}(\gamma)$ von Übergängen zwischen einzelnen Niveaus des Waschbrettpotentials, das „Ausfrieren“ der Josephsonphase im Grundzustand des Potentialtopfes zeigen zu können. Dies ist, neben einer Sättigung der Escaperate für $T \ll T^*$, ein Indikator für den Übergang ins Quantenregime. Allerdings offenbart bereits der klassische Josephsonkontakt die Möglichkeit der subharmonischen parametrischen Verstärkung [BKPS75; GJCC⁺04], so daß eine Unterscheidung zwischen klassischem und Quantenregime nicht wirklich möglich ist.

Aufgrund der bereits erwähnten nichtlinearen Natur des Josephsonoszillators kommt es zu einer Verschiebung der Mikrowellenresonanz $\omega_{\text{ex}} = \omega_r \lesssim \omega_0(\gamma)$, die umso markanter ausfällt, je größer die Amplitude des AC-Stroms ist. Um somit eine quantitative Bestimmung der Plasmafrequenz durchführen zu können, muß die Nichtlinearität berücksichtigt werden.

Die von Devoret *et al.* [DMEC84; LO86; DEM⁺87] vorgestellte Spektroskopiemethode erlaubt dabei eine Bestimmung von ω_0 , wenn es möglich ist, die Lebensdauerreduktion des metastabilen Zustands bei *konstantem* Biasstrom und Mikrowellenleistung in Abhängigkeit von der Mikrowellenfrequenz zu messen. Das heißt, die externe Frequenz wird durch die gesuchte Plasmafrequenz geschoben und die resonante Antwort bestimmt. Da jedoch die Einkoppelung der Mikrowellenströme im Allgemeinen stark frequenzabhängig und darüber hinaus schwer zu messen ist, erfordert diese Methode ein sehr sorgfältiges Design von Probe und Zuleitungsimpedanz. Alternativ kann man versuchen, nur in einem sehr engen Frequenzfenster zu messen.

Eine weitaus einfacher zu realisierende Methode basiert auf einer Analyse der I_c -Verteilung. Hierzu wird das bereits von Bak *et al.* [BKPS75] beobachtete, tendenziell bistabile Schaltverhalten des Josephsonkontakts unter Mikrowellenbestrahlung konstanter Mikrowellenfrequenz *und* -leistung genutzt [WDLU03; WLL⁺03; GJCC⁺04]. Statt die Mikrowellenfrequenz durch die konstante Plasmafrequenz zu scannen, wird die

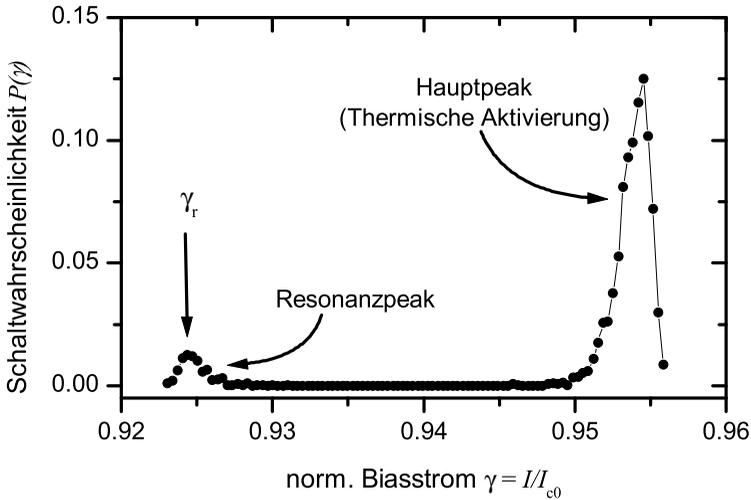


Abbildung 4.12: Gemessene Schaltwahrscheinlichkeit eines Josephsonkontakts unter Mikrowellenbestrahlung mit passend gewählter Leistung und Frequenz. γ_r bezeichnet die mittlere Position des Resonanzpeaks.

externe Frequenz fixiert und die Plasmafrequenz durch gleichmäßige Erhöhung des Biasstroms kontinuierlich variiert. Durch schrittweise Vergrößerung der Mikrowellenleistung lassen sich dabei das Einsetzen der resonanten Aktivierung und der entsprechende kritische Strom γ_r genau bestimmen.

Abbildung 4.12 illustriert den bistabilen Charakter des kritischen Stroms bei passend gewählter Mikrowellenleistung, der sich in einer Doppelpeakstruktur der Schaltwahrscheinlichkeit manifestiert. Die konkrete Form des Resonanzpeaks soll dabei im Weiteren nicht näher berücksichtigt, sondern lediglich die mittlere Peakposition γ_r betrachtet werden. Die Abhängigkeit dieses, mit der resonanten Anregung von Plasmaoszillationen assoziierten, kritischen Stroms γ_r von Biasstrom, Plasmafrequenz und externer Frequenz soll nun im Folgenden anhand von zwei Modellen analysiert werden.

Stabilitätsanalyse des physikalischen Pendels

Für eine qualitative Analyse der Abhängigkeit des kritischen Stroms von der eingestrahlen Mikrowellenleistung läßt sich nach Fistul *et al.* [FU00]

das getriebene physikalische Pendel aus Abschn. 1.1.2 betrachten, dessen Dynamik durch

$$\ddot{\phi} + \alpha \dot{\phi} + \sin \phi = \gamma + \eta \sin \omega t \quad (4.18)$$

beschrieben werden kann. Hierbei bezeichnet ϕ den Auslenkwinkel und $\alpha^2 = \Gamma^2/gm^2l^3$ die Dämpfung. $\gamma = M_0/mgl$ ist ein (quasi)statisches externes Drehmoment (DF), während η die Amplitude eines überlagerten, schnell oszillierenden Antriebs (AF) mit Frequenz ω beschreibt. Die Zeit ist auf die inverse charakteristische Frequenz, $\omega_0 = \sqrt{g/l}$, normiert.

Nach Ref. [FU00] läßt sich die Lösung von Gl. (4.18) als Summe aus zwei Termen darstellen: Einem schnell oszillierenden Term $\xi(t)$ und einem langsam variierenden, quasistationären Term für die Gleichgewichtslage des Pendels, ϕ_0 , wobei letzterer näherungsweise durch die transzendente Gleichung

$$\gamma(\phi_0) = \sin \phi_0 \left[1 - \frac{\eta^2/2}{(\omega^2 - \cos \phi_0)^2 + \alpha^2 \omega^2} \right] \quad (4.19)$$

bestimmt ist.

Es zeigt sich, daß für $\eta = 0$, also in Abwesenheit von AF, das Pendel genau einen stabilen (Librations-)Zustand besitzt und der Übergang in den rotierenden Zustand bei $\gamma = \gamma_c = 1$ auftritt. In Anwesenheit von AF hingegen kann es für $\alpha \ll 1$ und geeignete η und $\omega \lesssim 1$ zur Ausbildung von *zwei* stabilen Librationszuständen in der DF-Region $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$ kommen. Abb. 4.13 zeigt die Abhängigkeit von $\gamma(\phi_0)$ für verschiedene AF-Amplituden und das Auftreten des zweiten, stabilen Librationszustands.

Im Falle $\alpha \ll \omega \ll 1$ läßt sich die Schwellamplitude η_{th} für das Auftreten zweier Librationszustände analytisch zu

$$\eta_{th} = 4\omega^2 3^{-3/4} \sqrt{\alpha^3 \omega} \quad (4.20)$$

angeben.

Was passiert nun, wenn für $\eta > \eta_{th}$ die DF-Amplitude γ_2 überschreitet? Die zwei möglichen Szenarien sind das Umschalten zwischen den beiden Librationszuständen oder der direkte Übergang in den Rotationszustand des Pendels. Mittels einer Stabilitätsanalyse [FU00] läßt sich zeigen, daß für

$$\eta > \eta_c \simeq \omega^3 \alpha \gg \eta_{th} \quad (4.21)$$

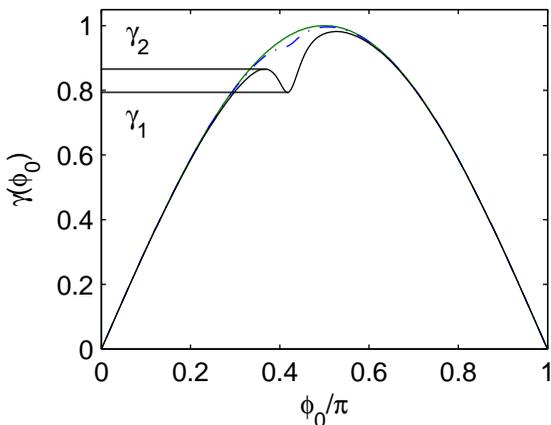


Abbildung 4.13: $\gamma(\phi_0)$ in Abhängigkeit vom mittleren Auslenkwinkel ϕ_0 nach Gl. (4.19) für die AF-Amplituden $\eta = 0$ (grüne Linie), $\eta < \eta_{th}$ (Strichpunktlinie) und $\eta > \eta_{th}$ (schwarze Linie). $\alpha = 0.2$.

und $\omega \ll 1$ ein direkter Übergang vom neuen Librationszustand (mit $\gamma_c = \gamma_2$) in den rotierenden Zustand, für $\eta < \eta_c$ jedoch nur ein Umschalten in den zweiten Librationszustand zu erwarten ist. Demzufolge ergeben sich, je nach AF-Amplitude, unterschiedliche kritische DF-Amplituden für den Übergang in den rotierenden Zustand:

$$\gamma_c(\eta) \simeq \begin{cases} \gamma_c(0), & \eta < \eta_c, \\ \gamma_2(\eta), & \eta > \eta_c. \end{cases} \quad (4.22)$$

Das auffälligste Merkmal der $\gamma_c(\eta)$ -Kurve, in Abb. 4.14 exemplarisch für zwei AF-Frequenzen und Dämpfungen dargestellt, ist ein vertikaler Sprung, der sich bei $\eta = \eta_c$ ausbildet. Sowohl die Sprunghöhe $\Delta\gamma$ als auch die kritische AF-Amplitude η_c nehmen mit steigendem ω und α zu. In Abb. 4.15 ist nun die kritische DF-Amplitude, $\gamma_c(\eta_c) = \gamma_2\eta_c$, für verschiedene AF-Frequenzen dargestellt. Offensichtlich reduziert sich dabei $\gamma_c(\eta_c)$, von $\gamma_c(\omega = 0) = 1$ ausgehend, mit zunehmender Antriebsfrequenz bis für $\omega \approx 1$ auch kleinste DF-Amplituden bereits ausreichen, um das Pendel in den rotierenden Zustand umschalten zu lassen. Wie sich zeigt, nähern sich dabei die Kurven für $\alpha \rightarrow 0$ immer mehr der bekannten DF-Amplitudenabhängigkeit der charakteristischen Frequenz $\omega_0(\gamma) = \sqrt[4]{1 - \gamma^2}$ an, die als Referenzkurve ebenfalls in Abb. 4.15 dargestellt ist.

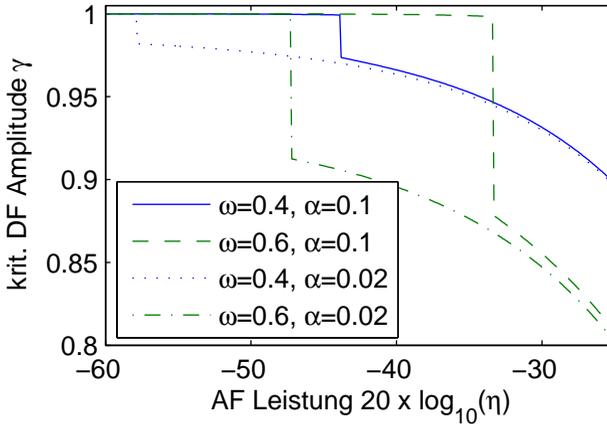


Abbildung 4.14: $\gamma_c(\eta)$ Abhängigkeit für zwei AF-Frequenzen ω und zwei Dämpfungsparameter α entsprechend Bedingung (4.22).

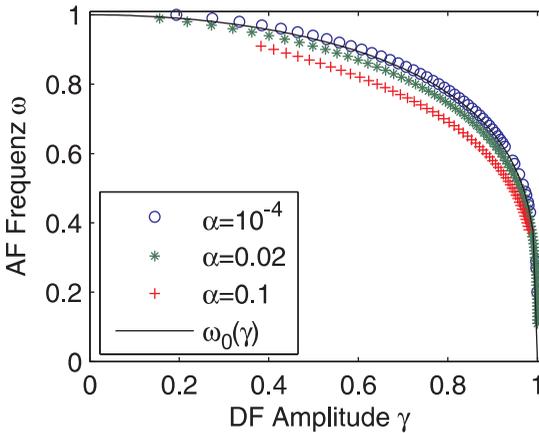


Abbildung 4.15: Kritische DF-Amplitude $\gamma_c(\eta_c, \omega)$ in Abhängigkeit von der AF-Frequenz ω für verschiedene Dämpfungen α . Die AF-Amplitude ist entsprechend Gl. (4.21) gewählt. Ebenfalls dargestellt ist die Abhängigkeit der charakteristischen Frequenz von der DF-Amplitude.

Überträgt man diese, im klassischen und rauschfreien Limit erzielten Ergebnisse auf die Schaltstatistikexperimente an kurzen Josephsonkontakten unter Mikrowellenbestrahlung, so entspricht γ_c näherungsweise

dem mittleren kritischen Strom $\langle I_c \rangle$ der gemessenen Verteilung. Der I_c - resp. γ_c -Sprung, der mit der Ausbildung eines Resonanzpeaks im I_c -Histogramm identifiziert werden kann, entspricht dabei für niedrige Dämpfungen gerade dem Übergang von $\gamma_c \approx 1$ nach $\gamma_c(\eta_c) \approx \sqrt{1 - \omega^4}$, also der zur Resonanzbedingung $\omega = \omega_0(\gamma)$ korrespondierenden DF-Amplitude resp. Biasstrom.

Anhand der präsentierten Kurven wird deutlich, daß der Fehler bei der Bestimmung von ω_0 aus $\gamma_c(\eta_c, \omega)$ bei moderaten und niedrigen Dämpfungen wenige Prozent beträgt. Es sei an dieser Stelle nochmals angemerkt, daß das betrachtete Modell deterministisch ist und thermische Fluktuationen vernachlässigt. Jedoch bietet es bereits auf diesem Niveau einen Einblick in die Prozesse der resonanten Wechselwirkung zwischen Josephsonkontakten und Mikrowellenstrahlung.

Analyse des anharmonischen Oszillators

Nach Ref. [Lik86] läßt sich die Frage nach dem Einfluß eines externen Mikrowellensignals der Frequenz ω auf die nichtlineare Plasmaresonanz wie folgt angehen. Betrachtet wird der Fall geringer Dämpfung. Für relativ kleine Signalamplituden kann man nach Lösungen der Form

$$\phi = \Theta + a \sin \Theta_\omega, \quad \dot{\Theta} = \omega_J = \frac{2e}{\hbar} \bar{V}, \quad \dot{\Theta}_\omega = \omega, \quad (4.23)$$

mit der reellen Phasenamplitude $a = |\phi_\omega|$ suchen. Da die betrachteten externen Frequenzen nahe der Plasmafrequenz liegen, $\omega \approx \omega_0$, kann die Methode der „harmonischen Balance“ angewendet werden, um die Amplitude a zu finden. Hierzu substituiert man den Ansatz (4.23) in die (normierte) Sinus-Gordon-Gleichung

$$\ddot{\phi} + \alpha \dot{\phi} + \sin \phi = \bar{\gamma} + \gamma_\omega \sin \omega t \quad (4.24)$$

und betrachtet die Amplituden der $\sin \omega t$ - und $\cos \omega t$ - Terme [Lik86]. Dieser Ansatz ist gerechtfertigt, solange die Terme anderer Frequenzen noch verhältnismäßig klein sind ($a \ll 1$). Hieraus ergibt sich für die nullte Stromstufe ($\bar{V} = 0$, $\Theta = \text{const.}$):

$$\gamma_\omega = a \left\{ \left[\frac{2J_1(a) \cos \Theta}{a} - \omega^2 \right]^2 + \alpha^2 \omega^2 \right\}^{1/2}, \quad (4.25)$$

$$\bar{\gamma} = J_0(a) \sin \Theta, \text{ falls } a \ll 1. \quad (4.26)$$

Dies bedeutet, daß sich der Josephsonkontakt wie ein Oszillator mit amplitudenabhängiger charakteristischer Frequenz $\omega_p(a, \bar{\gamma})$ verhält:

$$\omega_p^2(a, \bar{\gamma}) = \frac{2J_1(a)}{a} \cos \Theta = \frac{2J_1(a)}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{\gamma}}{J_0(a)} \right)^2}. \quad (4.27)$$

Nach Grønbech-Jensen *et al.* [GJC04] läßt sich nun die Verschiebung der Resonanz von der eigentlichen Plasmafrequenz wie folgt abschätzen. Gesucht ist die Phasenamplitude a , die nötig ist, um den Kontakt bei gegebenem Biasstrom in den resistiven Zustand zu schalten. Diese entspricht, so indizieren es die Simulationsergebnisse von Grønbech-Jensen *et al.*, ungefähr dem halben Abstand [GJC04; Gro] des Teilchens vom Minimum zum Sattelpunkt des Potentials:

$$a \lesssim \frac{\pi}{2} - \Theta = \frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{\bar{\gamma}}{J_0(a)} \right), \quad (4.28)$$

was zu der Abschätzung

$$J_0(a) \cos a \approx \bar{\gamma} \quad (4.29)$$

führt. Entwickelt man die linke Seite von Gl. (4.29) bis zur 2. Ordnung in a , so erhält man

$$a_c \approx \sqrt{\frac{4}{3}(1 - \bar{\gamma})}. \quad (4.30)$$

Setzt man nun diesen Wert für die nötige Phasenamplitude in Gl. (4.27) ein, so läßt sich die Position der verschobenen Resonanz in Abhängigkeit vom Biasstrom berechnen, wie sie in Abb. 4.16 dargestellt ist. Demzufolge resultiert aus der Verschiebung der Resonanzfrequenz eine Resonanzkurve $\omega_p(\gamma)$, die für $\gamma \rightarrow 0$ einen ca. 10% kleineren Wert für die Plasmafrequenz ω_0 suggeriert.

Es sei allerdings angemerkt, daß diese „scheinbare“ Verringerung der Plasmafrequenz umso größer ausfällt, je konservativer man die nötige Phasenamplitude a für eine 50% Schaltwahrscheinlichkeit des Kontakts ansetzt. Fordert man bspw., daß a nicht dem halben, sondern dem ganzen Abstand zwischen Potentialminimum und Sattelpunkt entspricht, so fällt die Verschiebung von $\omega_p(\gamma \rightarrow 0)$ deutlich größer aus.

Die Simulationsergebnisse von Grønbech-Jensen *et al.* zeigen jedoch, daß der Ansatz (4.30) eine gute Approximation für $\omega_p(\gamma)$ liefert, jedoch temperatur- und dämpfungsabhängig ist [Gro].

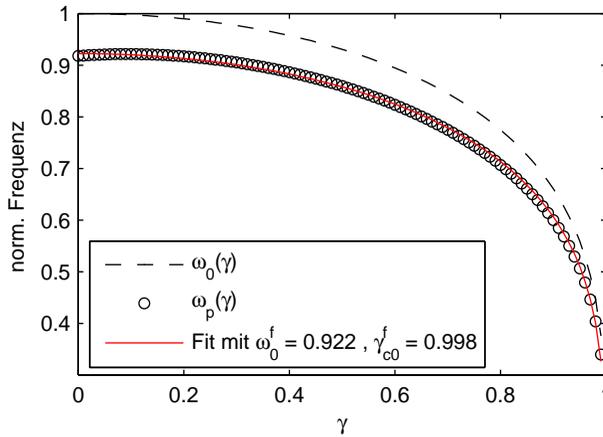


Abbildung 4.16: Verlauf der Resonanzkurve $\omega_p(\gamma)$ unter Berücksichtigung der nichtlinearen Natur des Josephsonoszillators. Ebenfalls dargestellt ist die Abhängigkeit der Plasmafrequenz vom Biasstrom $\omega_0(\gamma)$ sowie ein Fit der Plasmafrequenzabhängigkeit an die Resonanzkurve.

Um diesen Punkt noch einmal deutlich hervorzuheben: In diesem Modell ist a ein freier Fitparameter, der auf unabhängigen Wege, z.B. aus dem Vergleich mit numerischen Simulationen und experimentellen Daten gewonnen werden muß.

Vergleicht man die Ergebnisse der beiden vorgestellten Modelle, so zeigen beide eine Abweichung der Resonanzkurve vom Verlauf der Plasmafrequenz, die unberücksichtigt zu einem um ca. 10% kleineren Wert für die gefittete Plasmafrequenz $\omega_0(\gamma = 0)$ führt. Allerdings reduziert sich dieser Fehler nach dem ersten Modell mit abnehmender Dämpfung, während er im zweiten Modell auch im ungedämpften System auftritt. Dieser Widerspruch läßt sich an dieser Stelle nicht befriedigend aufklären bzw. lösen, sondern illustriert nochmals die Schwierigkeit, anhand stark vereinfachter Modelle quantitative Aussagen machen zu können.

Resonante Aktivierung in langen Josephsonkontakten

Auch wenn sich die bisher diskutierte Plasmaresonanz in punktförmigen Kontakten nur näherungsweise auf die eigentlich gesuchte Eigenmode fraktionaler Vortizes übertragen läßt, so gibt es diverse Argumente, die die qualitative Ähnlichkeit der Resonanzprozesse unterstreichen.

Zum einen entspricht die Plasmaresonanz der Eigenfrequenz des ($\kappa = 0$)-Vortex und stellt somit einen Extremfall des betrachteten Problems dar. Referenz [GSK⁺05] zeigt weiterhin, daß die (lokalisierte) oszillatorische Eigenmode fraktionaler Flußwirbel für $\kappa \rightarrow 0$ *kontinuierlich* in die Plasamode ($k = 0$) des Kontakts ohne Vortex übergeht. Es findet also keine sprunghafte Systemänderung statt, die einen qualitativen Verhaltensunterschied erwarten läßt.

Weiterhin zeigen spektroskopische Untersuchungen an gepinnten Fluxonen ($\kappa = 2\pi$) in langen annularen Kontakten, daß sich die Dynamik des Systems trotz der komplexen inneren Phasenstruktur hervorragend im Bild des punktförmigen Josephsonkontakts verstehen läßt [FU00; GJC04]. Das heißt, die komplexe Wechselwirkung externer Mikrowellenstrahlung mit einem ortsgebundenen magnetischen Fluß (Fluxon) folgte der Dynamik des einfachen RCSJ-Modells. Die endliche Ausdehnung von Kontakt und Fluxon spielte hingegen nur eine untergeordnete Rolle.

All diese Teilaspekte führen somit zu der begründeten Vermutung, daß sich auch die Eigenmode eines fraktionalen Vortex mittels der Resonanzspektroskopie detektieren lassen sollte. Da die vorgestellten Modelle eine systematische Abweichung der Resonanz- von der Eigenfrequenz im Bereich einiger Prozent erwarten lassen, wurde auf eine genaue Bestimmung der Resonanzposition (d.h. genauer als die Breite des Resonanzpeaks) verzichtet und stattdessen der Mittelwert bzw. Median des Resonanzpeaks betrachtet.

4.3.5 Meßaufbau

Der verwendete Meßaufbau orientiert sich stark an Ref. [WLC⁺03] und ist schematisch in Abb. 4.17 dargestellt. Abbildung 4.18 zeigt eine photographische Aufnahme des Probenhalters. Die Probe ist hierbei direkt auf den Boden einer ca. $2 \times 2 \times 1$ cm großen, HF-dichten Kupferbox geklebt¹⁰, um eine gute thermische Ankopplung zu gewährleisten. Die elektrische Kontaktierung erfolgt über $\varnothing 25 \mu\text{m}$ Aluminium-Bond- und verdrehte $\varnothing 100 \mu\text{m}$ Cu-Drähte. Darüber hinaus ist in die Kupferbox eine Hochfrequenzantenne mit Silberleitpaste eingeklebt, die aus dem abisolierten Ende eines Koaxialkabels (semi-rigid) besteht und sich etwa 5 mm über der Probe befindet. Dies gewährleistet eine rein kapazitive

¹⁰Kleber: G-Var; elektrisch isolierend, thermisch leitend, tieftemperatur geeignet.

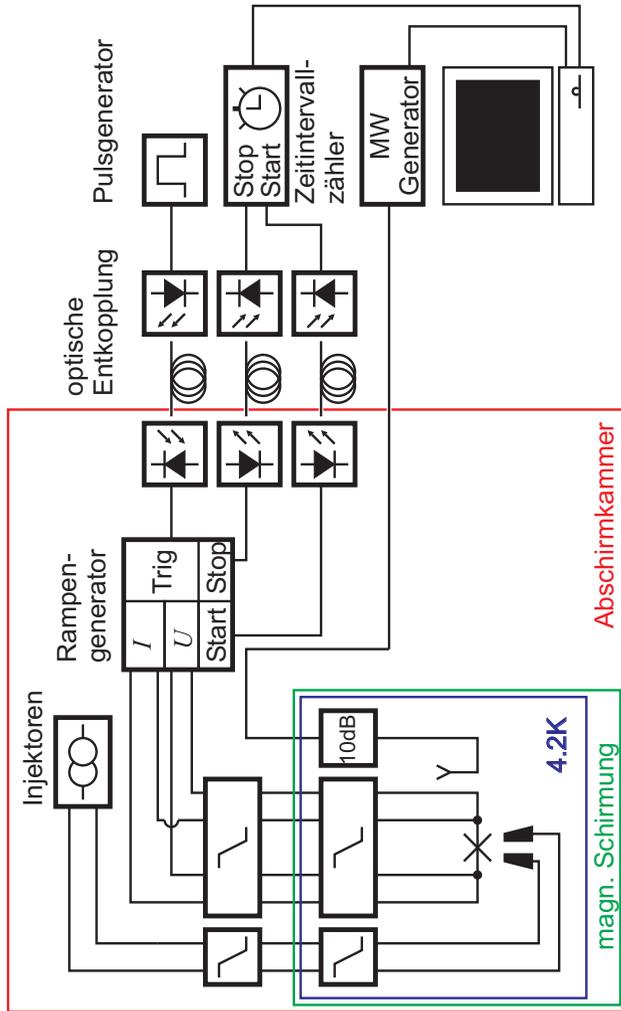


Abbildung 4.17: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus und Signalverlaufs.

Einkopplung des Mikrowellenstroms in die Kontaktzuleitungen. Die Kupferbox wird von einem zweiten Kupferzylinder, dem äußeren HF-Schild, umschlossen, in dessen Deckel LC-Durchführungsfilter mit einer Abschneidefrequenz von ca. 5 MHz (bei 4.2K) montiert sind und für eine HF-Filterung der Zuleitungen sorgen. Zusätzliche, kalte RC-Filter



Abbildung 4.18: Probenhalter zur Messung der Verteilung des kritischen Stroms von Josephsonkontakten.

mit $f_c \approx 30 \text{ kHz}$ übernehmen die NF-Filterung der Signalleitungen. Aufgrund der speziellen experimentellen Anforderung, daß relativ große DC-Ströme durch die Zuleitungen fließen müssen, wurde versucht, den RC-Filter mit möglichst niedrigem Widerstand und dafür hoher Kapazität zu realisieren. Hierdurch minimieren sich Heizeffekte. Beide Filter sind auf Heliumtemperatur abgekühlt, um ihr eigenes thermisches Rauschen zu minimieren.

Die Strom- und Spannungszuführungen werden mittels verdrehter Kupfer- resp. Manganindrähte zu einer Anschlußbuchse am Kopf des Probenstabes und von dort in einem gemeinsamen, geschirmten Kabel zur Signalverteilerbox geführt, wo die Signale nochmals mittels eines Sub-D π -Filters¹¹ ($f_c \approx 1 \text{ MHz}$) bandbreitenbegrenzt werden.

In Abb. 4.19 ist der Signalweg innerhalb des Probenstabes mit den verwendeten Filterparametern dargestellt. Die ausbalancierte, differentielle Applikation des Biasstroms und Detektion der Kontaktspannung wurde

¹¹Fa. Spectrum Control GmbH

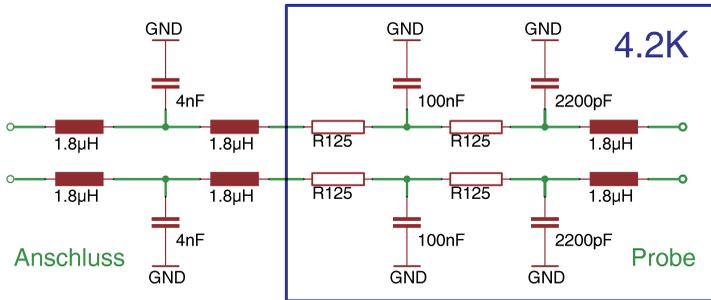


Abbildung 4.19: Schematische Darstellung des elektrischen Signalweges (für alle Zuleitungen identisch) sowie die verwendeten Filterparameter.

gewählt, um eine hohe Gleichtaktunterdrückung auch bei höheren Frequenzen zu gewährleisten [MC93].

Die Thermalisierung des Mikrowellenkabels erfolgt in erster Linie über ein 10 dB Dämpfungsglied¹², das über eine Kupferhalterung thermisch an das Heliumbad gekoppelt ist. Ein Cryopermschild, das den gesamten Probenraum umschließt, sorgt für die Abschirmung des Erdmagnetfelds. Der Probenstab ist in einen ⁴He Badkryostaten eingebracht, der sich innerhalb einer elektromagnetischen Abschirmkammer ($f_{max} \approx 20$ GHz) und einer 2-fach μ -Metallabschirmung befindet.

Die Messung des kritischen Stroms, d.h. die Generierung der erforderlichen Stromrampe sowie die Detektierung des Spannungssignals des Josephsonkontakts, erfolgt mittels eines speziell für diese Aufgabe am Lehrstuhl entwickelten Stromrampengenerators [Bre06]. Durch die integrierte Bauweise vereinfacht sich die Signalführung erheblich und die Einkopplung externer Störsignale wird minimiert. Der kritische Strom wird hierbei nicht direkt gemessen, sondern die Zeit bestimmt, die bei bekannter Stromanstiegsgeschwindigkeit zwischen dem Start der Stromrampe und dem Schalten des Kontakts vergeht, also $I_c = \dot{I} \Delta t$. Der Vorteil der Zeitmessung ist dabei eine vom Absolutwert des kritischen Stroms *unabhängige* Meßauflösung. Abbildung 4.20 zeigt eine schematische Darstellung der Funktionsweise des Generators.

Ein externer Triggerpuls startet die Stromrampe, die mit einem kleinen negativen Offsetstrom beginnt. Beim Nulldurchgang des Biasstroms wird der eigentliche Starttrigger generiert, der die Zeitmessung startet. Durch

¹²Fa. INMET Corp., via TACTRON Elektronik – wird nicht supraleitend!

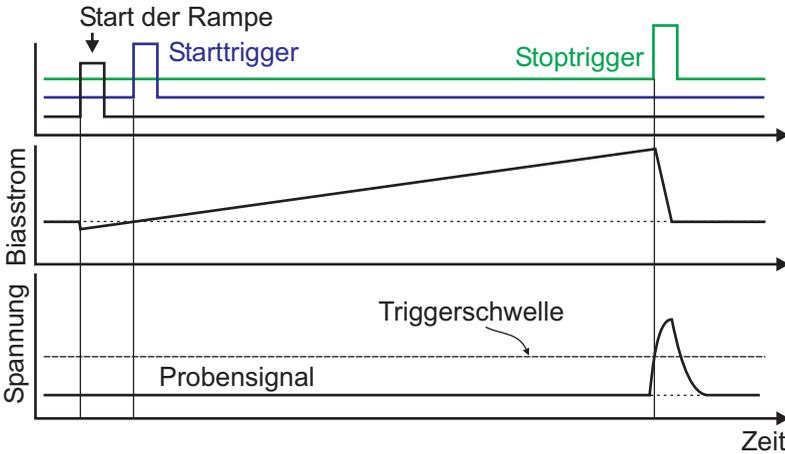


Abbildung 4.20: Schematische Darstellung der Arbeitsweise des Rampengenerators: Zeitlicher Signalverlauf der Triggerpulse (oben), Ausgangsstrom des Generators (mitte) und detektiertes Spannungssignal des Josephsonkontakts (unten).

Verwendung eines Stromoffsets werden die unvermeidbaren Signalverzerrungen (endliche Signalanstiegszeiten durch Bandbreitenbegrenzung der Übertragungsstrecke) in ein Zeitfenster *vor* der eigentlichen Messung verlagert und hierdurch eine deutlich bessere Rampenlinearität und damit Meßgenauigkeit erreicht. Das Spannungssignal des Josephsonkontakts wird mittels eines Instrumentenverstärkers detektiert und löst bei Überschreitung eines Schwellwertes den Stoptrigger der Zeitmessung aus. Dieser setzt gleichzeitig die Rampe auf Null zurück, so daß eine neue Messung gestartet werden kann. Rampengeschwindigkeit und maximaler Ausgangsstrom können an die experimentellen Gegebenheiten angepaßt werden.

Zur galvanischen Entkopplung der Meßelektronik von der Außenwelt werden alle Triggersignale in optische Pulse¹³ übersetzt und über Glasfasern durch die Abschirmkammerwand geführt.

Außerhalb der Kammer befinden sich ein Funktionsgenerator zur Erzeugung der Meßpulsfolge (Starttrigger für Rampengenerator) sowie der Zeitintervallzähler¹⁴ SR620 zur Bestimmung des zeitintervallkodierte kritischen Stroms und ein Meßcomputer zur Steuerung des Experiments.

¹³Agilent fiber optic components, HFBR-24xx Serie

¹⁴Fa. Stanford Research Systems

Mittels eines LabViewTMProgramms werden die Meßdaten des SR620 ausgelesen und gespeichert.

Zur Erzeugung der Mikrowellensignale bis 40 GHz wurde der Mikrowellengenerator¹⁵ SMR 40 verwendet. Dieser kann ebenfalls über das LabViewTMProgramm gesteuert werden.

Die Stromversorgung der Probeninjektoren erfolgt über batteriebetriebene, spannungssteuerbare Stromquellen, die speziell für Transportmessungen bei tiefen Temperaturen entwickelt wurden und sich ebenfalls in der Abschirmkammer befanden.

4.3.6 Proben

Für die experimentellen Untersuchungen wurden an der Universität Karlsruhe gefertigte Nb-AlO_x-Nb-Tunnelkontakte verwendet. Für die Eigenfrequenzmessungen fraktionaler Flußwirbel wurden die Probe P1, ein langer annularer Josephsonkontakt mit zwei unabhängigen Injektorpaaren, sowie für die Charakterisierung des Meßaufbaus und Meßverfahrens die Proben P2–P4 verwendet. Bei letzteren handelt es sich um kurze Kontakte. Die Probenparameter sind in Tab. 4.2 zusammengefaßt.

Eine optische Mikroskopaufnahme der Probe P1 ist in Abb. 4.21 gezeigt. P1 zeichnet sich – im Vergleich mit anderen möglichen Proben – durch die beste Übereinstimmung der $I_c(I_{inj})$ -Kennlinien beider Injektorpaare mit der Theoriekurve aus. Auch wenn in den folgenden Messungen nur ein Injektorpaar verwendet wird, ist durch diese strenge Vorauswahl sichergestellt, daß der Kontakt keine unnötigen Inhomogenitäten aufweist. Für alle Josephsonkontakte wurden I - V - und $I_c(H)$ -Kennlinien aufgezeichnet, die von einer guten Kontaktqualität zeugten. Diese Vorcharakterisierung erfolgte mit dem Meßaufbau aus Abschn. 2.4.

4.3.7 Charakterisierung des Meßaufbaus

Im Vorfeld der Messungen zur Bestimmung der Eigenfrequenz fraktionaler Flußwirbel wurde eine Serie von Untersuchungen durchgeführt, um die Fähigkeiten und Grenzen des Meßaufbaus zu bestimmen.

Primäres Ziel war es hierbei, eine Abschätzung für die Genauigkeit der

¹⁵Fa. Rohde & Schwarz

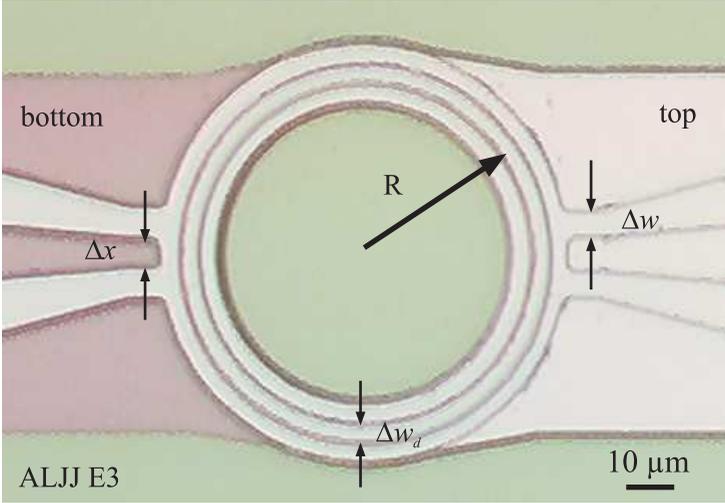


Abbildung 4.21: Optische Aufnahme der Probe P1. Injektorgößen: $\Delta x = \Delta w = 5 \mu\text{m}$.

Parameter	P1	P2	P3	P4
Geometrie	annular	rund	rund	rund
Durchmesser [μm]	60	20	20	10
Länge L [μm]	≈ 188	–	–	–
Breite w_J [μm]	5	–	–	–
Idle-Region w_P [μm]	2.5	–	–	–
j_c [A/cm^2]	≈ 95	≈ 125	≈ 165	≈ 80
R_N [Ω]	2	5	3.5	28
R_{SG} [Ω]	50	150	150	1100
β_c (@4.2K)	≈ 3000	≈ 5000	≈ 9000	≈ 6000
λ_J [μm]	≈ 43			

Tabelle 4.2: Probenparameter. Die Kontakte P2–P4 haben statt eines rechteckigen eine runden Tunnelbereich (kreisförmig ohne Loch).

I_c -Messung zu erhalten und eventuelle grobe Störungen wie bspw. parasitäre Resonanzen und ungewollte elektrische Wechselwirkungen innerhalb des Meßaufbaus auszuschließen.

Die eleganteste, jedoch mit dem verwendeten Aufbau nicht realisierbare Variante zur Bestimmung der I_c -Auflösung stellt naheliegenderweise die

Messung der Schaltverteilung eines punktförmigen Josephsonkontakts in Abhängigkeit von der Temperatur dar. Hierbei böte die „Sättigungsbreite“ der I_c -Verteilung für $T \rightarrow 0$ ein direktes Maß für das externe Stromrauschen¹⁶. Da nur eine Messung bei $T = 4.2\text{ K}$ möglich war¹⁷, wurde alternativ versucht, durch die Charakterisierung der einzelnen Komponenten des Meßaufbaus sowie die Vermessung unterschiedlicher Josephsonkontakte eine Abschätzung für die Genauigkeit der I_c -Bestimmung zu gewinnen.

Die (bekannten) Beiträge der externen Elektronik (ab dem Probenstab) zur Gesamtunsicherheit des ermittelten kritischen Stroms sind

- das Stromrauschen der Stromquelle,
- die Nichtlinearität der Stromrampe,
- das zeitliche Rauschen (Jitter) des Start- und Stoptriggers,
- die Laufzeitverzögerung der Signale durch Filterung,
- die Unsicherheit bei der Zeitintervallmessung der Triggerpulse.

Der verwendete Zeitintervallzähler SR620 kann den zeitlichen Abstand des Start- und Stoptriggers mit einer relativen Genauigkeit von $\sigma_t \gtrsim 25\text{ ps}$ bestimmen, wobei Intervalllängen bis zu einigen Sekunden möglich sind. Bei der typischerweise verwendeten Stromanstiegsgeschwindigkeit von 0.5 A/s beträgt somit die ultimative Auflösung $\approx 13\text{ pA}$.

Die optische Übertragungsstrecke führt zu einem zeitlichen Jitter der Triggerpulse von ca. $\sigma_t \approx 4.5\text{ ns}$, wobei diese Angabe bereits den gesamten Signalweg, d.h. die zweimalige Übersetzung optisch \leftrightarrow elektrisch, berücksichtigt.

Zur Bestimmung des Stromrauschens des Rampengenerators wurde dieser dahingehend modifiziert, daß er anstelle der Rampe einen Konstantstrom von $I_{\max} = 1\text{ mA}$ am Ausgang lieferte. Das Stromrauschen konnte daraufhin über das detektierte Spannungsrauschen eines $12\ \Omega$ Testwiderstand zu $\sigma_I \lesssim 100\text{ nA}$ abgeschätzt werden.

Die zeitliche Schwankung der Triggersignale des Generators beträgt

¹⁶Quantentunneln muß hierzu als alternative Ursache ausgeschlossen werden.

¹⁷Eine Überschlagsrechnung macht schnell deutlich, daß eine aktive Temperaturstabilisierung besser $\Delta T/T \leq 10^{-3}$ nötig ist, um $I_c(T)$ -Fluktuationen hinreichend gut zu unterdrücken. Dies erfordert einen anderen Kryostaten.

Komponente	σ_I/nA
Zeitintervallzähler ($\sigma_t \approx 25$ ps)	< 1
opt. Übertragung	3
Rampengenerator (Trigger)	35
Rampengenerator (Stromquelle)	$\lesssim 100$
elektr.-magn. Strahlung	??

Tabelle 4.3: Stromrauschen der einzelnen Komponenten des Meßaufbaus für $\dot{I} = 0.5 \text{ A/s}$.

$\sigma_{t,Start} \approx 14 \text{ ns}$ resp. $\sigma_{t,Stop} \approx 70 \text{ ns}$. Es sei angemerkt, daß aus Ermangelung geeigneter Testsysteme das Rauschen des Stoptriggers in einem Betriebsmodus des Geräts bestimmt wurde, der nur näherungsweise den eigentlichen experimentellen Bedingungen entspricht.

Die Linearitätsabweichung der Stromrampe ist $< 0.1\%$. Durch die endliche Signallaufzeit sowie die Tiefpaßfilterung der Signalleitungen kommt es zu einer zeitlichen Verzögerung des Stoptriggers von $\Delta t \approx 50 \mu\text{s}$, die bei der Berechnung absoluter I_c -Werte berücksichtigt werden muß. Da für eine genauere Charakterisierung des Stromrampengenerators größere Modifikationen der Elektronik nötig wären, damit aber auch die Aussagekraft der Meßergebnisse reduziert wird, wurde hierauf verzichtet. Tabelle 4.3 faßt die ermittelten Rauschbeiträge zusammen. Es sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß elektromagnetische Streufelder in dieser Aufstellung vorerst keine Berücksichtigung fanden. Tatsächlich ist davon auszugehen, daß gerade extern eingekoppeltes Rauschen einen erheblichen Beitrag zum Gesamtrauschen liefert, jedoch nur im eigentlichen Experiment unter realen Bedingungen bestimmt werden kann.

4.3.8 Thermische Aktivierungsmessungen

Im Anschluß an die Charakterisierung der Komponenten des Meßaufbaus wurde die I_c -Verteilung der Probe P1, die für die spektroskopische Vermessung der Eigenfrequenzen ausgesucht wurde, bei $T = 4.2 \text{ K}$ bestimmt. Die Probenparameter sind in Tab. 4.2 aufgeführt. Abbildung 4.22 zeigt die gemessene Verteilung der kritischen Ströme. Ebenfalls dargestellt ist der dazugehörige TST-Fit (siehe Auswertung experimenteller Daten). Demnach ergibt sich ein fluktuationsfreier kritischer Strom von $I_{c0} = 909.2 \mu\text{A}$ sowie eine effektive Temperatur von $T_{\text{esc}} = 4.6 \text{ K}$,

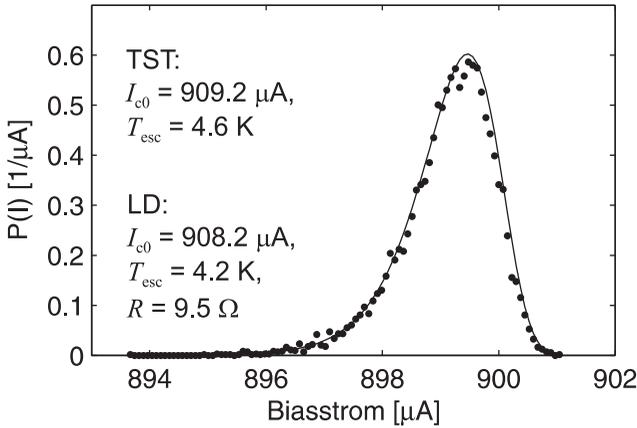


Abbildung 4.22: Gemessene und berechnete Schaltwahrscheinlichkeitsverteilung $P(I)$ der Probe P1.

die leicht über der Badtemperatur von $T_{\text{Bad}} = 4.2 \text{ K}$ liegt. Da die im Rahmen der TST bestimmten Werte eine obere Schranke für I_{c0} und T_{esc} darstellen, wurde im nächsten Schritt ein Fit für den Fall niedriger Dämpfung nach der LD-Theorie (vgl. Gl. (4.9)) vorgenommen, wobei nun die effektive Temperatur mit der Badtemperatur identifiziert und der Qualitätsfaktor Q bzw. der Widerstand (entsprechend des RCSJ-Ersatzschaltbildes) angepaßt wurde (die entsprechende Theoriekurve weicht nur marginal von der des TST-Fit ab). In diesem Fall ergibt sich ein etwas niedrigerer Wert für $I_{c0} = 908.2 \mu\text{A}$ und ein Shuntwiderstand von $R = 9.5 \pm 0.5 \Omega$. Vergleicht man den ermittelten Wert für R mit den Probenparametern aus Tab. 4.2, so fällt dieser deutlich kleiner als der (intuitiv erwartete) Subgap-Widerstand aus, was sich jedoch mit den theoretischen Vorhersagen und Messungen anderer Gruppen deckt [MDC87; SLG88; MK89; TEU+89; KM90; WLC+03; KNC+05]. Allerdings läßt sich damit nicht ausschließen, daß die bzgl. der TST erhöhte effektive Temperatur auch auf das Rauschen der Meßelektronik zurückzuführen ist [DMEC84; Wal01]. Erschwerend kommt hinzu, daß es sich bei der untersuchten Probe um einen langen Josephsonkontakt handelt: Streng genommen gelten die vorgestellten Modelle nur für punktförmige Kontakte, wie bereits in Abschn. 4.3.3 diskutiert wurde. Um der Frage der erhöhten effektiven Temperatur weiter nachzugehen

Probe	Messung		TST-Fit		LD-Fit	
	$\langle I_c \rangle / \mu\text{A}$	$\sigma_I / \mu\text{A}$	$T_{\text{esc}} / \text{K}$	$I_{c0} / \mu\text{A}$	R / Ω	$I_{c0} / \mu\text{A}$
P1	899	0.79	4.6	909.2	9.5 ± 0.5	908.2
P2	391.5	0.59	4.6	399.2	21 ± 1	398.4
P3	532.7	0.65	4.5	541.2	17 ± 1	540.5
P4	61.4	0.4	6.2	66.5	3200 ± 100	64.3

Tabelle 4.4: Ergebnisse der Schaltstatistikmessungen. TST-Fit mit $a = 1$, LD-Fit mit dämpfungsabhängigem $a(Q)$ nach Gl. (4.9), $T_{\text{esc}} = 4.2\text{K}$ und $C' = 4.3\ \mu\text{F}/\text{cm}^2$. Probenparameter \rightarrow Tab. 4.2.

und eine Abschätzung für das Rauschen der Elektronik zu erhalten, wurden die drei kurzen Josephsonkontakte P2–P4 (siehe Tab. 4.2) vermessen. Tabelle 4.4 faßt die Ergebnisse der Messungen zusammen. Hierbei zeigen auch die drei kurzen Kontakte eine erhöhte effektive Temperatur, wobei die Probe P4 mit $T_{\text{esc}} \approx 6.2\text{K}$ deutlich von den Werten der anderen Proben abweicht. Vergleicht man die berechneten Shuntwiderstände mit den entsprechenden Normal- und Subgap-Widerständen (vgl. Tab. 4.2), so indiziert gerade Probe P4, daß der Einfluß niedriger Dämpfung nicht alleinige Ursache der effektiven Temperaturerhöhung im Rahmen der TST sein kann.

Anhand der gemessenen Verteilungsbreiten läßt sich eine „worst case“-Abschätzung für das Stromrauschen der Meßelektronik vornehmen. Hierfür wird das elektronische Rauschen als *alleinige* Ursache für die Erhöhung von T_{esc} angenommen und für das elektronische Rauschen $\sigma_{el}^2 = \sigma_{gem}^2 - \sigma_{I,4.2\text{K}}^2$ angesetzt. Nach Ref. [FD74; JGH⁺81; Gar95] skaliert $\sigma_I \propto T^{2/3}$ oberhalb von T^* , so daß die gemessenen und die tatsächlichen Verteilungsbreiten über

$$\frac{\sigma_{gem}}{\sigma_{I,4.2\text{K}}} = \left(\frac{T_{\text{esc}}}{4.2\text{K}} \right)^{2/3} \quad (4.31)$$

verknüpft sind. Tabelle 4.5 faßt die Ergebnisse der Abschätzungen für P1–P4 zusammen. Demnach kann als Obergrenze für den Rauschbeitrag der Elektronik $\sigma_{el} \approx 0.2 - 0.25\ \mu\text{A}$ angenommen werden. Auch wenn dieser Wert deutlich größer als die Summe der in Tab. 4.3 aufgeführten Rauschbeiträge der Einzelkomponenten des Meßaufbaus ist, so darf der nicht berücksichtigte, da unbekannte Beitrag eingekoppelter elektromagnetischer Störfelder nicht unterschätzt werden.

Probe	T_{esc}/K	$\sigma_{\text{gem}}/\mu\text{A}$	$\sigma_{I,4.2\text{K}}/\mu\text{A}$	$\sigma_{\text{el}}/\mu\text{A}$
P1	4.6	0.79	0.75	0.26
P2	4.6	0.60	0.57	0.20
P3	4.5	0.65	0.62	0.20
P4	6.2	0.40	0.31	0.25

Tabelle 4.5: Abschätzung des elektronischen Stromrauschens aus den gemessenen Verteilungsbreiten.

In jedem Fall liegen die gemessenen Werte von T_{esc} , sieht man von P4 einmal ab, nur geringfügig über der Badtemperatur, so daß hieraus keine wesentlichen Einschränkungen für die spektroskopischen Untersuchungen erwachsen. Weitergehende, systematische Untersuchungen und Verbesserungen wurden daher im Rahmen dieser Arbeit ersteinmal zurückgestellt.

4.3.9 Plasmafrequenzspektroskopie

Zu Beginn der spektroskopischen Untersuchungen wurde exemplarisch eine Serie von I_c -Histogrammen der Probe P3 für einen großen Bereich von Mikrowellenfrequenzen und -leistungen aufgezeichnet. Diese Messungen sollten eine erste Einschätzung der Einkopplungseffizienz der Mikrowellenstrahlung und eine Übersicht über die zu erwartenden Effekte der Wechselwirkung der Josephsonkontakte mit Mikrowellen geben.

Abbildung 4.23 zeigt eine der gemessenen Serien von I_c -Histogrammen bei konstant gehaltener Mikrowellenfrequenz $f_{\text{MW}} = 30 \text{ GHz}$ und schrittweise erhöhter Ausgangsleistung des Mikrowellengenerators.

Für kleine AC-Ströme, d.h. niedrige MW-Leistungen ($< -39 \text{ dBm}$), ist nur eine geringfügige Verschiebung der Schaltverteilung zu niedrigeren Biasströmen zu beobachten. Ab $P_{\text{MW}} \approx -39 \text{ dBm}$ bildet sich eine Doppelpeakstruktur heraus, wobei der zusätzlich auftretende Peak gerade Ausdruck der resonanten Aktivierung der Josephsonphase ist.

Erhöht man die Mikrowellenleistung weiter, so nimmt der Anteil der Schaltereignisse im Resonanzpeak beständig zu, bis für $P_{\text{MW}} > -36 \text{ dBm}$ die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs in den resistiven Zustand im Bereich der Resonanz praktisch eins beträgt. Die Position des Resonanzpeakmaximums ist nicht konstant, sondern verschiebt sich weiter

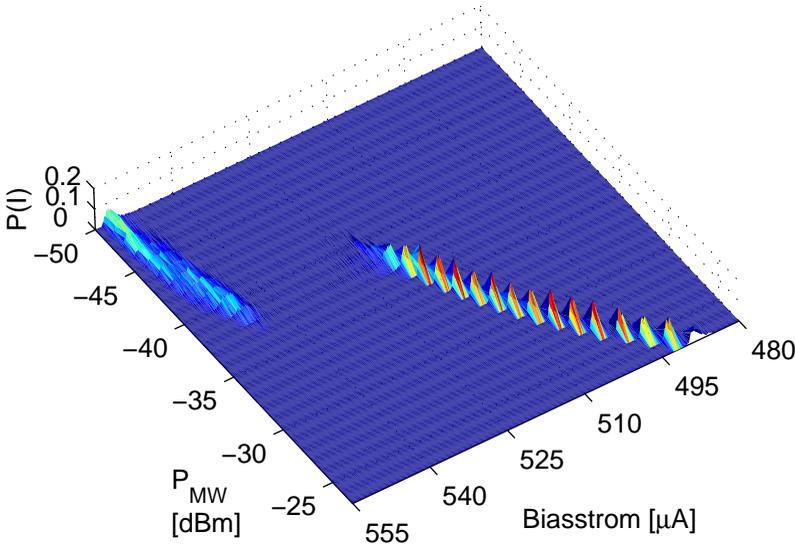


Abbildung 4.23: Gemessene Schaltwahrscheinlichkeit der Probe P3 in Abhängigkeit von der Mikrowellenleistung. $f_{\text{MW}} = 30 \text{ GHz}$, $\dot{I} = 0.5 \text{ A/s}$, Anzahl der Messungen pro Histogramm $N = 500$. Bei diesen Messungen fehlte der 10dB Dämpfer.

mit zunehmender AC-Stromamplitude. Die beobachtete Abhängigkeit des mittleren kritischen Stroms sowie das Auftreten eines I_c -Sprungs entspricht dabei dem im Abschn. 4.3.4 vorhergesagten, theoretischen Verhalten.

Es zeigte sich jedoch, daß die gemessenen I_c -Histogramme nicht immer die in Abb. 4.23 diskutierte P_{MW} -Abhängigkeit, sondern bei diversen anderen Frequenzen deutlich komplexere Strukturen und zusätzliche Sprünge aufwiesen. Abbildung 4.24 zeigt eine entsprechende Serie derselben Probe für $f_{\text{MW}} = 32.5 \text{ GHz}$. Erneut ist das bereits diskutierte Verhalten für kleine Mikrowellenleistungen zu erkennen, allerdings offenbart sich für $P_{\text{MW}} = -27 \text{ dBm}$ eine unerwartete Verschiebung des Histogramms zu niedrigeren Biasströmen, die *zusätzlich* zu der gesuchten Doppelpeakstruktur auftritt. Weitere unerwartete Sprünge treten beispielsweise bei $P_{\text{MW}} = -17 \text{ dBm}$ und $P_{\text{MW}} = -7 \text{ dBm}$ auf.

Wie sich herausstellte, findet bei diesen Ausgangsleistungen eine interne

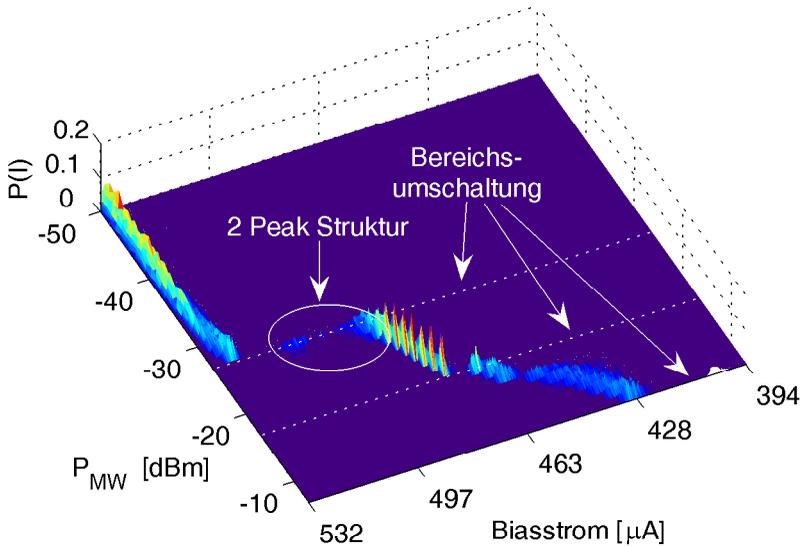


Abbildung 4.24: Gemessene Schaltwahrscheinlichkeit der Probe P3 in Abhängigkeit von der Mikrowellenleistung. $f_{MW} = 32.5$ GHz, $\dot{I} = 0.5$ A/s, Anzahl der Messungen pro Histogramm $N = 500$. Bei diesen Messungen fehlte der 10dB Dämpfer.

Bereichsumschaltung des Mikrowellengenerators statt, die mit einer Zu- bzw. Abschaltung zusätzlicher 10 dB Dämpfungsglieder verbunden ist. Eine systematische Analyse der Leistungssprünge offenbarte, daß das durch die fehlende Impedanzanpassung der im Experiment verwendeten Antenne von der Probe zurück reflektierte Signal die Leistungsregel-elektronik des Generators stören kann. Diese Störungen treten gerade bei internen Bereichsumschaltungen besonders deutlich in Erscheinung. Aufgrund dieser offensichtlichen, gegenseitigen Beeinflussung von Experiment und Mikrowellengenerator verliert die vom Gerät angegebene Ausgangsleistung zumindest für $P_{MW} \gtrsim -27$ dBm ihre Aussagekraft, was quantitative Analysen unmöglich macht. Jedoch verdeutlicht Abb. 4.24 auch, daß sich am bistabilen Verhalten des Kontakts grundsätzlich nichts ändert. Somit führt die unerwünschte Rückkopplung erst einmal „nur“ zu einer Einschränkung des Meßbereichs, nämlich dann, wenn die Leistungssprünge gerade mit dem

Bereich der Doppelppeakstruktur zusammenfallen und letztere deshalb nicht aufgelöst werden kann.

Theoretisch lassen sich diese Störungen durch eine entsprechende Anpassung der Antenne beheben, so daß idealerweise die gesamte Mikrowellenleistung abgestrahlt wird. Allerdings stellt dies für die benötigte Breitbandigkeit und aufgrund der Unkenntnis der Umgebung, in die die Mikrowellen eingekoppelt werden sollen, eine hochgradig nichttriviale Aufgabe dar.

Stattdessen ist die Anschaffung eines Unidirektionalkopplers vorgesehen, der einen effektiven Schutz des Generatoreingangs bietet.

Zur experimentellen Bestimmung der Plasmafrequenz wurde die Position des Resonanzpeaks aus einer Serie von I_c -Histogrammen für verschiedene Mikrowellenfrequenzen extrahiert, wobei die Mikrowellenleistung jeweils so gewählt wurde, daß der Resonanzpeak ca. 10% der Schaltereignisse umfaßte. Eine entsprechende Serie besteht üblicherweise aus 20–40 Frequenzen im Bereich von 23 – 40 GHz.

Die nötige Anpassung der Mikrowellenleistung erfolgte automatisch [Kem]. Ausgehend von $P_{min} = -100$ dBm wurde die Ausgangsleistung in einem Intervallschachtelungsverfahren sukzessive variiert und das 10%-Quantil (1. Dezil) einer Testmessung von 100 kritischen Strömen bestimmt. Je nach relativer Lage des gemessenen 1. Dezils zu einem vorher grob bestimmten Referenzwert (interpoliert aus üblicherweise 6–7 manuell bestimmten Stützpunkten) wurde im nächsten Iterationsschritt die Mikrowellenleistung erhöht oder erniedrigt. Mit $P_{min} = -100$ dBm und $P_{max} = 10$ dBm reichten zur Bestimmung von P_{MW} auf ≈ 0.02 dBm Genauigkeit 12 Iterationsschritte.

Es sei angemerkt, daß dieses Verfahren durch die Verwendung von Quantilen trotz kleiner Stichprobenzahl sehr robust ist und in $\sim 90\%$ der Fälle die gesuchte Mikrowellenleistung lieferte. In den restlichen 10% lagen entweder Resonanzpeak und Hauptpeak zu dicht zusammen, war der Referenzwert zu ungenau vorgegeben oder die Ausgangsleistung des Mikrowellengenerators ließ sich nicht kontinuierlich im interessierenden Bereich variieren¹⁸. Durch die automatische Leistungssuche konnte die Zeit, die für die Aquirierung einer Serie benötigt wurde, deutlich gegenüber einer manuellen Suche reduziert werden, was die detaillierte

¹⁸aufgrund besagter Störungen der Leistungsregelung des Generators

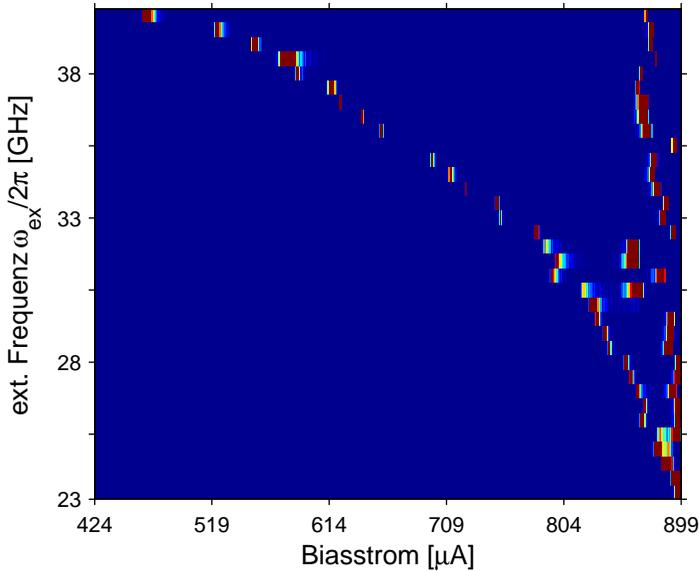


Abbildung 4.25: I_c Histogrammserie der Probe P1 für verschiedene externe Mikrowellenfrequenzen. Die Schaltwahrscheinlichkeit P ist farbcodiert dargestellt, wobei blaue Bereiche $P = 0$ und braune Bereiche $P = \text{max}$ entsprechen. Die Mikrowellenleistung ist jeweils so angepaßt, daß der Resonanzpeak ca. 10% der Schaltereignisse vereinigt.

Vermessung der Eigenfrequenzen erst ermöglichte.

Abbildung 4.25 zeigt das Ergebnis eines automatischen Frequenzscans der Probe P1. Die erwartete Abhängigkeit der Resonanz von externer Frequenz und Biasstrom ist dabei deutlich zu erkennen, wenn auch im Detail Abweichungen bestehen. Insbesondere im Bereich um 31 GHz ist eine drastische Verschiebung des Hauptpeaks auszumachen, deren Ursache noch unbekannt ist.

Die extrahierten Positionen der Resonanzpeaks, diese entsprechen den 5%-Quantilen der gemessenen I_c -Verteilungen, sowie der entsprechende Fit der Plasmafrequenz sind in Abb. 4.26 dargestellt. Aus der Kurvenanpassung von Gl. (1.12) an die Peakpositionen ergibt sich eine Plasmafrequenz von $\omega_0/2\pi = 42.5 \pm 0.5$ GHz und ein fluktuationsfreier kritischer Strom von $I_{c0} = 936 \pm 10 \mu\text{A}$. Die angegebenen Unsicherheiten beziehen sich hierbei nur auf die Variation von $[\omega_0, I_{c0}]$, wenn eine

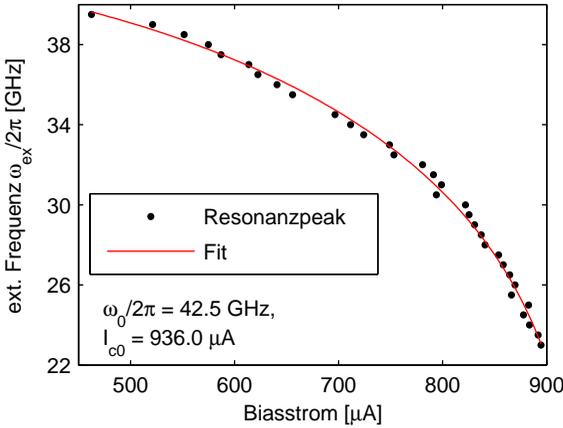


Abbildung 4.26: Aus Abb. 4.25 extrahierte Resonanzpeakpositionen sowie die angepaßte Plasmafrequenzabhängigkeit für Probe P1.

Kurvenanpassung nicht über den gesamten Frequenzbereich, sondern nur an Teilintervalle (23–30 GHz, 30–40 GHz) vorgenommen wird. Hierzu addiert sich die diskutierte, systematische Unsicherheit bei der Bestimmung von ω_0 , die in der Größenordnung von +10% anzusetzen ist.

Vergleicht man die Ergebnisse der thermischen Aktivierungsmessung mit der Plasmaspektroskopie, so weichen die berechneten, fluktuationsfreien kritischen Ströme deutlich voneinander ab. Die Diskrepanz beträgt dabei $\Delta I_{c0}/\langle I_{c0} \rangle \approx 3\%$. Es zeigt sich, daß der höhere I_{c0} -Wert der Plasmaspektroskopie nicht auf einen Mangel an Datenpunkten für niedrige Frequenzen ($\omega_{\text{ex}} < 23 \text{ GHz}$) zurückzuführen ist. Ein entsprechender Fit mit dem I_{c0} -Wert der thermischen Aktivierung läßt keine adequate Anpassung der Theoriekurve an die Meßdaten zu. Vielmehr muß davon ausgegangen werden, daß die betrachteten Prozesse tatsächlich unterschiedliche maximale kritische Ströme detektieren. Während der I_{c0} -Wert der thermischen Aktivierung direkt vom maximalen messbaren Suprastrom I_c abhängt und damit sensitiv auf Inhomogenitäten in der Stromverteilung (bspw. $j_c = j_c(x)$) reagiert, die wiederum einen verfrühten Schaltprozeß bei Strömen $I < j_c w L$ zur Folge haben können, ist die Plasmaresonanz „nur“ vom mittleren $\langle j_c \rangle$ abhängig. Diese Vermutung wird durch entsprechende Messungen an

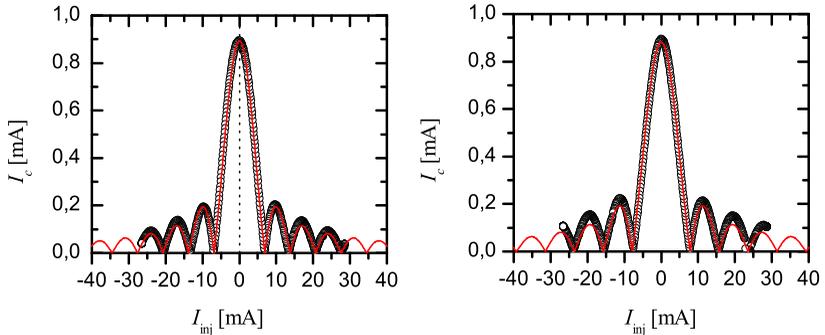


Abbildung 4.27: Gemessene $I_c(I_{\text{inj}})$ -Abhängigkeit für das linke (links) und rechte (rechts) Injektorpaar. Offene Symbole sind Meßdaten, die roten Kurven entsprechen der gefitteten Theorie.

den Proben P2 und P3 unterstützt, die bei kleinerer Fläche auch eine geringere Diskrepanz der I_{c0} -Werte zeigen.

Zur unabhängigen Kontrolle des mittels der Resonanzspektroskopie bestimmten Wertes der Plasmafrequenz wurden zusätzlich die Nullfeldstufen des Kontakts P1 vermessen. Aus der ermittelten asymptotischen Grenzspannung von $V_{ZFS} = 128 \pm 2 \mu\text{V}$ ergibt sich nach Gl. (1.38) und mit $u = \tilde{c} = \omega_0 \lambda_J$ eine Plasmafrequenz von $\omega_0/2\pi = 42,8 \pm 2,4 \text{ GHz}$, wobei für λ_J ein 5% Fehler angenommen wurde. Dieses Ergebnis ist also in guter Übereinstimmung mit dem Resonanzspektroskopiewert.

4.3.10 Eigenfrequenzmessungen

Zu Beginn der Eigenfrequenzmessungen wurden die Strominjektoren der Probe P1 kalibriert. Abbildung 4.27 zeigt die gemessenen $I_c(I_{\text{inj}})$ -Kennlinien für das linke und rechte Injektorpaar. Beide Paare zeigen eine gute Übereinstimmung der gemessenen mit der theoretisch erwarteten Abhängigkeit des kritischen Stroms. Für die Eigenfrequenzmessungen wurden die linken Injektoren verwendet. Mit $I_{\text{inj}}^{\text{min}} \approx 6,92 \text{ mA}$, dem Injektorstrom am ersten Minimum der Kurve, ergibt sich $\kappa = 2\pi I_{\text{inj}}/I_{\text{inj}}^{\text{min}}$ (vgl. Gl. (2.3)).

Vor und nach der eigentlichen Eigenfrequenzmessung wurde eine Referenzmessung der Schaltverteilung ohne Injektorstrom und Mikrowellenbestrahlung durchgeführt, um etwaige Temperaturveränderungen

oder andere Störungen auszuschließen. Diese Referenzmessungen dienten auch zur Bestimmung der effektiven elektronischen Temperatur des Josephsonkontakts.

Für 8 verschiedene Werte von $\kappa \in [0, 1.27\pi]$ wurde daraufhin eine Serie von Schaltstatistikmessungen unter Mikrowelleneinstrahlung durchgeführt. Jede Serie bestand aus 20–40 Meßreihen zu $N = 3000$ I_c -Messungen, die bei verschiedenen Mikrowellenfrequenzen im Bereich von 23–40 GHz vorgenommen wurden. Die Mikrowellenleistung wurde wieder so eingestellt, daß ca. 10% der Schaltereignisse auf den Resonanzpeak entfielen. Die Ramprate des Stroms betrug bei allen Messungen $\dot{I} = 0.5$ A/s. Die Positionsbestimmung der Resonanzpeaks, $I_{\text{res}}(\omega_{\text{ex}})$, erfolgte wieder durch Berechnung der 5%-Quantile der einzelnen Messreihen.

Abbildung 4.28 zeigt die Positionen der gemessenen Resonanzpeaks für $\kappa \in [0, 1.27\pi]$, wobei I_{res} auf $I_{c0} = 936 \mu\text{A}$ und f_{MW} auf $\omega_0/2\pi = 42.5$ GHz normiert sind. Die Ergebnisse der numerischen Berechnung (entsprechend den Probenparametern $l = 4.35$ und $\Delta x = \Delta w = 0.12$) sind ebenfalls dargestellt. Hierbei sind *alle* Theoriekurven durch die Vorgabe von ω_0 und I_{c0} festgelegt.

4.3.11 Diskussion

Generell läßt sich eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen Resonanzpeakpositionen mit den simulierten Eigenfrequenzen feststellen. Dies ist insofern erstaunlich, als daß die im Vorfeld abgeschätzten Fehler für die Resonanzbestimmung deutlich größere Abweichungen zwischen Theorie und Messungen erwarten bzw. zuließen. Berücksichtigt man darüber hinaus auch noch die Unsicherheiten bei der Bestimmung von λ_J und der „effektiven“ Injektorgroße (konservativ auf jeweils 10% geschätzt), so ist die beobachtete Kongruenz von Theorie und Messung bemerkenswert. Da der untersuchte Kontakt mit $l \sim 4.5$ noch relativ kurz ist, hat die konkrete Länge einen deutlichen Einfluß auf die relative Lage der einzelnen $\kappa(\gamma)$ -Kurven (siehe Abschn. 4.3.1). Hierzu sei insbesondere angemerkt, daß erst die korrekte Berücksichtigung der Idle-Region [vgl. Gl.(2.5)] bei der Berechnung der Josephsoneindringtiefe zu der guten Übereinstimmung führte.

Tatsächlich lassen sich die Meßergebnisse auch dahingehend interpretieren, daß sich der betrachtete Resonanzprozeß trotz potentiell (oder

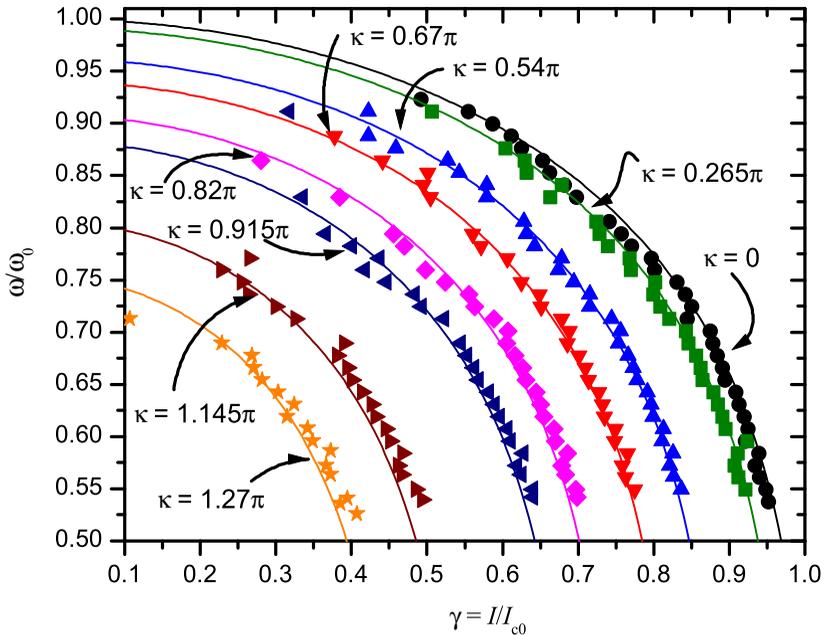


Abbildung 4.28: Gemessene und numerisch bestimmte Abhängigkeit der Eigenfrequenz eines fraktionalen Vortex von κ und Biasstrom $\gamma = I/I_{c0}$. Große Symbole entsprechen den gemessenen Resonanzpeakpositionen, die durchgezogenen Kurven sind Simulationsergebnisse.

auch im Detail tatsächlich) nichtlinearer Natur im Bild einer linearen Resonanz mit geringfügig modifizierter Resonanzfrequenz beschreiben läßt. Betrachtet man nochmals die Ergebnisse der theoretischen Modelle aus Abschn. 4.3.4, so wird deutlich, daß eine Berücksichtigung der nichtlinearen Natur des Josephsonoszillators zwar zu einer dramatischen Verschiebung der Resonanz bzgl. des Biasstroms, jedoch kaum bzgl. der gefitteten Plasmafrequenz führt. Insbesondere bleibt die funktionelle Biasstromabhängigkeit der Plasmafrequenz in guter Näherung erhalten, so daß Frequenzverhältnisse nur minimale Verschiebungen erfahren sollten. Dies würde das scheinbare Fehlen nichtlinearer Effekte in den gemessenen Resonanzpositionen erklären.

Letztendlich können jedoch nur detaillierte numerische Simulationen Auskunft und tiefere Einblicke in die Dynamik der resonanten Aktivierung fraktionaler Vortizes geben, wie sie bspw. von Grønbech-

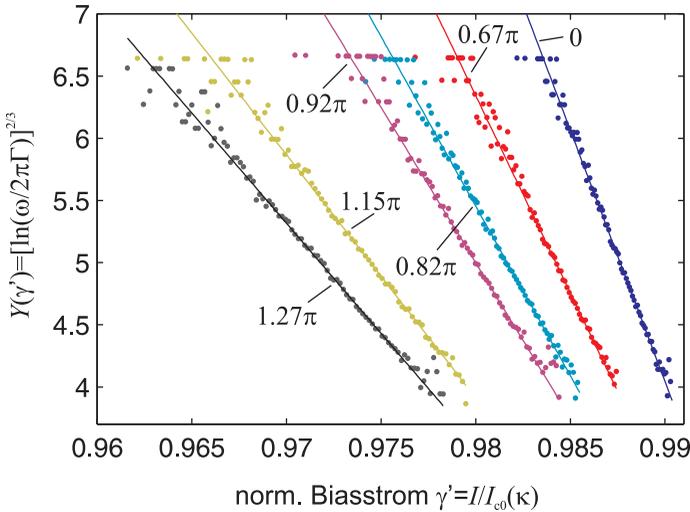


Abbildung 4.29: Logarithmische Escaperate $Y(\gamma)$ als Funktion des normierten Biasstroms $\gamma' = I/I_{c0}(\kappa)$ für $\kappa = [0, 0.67\pi, 0.82\pi, 0.92\pi, 1.15\pi, 1.27\pi]$. Die Punkte entsprechen den experimentell bestimmten Raten, Linien den entsprechenden Fits nach Gl. (4.17).

Jensen [GJC04; GJCC⁺04] für ähnliche Systeme durchgeführt wurden.

Neben den spektroskopischen Untersuchungen lohnt sich aber auch ein genauerer Blick auf die rein thermischen Aktivierungsmessungen für $\kappa > 0$ und $P_{\text{ex}} = 0$. Abbildung 4.29 zeigt die gemessenen, logarithmischen Aktivierungsraten

$$Y(\gamma') = \left[\ln \left(\frac{\omega(\gamma')}{2\pi\Gamma(\gamma')} \right) \right]^{2/3} \quad (4.32)$$

mit dem normierten Biasstrom $\gamma' = I/I_{c0}(\kappa) = I/I_{c0}\gamma_c(\kappa)$. Zu beachten ist, daß die Normierung nicht auf den fluktuationsfreien kritischen Strom des „ungestörten“ Kontakts ($\kappa = 0$), sondern auf den Depinningstrom entsprechend Gl. (4.7) erfolgt. Dies erlaubt zum einen den direkten Vergleich der Aktivierungsraten für unterschiedliche Injektorströme unabhängig vom tatsächlichen Wert des kritischen Stroms I_c und zum anderen eine Gegenüberstellung mit den Vorhersagen des Modells punktförmiger Kontakte. Letzteres berücksichtigt die Abnahme des

kritischen Stroms (= Depinningstrom für $\kappa \rightarrow 2\pi$) nur in Form einer effektiv verringerten kritischen Stromdichte j_c und vernachlässigt eine etwaige Änderungen des Aktivierungsmechanismus. Aus Untersuchungen von *kurzen* Josephsonkontakten, deren kritischer Strom durch Applikation eines Magnetfeldes reduziert wurde, ist bekannt, daß trotz induziertem Phasengradient *keine* Änderung des Escapeprozesses und der Potentialbarriere auftritt [MDC87; CLT⁺96].

Die beobachtete, lineare Abhängigkeit der $Y(\gamma')$ -Kurve vom Biasstrom indiziert, daß die Aktivierungsenergie auch im Falle langer Kontakte und in Gegenwart eines fraktionalen Flußwirbels noch wie $(1 - \gamma')^{3/2}$ skaliert. Nach Ref. [SG90; Kat00] läßt sich daraus folgern, daß die Bildung von Vortex–Antivortex-Paaren aus einer *homogenen* Phasenverteilung, deren Aktivierungsbarriere mit $(1 - \gamma')^{5/4}$ skaliert, vorerst vernachlässigbar ist¹⁹. Jedoch verdeutlichen die unterschiedlichen Geradensteigungen für verschiedene κ , daß sich das Verhältnis $u_0/T_{\text{esc}} \propto I_{c0}(\kappa)/T_{\text{esc}}$ ändert (für eine bessere Unterscheidung bezeichnet U weiterhin die Energiebarriere entsprechend dem intrinsischen kritischen Strom I_{c0} , u_0 hingegen die um den Faktor $\gamma_c(\kappa)$ nach Gl. (4.7) skalierte Barriere). Da die Badtemperatur im Laufe der Messung konstant bleibt, muß diese Änderung in einer Abhängigkeit der effektive Temperatur T_{esc} und/oder der Aktivierungsenergie u_0 von κ resp. dem Injektorstrom begründet liegen. Für eine eingehendere Untersuchung wurden die fluktuationsfreien kritischen Ströme sowie die effektiven Escapetemperaturen für die gemessenen Injektorströme im Rahmen der TST berechnet und in Abbildung 4.30 dargestellt. Die gemessene sowie die für $I_c(\kappa)$ erwartete Breite der Schaltverteilung σ ist ebenfalls gezeigt.

Während der fluktuationsfreie kritische Strom erwartungsgemäß einer Fraunhofer-Abhängigkeit folgt, bleibt die effektive Temperatur unerwarteterweise nicht konstant. Mit zunehmender topologischer Ladung steigt T_{esc} erst an, bis sie für $\kappa \approx 1.1\pi$ den maximalen gemessenen Wert von $T_{\text{esc}} \approx 8$ K erreicht und für $\kappa \approx 1.3\pi$ wieder sinkt. Zu beachten ist, daß eine beobachtete Änderung der effektiven Temperatur nicht unbedingt Ausdruck einer tatsächlich erhöhten elektronischen Temperatur ist, sondern sich auch jedwede Abweichung der Aktivierungsenergie von der simplen Modellannahme eines punktförmigen Kontakts in einer

¹⁹Für *inhomogene* Josephsonkontakte kann sich der Exponent von 5/4 nach 3/2 ändern.

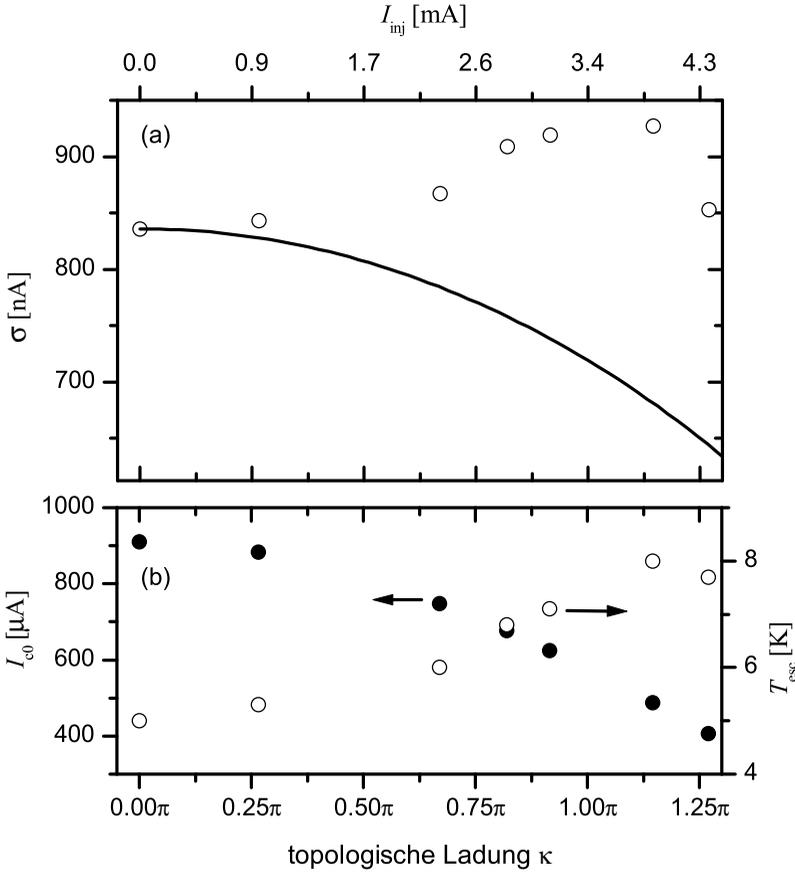


Abbildung 4.30: (a) Gemessene I_c -Verteilungsbreite σ_I (Symbole) sowie die im Rahmen des RCSJ Modells erwartete Breite (Linie). (b) Gefittete kritische Ströme I_{c0} und Escapetemperaturen T_{esc} .

Modifikation der Escapetemperatur äußert.

Zwei Ursachen für die beschriebene Abhängigkeit von T_{esc} sind dabei augenscheinlich. Zum einen ist dies der Rauschbeitrag der Injektorstromquelle. Schwankungen in I_{inj} übertragen sich nach Gl. (4.7) in ein I_c -Rauschen und führen zu einer Erhöhung der elektronischen Temperatur. Dieser Beitrag ist in jedem Fall vorhanden, jedoch ist nicht klar, ob er alleinige Ursache der T_{esc} -Änderungen ist. Zum anderen besteht die begründete Vermutung [SG90; Kat00], daß die Ausbildung

eines fraktionalen Flußwirbels tatsächlich zu einer Modifikation des Aktivierungsprozesses führt, da die inhomogene Struktur der Josephsonphase unterstützend auf die Bildung von Vortex–Antivortex-Paaren wirkt.

Der Rauschbeitrag des Injektorstroms

Wie Abb. 4.30 zeigt, besteht eine deutliche Korrelation zwischen den Kurvenverläufen von T_{esc} und der gemessenen Verteilungsbreite σ . Betrachtet man ausschließlich die Reduktion des mittleren kritischen Stroms, so erwartet man nach dem RCSJ-Modell eine *Abnahme* der Verteilungsbreite, wie sie ebenfalls in Abb. 4.30 dargestellt ist. Nimmt man jedoch an, daß die gemessene I_c -Verteilung das Ergebnis einer Überlagerung aus der eigentlichen thermischen Verteilung mit Breite σ_{th} und dem unbekanntem Rauschbeitrag der Injektorstromquelle ist, sollte sich in $\sigma(I_{\text{inj}})$ die $I_c(I_{\text{inj}})$ -Abhängigkeit widerspiegeln.

In Abb. 4.31 ist das beobachtete Zusatzrauschen, also $\sigma_E^2 = \sigma_I^2 - \sigma_{th}^2$, aufgetragen sowie ein entsprechender Fit für den Rauschbeitrag der Injektorstromquelle. Mit

$$\sigma_{\text{inj}} = \left| \frac{\partial I_c}{\partial I_{\text{inj}}} \right| \Delta I_{\text{inj}} \quad (4.33)$$

und $I_{\text{inj}}^{\text{min}} = 6.92 \text{ mA}$ ergibt sich ein Rauschen des Injektorstroms von $\approx 3.4 \mu\text{A}$. Trotz der recht guten Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung im Falle des Zusatzrauschens läßt sich das gemessene Gesamtrauschen nur bedingt reproduzieren. Darüber hinaus ist das angenommene Injektorstromrauschen vergleichsweise hoch, wenn auch nicht von vornherein auszuschließen. Aufgrund der geringen Anzahl und großen Streuung der Meßwerte muß die Frage, ob nun das Rauschen der Injektorstromquelle primäre Ursache der beobachteten Änderung der effektiven Temperatur ist, vorerst unbeantwortet bleiben.

Änderung des Aktivierungsprozesses

Alternativ läßt sich die Situation diskutieren, in der der Beitrag des Injektorstromsrauschens vernachlässigbar ist und die Messungen vielmehr Ausdruck eines sich verändernden Aktivierungsprozesses sind. Folgt man diesem Ansatz, so läßt sich aus den gemessenen Escaperaten die effektive

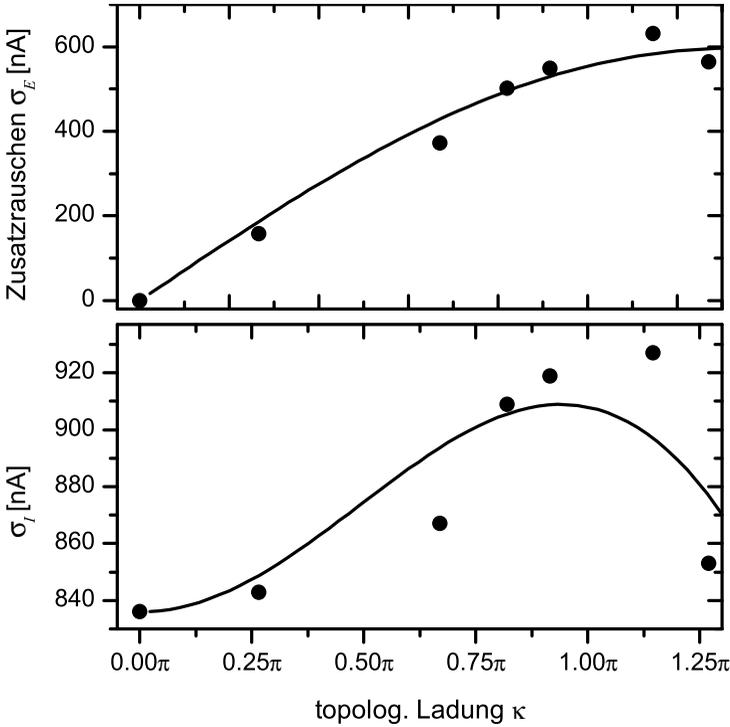


Abbildung 4.31: Gemessenes I_c -Rauschen σ_I sowie extrahiertes Zusatzrauschen σ_E (Symbole) und Fit des Rauschbeitrags des Injektorstroms (Linien).

Aktivierungsenergie u rekonstruieren und mit u_0 , der Aktivierungsenergie des RCSJ-Modells, vergleichen. Nach Gl. (4.8) gilt

$$\Gamma = \frac{\omega}{2\pi} \exp\left(-\frac{\Delta u}{k_B T}\right) \quad (4.34)$$

mit $\gamma' = I/I_{c0}\gamma_c(\kappa)$ und

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma' \rightarrow 1} \Delta u &= u \frac{4\sqrt{2}}{3} (1 - \gamma')^{3/2}, \\ u_0 &= \frac{I_{c0}\gamma_c(\kappa)\Phi_0}{2\pi}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Abbildung 4.32 zeigt das Verhältnis u/u_0 , wobei als Escapetemperatur die Badtemperatur angenommen wurde. Entsprechend der vorher beobachteten Zunahme der effektiven Temperatur unter Annahme eines

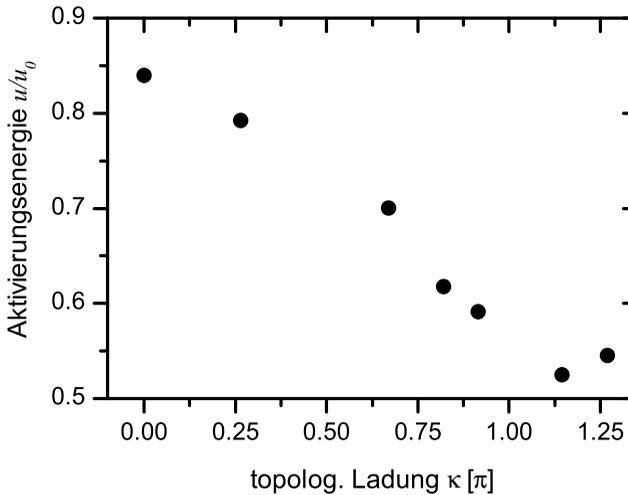


Abbildung 4.32: Aktivierungsenergie als Funktion der topologischen Ladung κ .

unveränderten Aktivierungsprozesses zeigt sich bei fester Escapetemperatur eine Abnahme der relativen Aktivierungsenergie.

Grundsätzlich entspricht der beobachtete Trend einer sinkenden Aktivierungsenergie bei zunehmender topologischer Ladung κ und damit einhergehender Inhomogenität der Josephsonphase $\phi(x)$ den Prognosen der Ref. [Kat00; Kat01] und z.T. den experimentellen Beobachtungen von Ref. [CLT⁺96]. Jedoch erlauben die in den Referenzen vorgestellten Modelle noch keine direkte Anwendung auf den Escapeprozeß in Gegenwart eines fraktionalen Vortex, was eine konkrete theoretische Vorhersage für die zu erwartende $u(\kappa)$ -Abhängigkeit ermöglichte. Aus Ermangelung an detaillierten Meßergebnissen und einem passenden theoretischen Modell, mit dem man sie vergleichen könnte, war eine weitergehende Analyse leider nicht möglich.

Abschließend läßt sich festhalten, daß bereits die wenigen durchgeführten Escapemessungen von fraktionalem Flußwirbeln auf einen von der topologischen Ladung κ abhängigen Aktivierungsmechanismus hindeuten und damit einen ersten Blick auf den theoretisch und experimentell bisher kaum untersuchten Escapeprozeß in langen Josephsonkontakten und speziell von κ -Vortizes geben. Es zeigt sich allerdings auch, daß bei

weitergehenden Untersuchungen dieser Prozesse auf Basis künstlicher $0-\kappa$ -Kontakte eine sorgfältige Unterdrückung des Injektorstromrauschens unabdingbar ist, da sonst etwaige Beobachtungen nicht eindeutig zugeordnet werden können. Weiterhin wären vergleichende Messungen in Gegenwart eines Magnetfeldes und in linearen Kontakten sinnvoll, um den Inhomogenitätseinfluß auf die Bildungsrate von Soliton-Paaren in rein klassischen, langen Josephsonkontakten genauer zu untersuchen und vom spezifischen Beitrag der Injektoren trennen zu können.

4.3.12 Zusammenfassung

Fraktionale Flußwirbel in langen $0-\kappa$ -Kontakten sind ortsgebundene Objekte, die zu Oszillationen um ihre Ruhelage fähig sind. Diese charakteristische Eigenschwingung hängt von der topologischen Ladung κ des Vortex sowie dem angelegten Strombias γ ab und kann kontinuierlich zwischen der Plasmafrequenz und Null variiert werden.

Mithilfe der Methode der Resonanzspektroskopie war es erstmals möglich, die Eigenfrequenzabhängigkeit eines einzelnen fraktionalen Vortex von κ und γ experimentell zu bestimmen, wobei die Untersuchungen an einem langen, annularen Josephsonkontakt bei 4.2 K durchgeführt wurden. Es wurde eine gute Übereinstimmung mit numerischen Simulationsergebnissen gefunden.

Darüber hinaus deuten erste Messungen der thermischen Aktivierung von fraktionalen Flußwirbeln darauf hin, daß es entsprechend theoretischer Vorhersagen zu einer Modifikation der Aktivierungsenergie in Abhängigkeit von κ kommt, da die Gegenwart eines κ -Wirbels katalytisch auf die Bildung von Soliton-Paaren wirkt.

Kapitel 5

Fraktionale Flußwirbel im Quantenregime

Fraktionale Vortizes sind gebundene Objekte, die sich jedoch zu einem gewissen Grad verformen lassen. Sie stellen somit ein Brückenglied zwischen dem in supraleitenden Ringen gespeicherten, unbeweglichen magnetischen Fluß und einem freibeweglichen Fluß in Form von Fluxonen in langen Josephsonkontakten dar. Da für diese beiden Grenzfälle bereits Quantenverhalten, d.h. Superpositionen von (makroskopischen) Flußzuständen [vdWtHW⁺00; FPC⁺00; CNHM03] bzw. das Quantentunneln von Fluxonen [WLL⁺03] beobachtet wurde, ist davon auszugehen, daß sich auch fraktionale Vortizes bei hinreichend niedrigen Temperaturen wie Quantenobjekte verhalten werden.

Die theoretische und experimentelle Untersuchung makroskopischer Quanteneffekte in Josephsonsystemen ist seit über 20 Jahren Gegenstand der Forschung und wurde dabei primär durch die Frage ausgelöst, ob die Quantenmechanik auf makroskopischer Ebene Gültigkeit behält bzw. ab welcher Größe eines Systems der Übergang zwischen quantenmechanischem und klassischem Verhalten auftritt [LG85; Leg02]. Wie sich zeigt, ist diese Frage unmittelbar mit dem Phänomen der Dekohärenz verbunden, welche den besagten Übergang auf die (unvermeidbare) Wechselwirkung des quantenmechanischen Systems mit seiner Umwelt zurückführt [CL81; LCD⁺87; Zur91]. Somit ist der experimentelle Nachweis sowie die gezielte Ausnutzung makroskopischer Quanteneffek-

te in Josephsonsystemen eng an die Fähigkeit geknüpft, die Ankopplung des Quantensystems an seine Umgebung kontrollieren zu können. Das geforderte Maß an Kontrolle stellt dabei eine hohe technologische Herausforderung dar, da Josephsonsysteme als festkörperbasierte Implementationen eines Quantenobjekts bereits intrinsisch Vielteilchensysteme sind und im Gegensatz zu bspw. einzelnen Ionen oder Atomen nicht so einfach von ihrer Umgebung isoliert werden können.

Das ehrgeizige Ziel aktueller Forschung ist es daher, den bereits im Bereich der Quantengase erreichten Grad an Kontrolle auf mesoskopische Festkörpersysteme zu übertragen, um so die Entwicklung maßgeschneiderter Quantenmaterie zu ermöglichen, die sich wiederum auf natürliche Weise in bestehende Halbleitertechnologien einbinden ließe und in ferner Zukunft die Realisierung von Quantencomputer [Ben80; Fey82; Fey85; DiV95; Llo96; AL97; Ste98; BD00; NC00; WS05; RDG⁺05] erlaubte.

Während makroskopisches Quantentunneln (MQT), Energielevelquantisierung (MEQ) und Quantenkohärenz (MQC) bereits in diversen Josephsonsystemen, namentlich im Fluß- [vdWtHW⁺00; FPC⁺00; CNHM03], Ladungs- [NPT99; NPT01; PYA⁺03] und Phasenregime [DMC85; MDC85; MDC87; MNA02; YHC⁺02], sowie MQT und MEQ für Fluxonen in langen Josephsonkontakten [WLL⁺03] experimentell nachgewiesen werden konnten und theoretisch wohl verstanden sind [MSS01; WKU04; WS05], stehen diese Untersuchungen für Semifluxonen bzw. fraktionale Flußwirbel noch aus.

Letztere weisen einige interessante Eigenschaften auf, die sie für etwaige Qubit-Realisierungen interessant machen. Zum einen sollten entsprechende Systeme vergleichsweise robust gegenüber externen Einflüssen und Dekohärenzeffekten sein, da fraktionale Flußwirbel den Grundzustand des Systems repräsentieren. Zum anderen stellen die zwei entarteten Zustände des Semifluxons, \uparrow und \downarrow , bereits auf natürliche Weise ein mesoskopisches Spin- $\frac{1}{2}$ -System dar, das durch äußere Ströme und Felder relativ einfach manipuliert und ausgelesen werden kann.

Allerdings existiert bisher noch keine allgemeine Theorie zur quantenmechanischen Beschreibung von Semifluxonen bzw. κ -Wirbeln; eine Ausarbeitung dieser Theorie ist Ziel des SFB/TR 21 (A5). Somit lassen sich bisher auch nur für einige spezielle Systeme konkrete Aussagen bzgl. ihrer Eigenschaften sowie eines Übergangs vom klassischen zum Quantenregime treffen.

Dieses Kapitel soll einen kurzen Überblick über den bisherigen Erkenntnisstand zu den Quanteneigenschaften fraktionaler Vortizes geben. Abschnitt 5.1 betrachtet den bereits im vorangegangenen Kapitel angesprochen Depinningprozeß eines einzelnen fraktionalen Vortex. Anschließend wird in Abschn. 5.2 die Möglichkeit diskutiert, Superpositionen der beiden Zustände, $\uparrow \leftrightarrow \downarrow$, eines einzelnen Semifluxons beobachten zu können. Abschnitt 5.3 betrachtet abschließend das Quantentunneln von Semifluxonen in $0-\pi-0$ -Kontakten.

5.1 Aktivierung eines fraktionalen Vortex

Betrachtet man den Depinningprozeß eines einzelnen fraktionalen Flußwirbels, d.h. die Emission eines Fluxons und das Umklappen des Vortex, so ist der korrespondierende kritische Biasstrom, γ_c nach Gl. (4.7), in Gegenwart thermischer Fluktuationen nicht wohldefiniert. Vielmehr erwartet man, kritische Ströme entsprechend einer charakteristischen statistischen Verteilung zu messen, analog zur Aktivierung der Josephsonphase in punktförmigen Kontakten. Es läßt sich also vermuten, daß hier ebenfalls bei $\gamma < \gamma_c$ ein Aktivierungsprozeß vorliegt, der durch thermische als auch Quantenfluktuationen getrieben wird.

Eine erste Analyse zeigt nun, daß sich der Depinningprozeß eines fraktionalen Vortex in grundsätzlicher Weise vom Aktivierungsprozeß eines Fluxons [KI96; SBJM97; WKU04] bzw. Fluxon-Antifluxonpaares [Hid85; SG90; SG97; Kat00; Kat01; FWK⁺03; KFW⁺05] sowie der Josephsonphase in punktförmigen Kontakten [HTB90] unterscheidet. Somit fehlt bisher ein entsprechender theoretischer Rahmen für detaillierte Analysen, allerdings widmet sich bereits ein Teilprojekt des SFB/TR 21 dieser spannenden Frage, so daß in näherer Zukunft mit ersten Antworten zu rechnen ist.

Es läßt sich jedoch vermuten, daß es sich auch in diesem Falle um einen nach Kramers beschreibbaren Aktivierungsprozeß mit vorerst unbekanntem Potential handelt. Hierdurch sollte die ebenfalls benötigte Anlauf Frequenz ω_0 der Eigenfrequenz des fraktionalen Vortex entsprechen, die im Rahmen dieser Arbeit bereits experimentell untersucht wurde. Es bleibt damit noch die Frage nach dem effektiven Potential bzw. der Barrierenhöhe offen.

Experimentell läßt sich diese durch Messung der Escaperate bei ver-

schiedenen Temperaturen bestimmen bzw. zumindest näher untersuchen. Sollte sich insbesondere eine Sättigung letzterer unterhalb einer gewissen Temperatur beobachten lassen, so wäre dies ein starker Indikator für einen Übergang zwischen dem thermischem und dem Quantenregime.

5.2 Quantentunneln eines Semifluxons

In diesem Abschnitt soll der Frage nachgegangen werden, ob sich bereits in einem einzelnen Semifluxon eine Superposition der beiden entarteten Grundzustände, $\uparrow \leftrightarrow \downarrow$, grundsätzlich beobachten läßt.

Betrachten wir hierzu einen langen, eindimensionalen Josephsonkontakt mit kontinuierlicher Josephsonphase $\mu(x, t)$. Die Dynamik des Systems läßt sich unter Vernachlässigung von Dämpfung und Strombias durch die Langrange-Funktion $L = K - U$ beschreiben, wobei

$$K = E_J \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_p^{-2} \frac{\mu_x^2}{2} dx \quad (5.1)$$

die kinetische und

$$U = E_J \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\lambda_J^2 \frac{\mu_x^2}{2} + [1 - \cos(\mu + \theta)] \right) dx \quad (5.2)$$

die potentielle Energie bezeichnet. E_J ist hierbei die Josephson-Kopplungsenergie pro Länge, λ_J und ω_p die Josephson-Eindringtiefe resp. Plasmafrequenz entsprechend Gl.(1.30) und (1.12). $\theta(x)$ beschreibt wie üblich die Position der 0- und π -Facette.

Für einen symmetrischen Kontakt mit Länge L ($-L/2 < x < L/2$) ist $\theta = \pi \mathbf{H}(x)$. Wie bereits diskutiert, stellt im Limit großer L ein einzelnes Semifluxon mit den zwei entarteten Einstellungen \uparrow und \downarrow den Grundzustand des Systems dar [XMT95; GKK02]. Die beiden Semifluxon-Lösungen μ^{PSF} , μ^{NSF} nach Gl. (1.45) lassen sich wie in Abb. 5.1 veranschaulicht als zwei Fäden bzw. elastische Saiten auffassen, die am Boden des Potentials $\mathcal{U}(x, \mu) = 1 - \cos(\mu + \theta)$ liegen.

Es ist schnell einzusehen, daß für das Tunneln zwischen den beiden Zuständen, $\uparrow \leftrightarrow \downarrow$, eine Hälfte der Saite den Potentialwall $\propto E_J L$ durchqueren muß, was für große L exponentiell unwahrscheinlich wird. Für $L > \lambda_J$ sind daher die Quantentunnelraten so klein, daß ein einzelnes

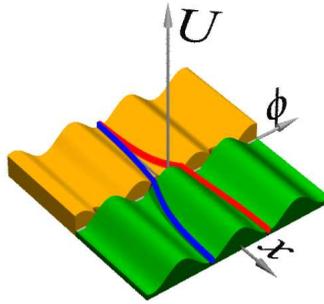


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der zwei entarteten Semifluxonlösungen μ_{\pm} eines langen $0\text{-}\pi$ Kontakts. Sie entsprechen den eingezeichneten Saiten (blau & rot), die entsprechend der Potentiallandschaft $U(x, \mu) = 1 - \cos(\mu + \theta)$ die Gesamtzustandsenergie minimieren.

Semifluxon immer klassisches Verhalten zeigen wird. Jedoch besteht auch die Möglichkeit, den Wechsel der Potentialmulde, also das Umklappen des Vortex, durch Emission eines Fluxons zu erzielen. Hierfür ist selbst bei einem unendlich langen $0\text{-}\pi$ -Kontakt „nur“ die Energie $\sim 8E_J\lambda_J$ nötig, die allerdings immer noch so groß ist, daß dieser Prozeß keine Rolle spielt.

Alternativ läßt sich der Fall $L < \lambda_J$ diskutieren. Unter diesen Umständen kann nicht mehr wirklich von einem Semifluxon gesprochen werden, da der entsprechende Fluß des Vortex nur noch einen Bruchteil von $\Phi_0/2$ beträgt. Trotz dieser Einschränkung lohnt sich eine weitere Betrachtung. Allerdings existiert bisher noch kein theoretisches Grundgerüst für die Beschreibung der Quantendynamik eines einzelnen $0\text{-}\pi$ -Kontakts, so daß hier vorerst folgender, approximativer Ansatz [GVS⁺]

$$\mu(x) = \begin{cases} Q + \frac{1}{2} \sin(Q) \frac{x(x+L)}{\lambda_J^2}, & x < 0, \\ Q - \frac{1}{2} \sin(Q) \frac{x(x-L)}{\lambda_J^2}, & x > 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

für die Zustandsbeschreibung des Systems gewählt wird. Dieser erfüllt die Randbedingung $\mu_x(\pm L/2) = 0$, und $Q = Q_0 = \pm\pi/2$ korrespondiert mit den zwei wohlunterscheidbaren klassischen Grundzuständen, $Q = n\pi$ hingegen mit den instabilen Lösungen der SGG (mit maximaler Energie $U_{\max} = E_J L$). Ansatz (5.3) ist dabei den Kalkulationen zur Quantendynamik in so genannten d-dots [KAM⁺04; KMKI05] entlehnt. Letztere

sind Kompositstrukturen aus d-Wellen und s-Wellen Supraleitern, wobei üblicherweise ein kleines, quadratisches Stück d-Wellen Supraleiter in einen s-Wellen Supraleiter eingebettet wird. Es zeigt sich nun, daß die Phasentopologie kurzer $0-\pi$ -Kontakte und bestimmter d-dots äquivalent ist.

Da die SGG die Dynamik eines Vielteilchensystems beschreibt und es sich bei $\mu(x)$ um eine kontinuierliche (Feld-)Variable handelt, stellt die Identifizierung einer kollektiven Variable, entlang derer sich das gesamte System entwickelt, eine erhebliche Vereinfachung dar. Mittels dieser kollektiven Koordinate ist es möglich, das ursprüngliche Vielteilchenproblem auf die Dynamik eines *einzelnen*, virtuellen Teilchens mit effektiver Masse M abzubilden, das sich in einem zu bestimmenden, eindimensionalen Potential bewegt.

Wie Gl. (5.3) zeigt, erlaubt die Änderung von Q einen kontinuierlichen Übergang zwischen den beiden klassischen Lösungen $\uparrow \leftrightarrow \downarrow$. Unter der Annahme, daß Q diese gesuchte kollektive Koordinate ist, entlang derer ein Übergang des Systems von einer klassischen Lösung zur anderen erfolgt, kann die potentielle Energie des Systems als Funktion von Q bestimmt werden. Hierzu substituiert man den Ansatz (5.3) in Gl. (5.2) und erhält

$$U(Q) = E_J \lambda_J \left(l - \frac{l^3}{24} \sin^2 Q \right), \quad (5.4)$$

wobei $l = L/\lambda_J$ die normierte Länge des Kontakts bezeichnet. Offensichtlich beträgt die Energiebarriere zwischen den beiden klassischen Grundzuständen gerade

$$\Delta U = E_J \lambda_J \frac{l^3}{24}. \quad (5.5)$$

Um nun die Dynamik des Systems zu beschreiben, betrachtet man die zeitliche Entwicklung von $Q = Q(t)$.

Die zu der Bewegung des virtuellen Teilchens korrespondierende Masse läßt sich durch Substitution von (5.3) in Gl. (5.1) identifizieren:

$$K(\dot{Q}) = E_J \lambda_J \frac{l}{\omega_p^2} \left[1 + \frac{l^4 \cos^2(Q)}{120} \right] \frac{\dot{Q}^2}{2} \approx \frac{E_J \lambda_J}{\omega_p^2} l \frac{\dot{Q}^2}{2}. \quad (5.6)$$

Mit $K(\dot{Q}) \equiv M\dot{Q}^2/2$ folgt

$$M = \frac{E_J \lambda_J}{\omega_p^2} l. \quad (5.7)$$

Entsprechend läßt sich die charakteristische Frequenz kleiner Phasenoszillationen um $Q = \pm\pi/2$ bestimmen:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''}{M}} \Big|_{Q=\pi/2} = \omega_p \frac{L}{2\lambda_J\sqrt{3}}, \quad (5.8)$$

die aufgrund der Symmetrie von $U(Q)$ identisch für die beiden klassischen Lösungen ist.

Mit diesen Parameter kann bereits grob abgeschätzt werden, wann mit beobachtbaren Quanteneffekten zu rechnen ist.

Übergang zwischen Quanten- und klassischem Regime

Für die folgenden Abschätzungen läßt sich auf das Modell des harmonischen Oszillators zurückgreifen, dessen Grundzustandsausdehnung durch

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\hbar}{M\omega_0} \quad (5.9)$$

bestimmt ist. Zwar ist $U(Q)$ kein parabolisches Potential, kann aber um die Minima $Q = Q_0 = \pm\pi/2$ für hinreichend große Energiebarrieren gut durch ein solches approximiert werden. Dies erlaubt eine Abschätzung der Ausdehnung der Wellenfunktion innerhalb einer einzelnen Potentialmulde. Mit (5.7), (5.8) und (5.9) ergibt sich

$$\langle \delta Q^2 \rangle = \langle Q^2 \rangle - Q_0^2 = \frac{\hbar\omega_p}{E_J\lambda_J} \frac{2\sqrt{3}}{l^2}. \quad (5.10)$$

Quanteneffekte werden bedeutsam, wenn die Wellenfunktionen in den beiden Potentialmulden überlappen, wobei dieser Überlapp merklich aber auch nicht zu groß ausfallen darf, da in letzterem Fall keine deutliche Trennung der beiden Zustände mehr möglich ist. Setzt man für die minimale Ausdehnung der Wellenfunktion das (recht beliebige) Kriterium $\langle \delta Q^2 \rangle \gtrsim 0.1Q_0^2$ an, so werden ab

$$\frac{\langle \delta Q^2 \rangle}{Q_0^2} = \frac{\hbar\omega_p}{E_J\lambda_J} \frac{8\sqrt{3}}{\pi^2 l^2} \gtrsim 0.1 \quad (5.11)$$

Quanteneffekte bedeutend.

Darüber hinaus läßt sich bestimmen, wann die thermischen Fluktuationen

nen vergleichbar mit der Barrierenhöhe werden. Die Übergangstemperatur ist durch

$$T^* = \frac{\Delta U}{k_B} = \frac{E_J \lambda_J}{k_B} l^3 \quad (5.12)$$

gegeben. Man beachte dabei die empfindliche Längenabhängigkeit mit $T^* \propto l^3$.

Setzt man für die weitere Analyse einmal typische Fertigungsparameter [Hyp] von $\lambda_L = 100$ nm, $C' = 4.1 \mu\text{F}/\text{cm}^2$ und $j_c = 100$ A/cm² sowie eine Kontaktbreite von $w = 1 \mu\text{m}$ an, so sollten Quanteneffekte nach (5.11) für $L \lesssim L^* = 0.17\lambda_J \approx 7 \mu\text{m}$ bedeutend werden. Damit jedoch der Tunnelprozeß durch die Potentialbarriere zu einer Energieaufspaltung der Grundzustände im Bereich $\gtrsim k_B T \approx 20$ mK führt, sollte der Kontakt nicht länger als $\simeq 0.1\lambda_J$ sein. Für $l = 0.1$ beträgt die Übergangstemperatur $T^* \approx 35$ mK und fällt damit vergleichsweise niedrig aus.

Letztere liegt im Grenzbereich von ³He/⁴He-Mischkryostaten und ist deutlich kleiner als T^* anderer Typen von Qubits auf Basis von Josephsonkontakten [NPT99; WLL⁺03; MOL⁺99; vdWtHW⁺00].

Aufgrund der erforderlichen, sehr kurzen Kontaktlängen, $\lesssim 7 \mu\text{m}$, werden sich Quanteneffekte kaum in künstlichen $0-\pi$ -Kontakten untersuchen lassen. SIFS-Kontakte hingegen sind geeignete Kandidaten für diese Experimente, da deren niedrige kritische Stromdichte selbst für $L \ll 0.17\lambda_J$ noch vergleichsweise leicht handhabbare Kontaktdimensionen im Bereich von $L \sim 10 \mu\text{m}$ erlaubt [WKK⁺06].

Neben den bereits erwähnten technologischen Schwierigkeiten stellt die Detektion des Vortexzustandes eine Herausforderung dar. Für $l \approx 0.1$ trägt der Vortex nur noch $\approx 1\% \Phi_0$ an magnetischem Fluß.

Im Hinblick auf eine mögliche Qubit-Implementation läßt sich festhalten, daß das Energiespektrum wie erforderlich nicht äquidistant, der Abstand höherer Energieniveaus zu den beiden untersten allerdings vergleichsweise klein ausfällt. Hierbei tritt darüber hinaus der interessante Fall auf, daß das 2. Energieniveau für $l \lesssim 0.1$ oberhalb von U_0 lokalisiert ist, also nur noch das niedrigste Niveau unterhalb der maximalen Potentialhöhe liegt. Inwiefern dies nachteilig oder vielleicht auch vorteilig ist, kann nur im Rahmen eines tiefergehenden theoretischen Verständnisses des Quantenverhaltens eines einzelnen Semifluxons beantwortet werden. Somit läßt sich z.Z. nicht abschließend sagen, welches Potential kurze $0-\pi$ -Kontakte bzgl. der Beobachtung makroskopischer Quanteneffekte ber-

gen oder ob sie als Basis für ein Qubit Eignung finden.

5.3 Quantentunneln in Semifluxon-Molekülen

Analog zu dem im vorangegangenen Abschnitt diskutierten Fall eines einzelnen Semifluxons läßt sich das nächst komplexere System eines Vortex-Moleküls bzgl. MQE analysieren, wobei im Folgenden ein ausgedehnter $0\text{-}\pi\text{-}0$ -Kontakt ohne extern angelegten Biasstrom ($\gamma = 0$) betrachtet werden soll.

Nach Ref. [KI97; GKK03] entspricht der Grundzustand dieses Systems zwei antiferromagnetisch geordnete Semifluxonen, wobei die beiden möglichen Konfigurationen, $\uparrow\downarrow$ und $\downarrow\uparrow$, energetisch entartet sind. Allerdings wird dieser Grundzustand nur dann realisiert, wenn die Länge der π -Facette a größer als die kritische Länge $a_c = \pi\lambda_J/2$ ist¹. Für $a < a_c$ bleibt die spontane Bildung fraktionaler Flußwirbel aus und der Grundzustand entspricht dem Flachphasenzustand $\mu(x) \equiv 0$. Abbildung 5.2 verdeutlicht diesen Übergang um a_c .

Wiederum läßt sich die Frage stellen, ob ein Quantentunneln zwischen den beiden möglichen Konfigurationen, $\uparrow\downarrow \leftrightarrow \downarrow\uparrow$, beobachtbar ist. Die nachfolgenden Ausführungen sind dabei eine Zusammenfassung der Ergebnisse von Ref. [GVC⁺05], in der sich entsprechende, hier nicht präsentierte Details nachlesen lassen.

Betrachten wir also, wie in Abb. 5.3 illustriert, einen unendlich langen und bzgl. $x = 0$ symmetrischen $0\text{-}\pi\text{-}0$ -Kontakt, dessen π -Facette die Länge $a = a_c + \delta a$ haben soll, so daß

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & |x| > \frac{a}{2}, \\ \pi, & |x| < \frac{a}{2}, \end{cases} \quad (5.13)$$

gilt. Für $a > a_c$ kommt es zu nennenswertem Quantentunneln, wenn die Potentialbarriere zwischen den Zuständen $\uparrow\downarrow \leftrightarrow \downarrow\uparrow$, welche durch die Energie des instabilen Flachphasenzustands bestimmt wird, hinreichend klein, also $\delta a \ll \lambda_J$ ist. Für $\delta a \rightarrow 0$ verschwindet die Energiebarriere, ebenso wie die beiden Vortextzustände.

Im Fall $\delta a \ll \lambda_J$ läßt sich die statische Lösung der SGG, μ , wie folgt

¹Für $|\gamma| > 0$ ist $a_c = 0$.

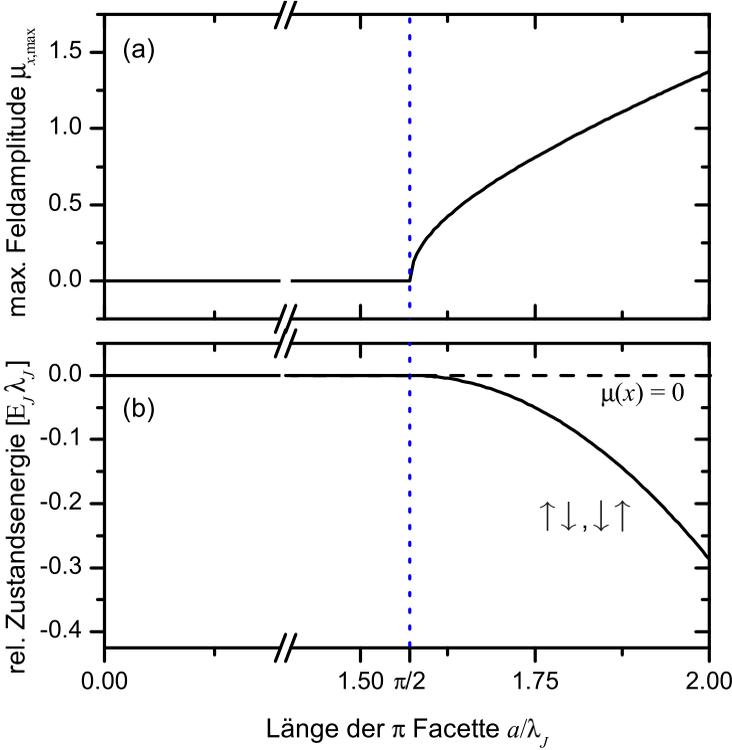


Abbildung 5.2: Maximale magnetische Feldamplitude $\mu_{x,\max}$ der beiden Semifluxonen (a) sowie die relative Energie des Grundzustands zum Flachphasenzustand (b) in Abhängigkeit von der Länge der π -Facette (Näherung für kleine $a - a_c$).

parametrisieren:

$$\mu(x) = B \begin{cases} \cos\left(\frac{a}{2\lambda_J}\right) \exp\left(\frac{a}{2\lambda_J}\right) \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_J}\right), & |x| > \frac{a}{2}, \\ \cos\left(\frac{x}{2\lambda_J}\right), & |x| < \frac{a}{2}. \end{cases} \quad (5.14)$$

Eine Variation von B erlaubt dabei den kontinuierlichen Übergang zwischen den beiden klassischen Grundzuständen $\uparrow\downarrow$ und $\downarrow\uparrow$, die für $B = \pm B_0$ realisiert werden ($B = \pm B_0$ minimiert die potentielle Energie). Analog zu den Betrachtungen im Falle eines einzelnen Semifluxons spielt hier also B die Rolle der kollektiven Koordinate.

Um die gesuchte Dynamik des Systems abbilden zu können, muß wieder die mit der kollektiven Koordinate $B(t)$ assoziierte Masse M sowie

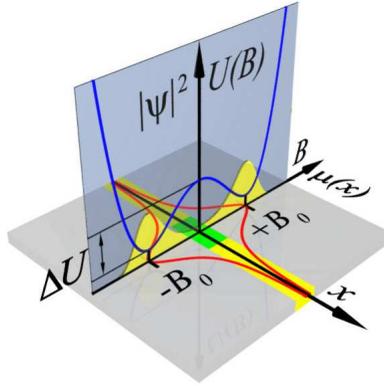


Abbildung 5.4: Schematische Darstellung der beiden klassischen Grundzustände $\uparrow\downarrow$ und $\downarrow\uparrow$, sowie der Abbildung der Systementwicklung auf die Dynamik eines virtuellen Teilchens, das sich entlang der Koordinate B im effektiven 1D-Potential $U(B)$ bewegt. Die quantenmechanische Betrachtung erlaubt eine Aussage über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi(B)|^2$ des Teilchens (gelb ausgefüllte Flächen).

berücksichtigt werden:

$$U(B, \delta\tilde{a}) \approx E_J \lambda_J \left(\frac{\pi + 2}{128} B^4 - \frac{1}{2} \delta\tilde{a} B^2 + 2\delta\tilde{a} + \pi \right). \quad (5.17)$$

Für gegebenes $\delta\tilde{a}$ ist $U(B)$ ein Doppelmuldenpotential, wie es in Abb. 5.4 dargestellt ist. Die beiden Minima bei $B = \pm B_0$ mit

$$B_0 = \sqrt{\frac{32}{\pi + 2}} \sqrt{\delta\tilde{a}} \quad (5.18)$$

entsprechen den zwei klassischen Zuständen $\uparrow\downarrow$, $\downarrow\uparrow$ und sind durch eine Potentialbarriere

$$\Delta U = \frac{8}{\pi + 2} E_J \lambda_J \delta\tilde{a}^2 \quad (5.19)$$

voneinander getrennt.

Die Frequenz kleiner Oszillationen um die Ruhelagen $B = \pm B_0$ beträgt

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''}{M}} = \sqrt{\frac{8}{\pi + 4}} \omega_p \sqrt{\delta\tilde{a}}. \quad (5.20)$$

Übergang vom klassischen ins Quantenregime

Analog zu den Betrachtungen für ein einzelnes Semifluxon läßt sich auch in diesem Fall bestimmen, unterhalb welcher Temperatur und für welche Länge der π -Region die Dynamik innerhalb des Doppelmuldenpotentials von Quanteneffekten dominiert wird.

Ausgehend von einer harmonischen Näherung der beiden Potentialmulden um $B = \pm B_0$ läßt sich die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion nach Gl. (5.9) zu

$$\langle \delta B^2 \rangle = \langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2 = \frac{\hbar}{M\omega_0} = \frac{2}{\sqrt{4+\pi}} \frac{\hbar\omega_p}{E_J\lambda_J} \frac{1}{\sqrt{\delta\tilde{a}}} \quad (5.21)$$

abschätzen, wobei die effektive Masse (5.16) und Kleinamplitudenfrequenz (5.20) verwendet wurden.

Setzt man wieder ein Kriterium von $\langle \delta B^2 \rangle \gtrsim 0.1B_0^2$ für das Einsetzen quantenmechanischen Verhaltens sowie typische Prozeßparameter [Hyp]² an, so sollten, entsprechend

$$\frac{\langle \delta B^2 \rangle}{B_0^2} \approx 3 \times 10^{-4} \delta\tilde{a}^{-3/2} \gtrsim 0.1, \quad (5.22)$$

für $\delta\tilde{a} \lesssim 0.02$ Quanteneffekte dominieren. Die Übergangstemperatur,

$$T^* = \frac{\Delta U}{k_B} = \frac{E_J\lambda_J}{k_B} \frac{8}{\pi+2} \delta\tilde{a}^2, \quad (5.23)$$

liegt für $\delta\tilde{a} = 0.01$ mit $T^* \approx 130$ mK im Zugangsbereich eines ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ -Mischkryostaten und ist damit, im Gegensatz zum einzelnen Semifluxon, vergleichbar mit der verwandter Fluß- bzw. Fluxon-basierter Qubit-Systeme.

Durch Betrachtung der Schrödinger-Gleichung des approximativen Einteilchensystems läßt sich der Tunnelprozeß zwischen den beiden klassischen Zuständen noch detaillierter untersuchen und insbesondere die Energie der Tunnelaufspaltung (Energiedifferenz der beiden niedrigsten Eigenzustände) berechnen [GVC⁺05]. Diese liegt, unter Annahme der bereits erwähnten typischen Fertigungsparameter, im Bereich von ~ 1 GHz ($\times 2\pi\hbar$) und sollte damit experimentell gut detektierbar sein. Aus experimenteller Sicht stellt der enge Parameterbereich von $\delta\tilde{a} \lesssim 0.02$

² $\lambda_L = 100$ nm, $C' = 4.1$ $\mu\text{F}/\text{cm}^2$, $j_c = 100$ A/cm² und Kontaktbreite von $w = 1$ μm

eine große Herausforderung dar. Setzt man eine Josephsoneindringtiefe im Bereich von $\sim 50 \mu\text{m}$ an, was sich mit Nb-AlO_x-Nb-Kontakten problemlos und mit SIFS-Kontakten in hoffentlich naher Zukunft realisieren läßt, so erfordert $\delta\tilde{a} = 0.01 \pm 50\%$ eine Genauigkeit von $\approx 5 \times 10^{-3} \lambda_J = 250 \text{ nm}$ bei der Strukturierung der π -Facette. Diese Anforderung entspannt sich zwar noch etwas, wenn man die Eindringtiefen aktuell verfügbarer SIFS-0- π -Kontakte ansetzt ($\approx 200 \mu\text{m}$), allerdings steigt hierdurch auch die Gesamtlänge des Kontakts und überschreitet schnell praktikable Dimensionen ($\sim \text{mm}$).

Jedoch verbessert sich die Situation, wenn man anstelle von Semifluxonen fraktionale Vortizes mit $\kappa = \pi + \delta\kappa$ betrachtet. Durch Variation von κ läßt sich der Übergang an a_c in gewissen Grenzen anpassen, so daß sich die Anforderungen an die Genauigkeit bei der Strukturierung der Probe reduzieren.

Darüber hinaus zeigen erste numerische Simulationen, daß der scharfe Übergang an a_c im Falle ausgedehnter Injektoren ausbleibt. Vielmehr ist der Flachphasenzustand auch für $a < a_c$ nicht stabil und es findet eine kontinuierliche Ausbildung des Vortexzustands statt.

Somit bestehen tatsächlich realistische Aussichten, in absehbarer Zeit experimentelle Untersuchungen zum Quantentunneln in Semifluxonmolekülen durchführen zu können.

5.4 Zusammenfassung

Über das Verhalten von fraktionalen Flußwirbeln als Quantenobjekte ist bisher kaum etwas bekannt; experimentelle Erfahrungen liegen nicht vor und theoretisch wurden bisher nur einige Spezialfälle analysiert.

Letztere Analysen zeigen, daß sich in sehr kurzen 0- π -Kontakten, $L \lesssim 0.17\lambda_J$ und Temperaturen unterhalb von $T^* \simeq 35 \text{ mK}$ Quanteneffekte im Verhalten eines einzelnen Semifluxons bemerkbar machen sollten. Auch für zwei gekoppelte, antiferromagnetisch geordnete Semifluxonen, wie sie in 0- π -0-Kontakten auftreten, werden Quanteneffekte dominierend, wenn die Länge der π -Region $a_c = (\pi/2)\lambda_J$ geringfügig ($\lesssim 0.02\lambda_J$) übersteigt. Die entsprechenden Übergangstemperaturen liegen dabei im Bereich von $T^* \simeq 130 \text{ mK}$.

Komplizierter stellt sich die Situation für den Fall des Quantentunnelprozesses $\uparrow \rightarrow \uparrow + \downarrow$, also das Umklappen eines fraktionalen Vortex unter

Aussendung eines Fluxons, dar. Hierfür lassen sich bisher noch keine theoretischen Vorhersagen treffen. Allerdings besteht der begründete Verdacht, daß auch in diesem Falle ein Aktivierungsprozeß nach Kramers vorliegt. Folgt man diesem Ansatz, so bleibt zwar das entsprechende Aktivierungspotential weiterhin unbekannt, jedoch entspräche die Anlauffrequenz ω_0 der bereits bestimmten Eigenfrequenz des Vortex.

Ausblick

Fractionale Flußwirbel sind sehr interessante Objekte, deren theoretische und experimentelle Untersuchung noch weit davon entfernt ist, abgeschlossen zu sein. Während das Verständnis der klassischen Dynamik von κ -Wirbeln, ob als Einzelobjekt, in Molekülen oder Kristallen, bereits weit fortgeschritten ist und hier vor allem komplexere Systeme aus mehreren Vortizes im Fokus nächster Experimente stehen, sind die Erkenntnisse über das quantenmechanische Verhalten fraktionaler Vortizes selbst in fundamentalen Fragen noch sehr beschränkt.

Nahziel nächster Experimente ist es daher, die bereits an einem einzelnen κ -Wirbel durchgeführten spektroskopischen Untersuchungen an Vortex-Molekülen und nächst komplexeren Systemen zu wiederholen. Hier empfiehlt es sich, nicht nur bei 4.2 K zu experimentieren, sondern die Proben temperatur als aktiv kontrollierbaren Parameter einsetzen zu können. Eine deutliche Absenkung der Temperatur ermöglichte insbesondere eine Resonanzspektroskopie bei niedrigeren Frequenzen und damit auch niedrigeren Mikrowellenleistungen. Darüber hinaus erlaubte eine Temperaturkontrolle und -absenkung eine weitergehende Analyse des Aktivierungsprozesses eines einzelnen fraktionalen Vortex, d.h. des Umklappens eines κ -Wirbels unter Emission eines Fluxons.

Erste Untersuchungen bis ~ 300 mK können dabei noch in einem ^3He -Kryostaten durchgeführt werden, jedoch ist der Wechsel auf einen $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkryostaten, mit dem sich Basistemperaturen im Bereich von ~ 20 mK erreichen lassen, unausweichlich. Experimente zu makroskopischen Quanteneffekten in κ -Vortex-Systemen sind nur in diesem Temperaturbereich möglich.

Ein entsprechender Mischkryostat wurde im Rahmen dieser Arbeit bereits aufgebaut und seine korrekte Funktionweise demonstriert; die

erreichte Endtemperatur liegt bei < 30 mK. Jedoch ist dies nur der erste Schritt und es sind noch große Anstrengungen nötig, um diese Temperatur auch in einem entsprechenden Experiment zu erreichen. Eine sorgsame thermische Ankopplung der Probe, die sorgfältige Filterung aller elektrischen Verbindungen und eine rigorose Abschirmung der Probe von der Außenwelt ist hier von immanenter Bedeutung. Hierauf konzentrieren sich die Anstrengungen der nächsten Zeit.

Literaturverzeichnis

- [AB63] V. Ambegaokar and A. Baratoff. Tunneling between superconductors. *Phys. Rev. Lett.*, 10:486, 1963.
- [Agr95] G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, Inc., Boston, New York, London, 1995.
- [AL97] D. S. Abrams and S. Lloyd. Simulation of many-body fermi systems on a universal quantum computer. *Phys. Rev. Lett.*, 79(13):2586–2589, 1997.
- [Arr89] S. Arrhenius. Über die Reaktionsgeschwindigkeit der Umwandlung von Rohrzucker durch Säuren. *Z. Phys. Chem.*, 4:226, 1889.
- [BBP82] A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii, and S. V. Panyukov. Critical-current oscillations as a function of the exchange field and thickness of the ferromagnetic metal (F) in an S-F-S Josephson junction. *JETP Lett.*, 35:178, 1982.
- [BCS57] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, 108(5):1175–1204, 1957.
- [BCS85] A. Barone, R. Cristiano, and P. Silvestrini. Supercurrent decay in underdamped Josephson junctions: Nonstationary case. *J. Appl. Phys.*, 58(10):3822–3826, 1985.
- [BD00] C.H. Bennett and D.P. DiVincenzo. Quantum information and computation. *Nature*, 404:247, 2000.

- [Ben80] P. Benioff. The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines. *J. Stat. Phys.*, 22:563–591, 1980.
- [BGI01] Gianni Blatter, Vadim B. Geshkenbein, and Lev B. Ioffe. Design aspects of superconducting-phase quantum bits. *Phys. Rev. B*, 63:174511, 2001.
- [BGS⁺07] K. Buckenmaier, T. Gaber, M. Siegel, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. Spectroscopy of the fractional vortex eigenfrequency in a long Josephson $0-\kappa$ junction. *Phys. Rev. Lett.*, 98:117006, 2007.
- [BHL83] M. Büttiker, E. P. Harris, and R. Landauer. Thermal activation in extremely underdamped Josephson-junction circuits. *Phys. Rev. B*, 28(3):1268–1275, 1983.
- [BK91] A. I. Buzdin and M. Yu. Kuriyanov. Josephson junction with a ferromagnetic layer. *JETP Lett.*, 53:321–326, 1991.
- [BK03] A. Buzdin and A. E. Koshelev. Periodic alternating 0 - and π -junction structures as realization of ϕ -Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 67, 2003.
- [BK04] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung*. Wiley-VCH, 6. edition, 2004.
- [BKPS75] C. K. Bak, B. Kofoed, N. F. Pedersen, and K. Saermark. Parametric excitation of plasma oscillations in a Josephson tunnel junction. *J. Appl. Phys.*, 46(2):886–889, 1975.
- [BKS77] L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin. Superconducting system with weak coupling to the current in the ground state. *JETP Lett.*, 25(7):290–294, 1977. [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 25, 314 (1977)].
- [BKS78] L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin. On possibility of the spontaneous magnetic flux in a Josephson junction containing magnetic impurities. *Solid Stat. Comm.*, 25:1053–1057, 1978.

- [BLT⁺06] T. Bauch, T. Lindström, F. Tafuri, G. Rotoli, P. Delsing, T. Claeson, and F. Lombardi. Quantum dynamics of a d -wave Josephson junction. *Science*, 311:57–60, 2006.
- [BMU96] P. Barbara, R. Monaco, and A. V. Ustinov. Model for the fine structure of zero field steps in long Josephson tunnel junctions and its comparison with experiment. *J. Appl. Phys.*, 79(1):327–333, 1996.
- [BP82] A. Barone and G. Paternò. *Physics and Applications of the Josephson Effect*. John Wiley & Sons, Inc., 1982.
- [Bre06] M. Brendle. *Strom-Rampen-Generator RampGen*. Physikalisches Institut, Tübingen, 2006.
- [BSH⁺06] F. Born, M. Siegel, E. K. Hollmann, H. Braak, A. A. Golubov, D. Yu. Gusakova, and M. Yu. Kupriyanov. Multiple 0 - π transitions in SIFS Josephson tunnel junctions. *cond-mat/0604277*, 2006.
- [Buc06] K. Buckenmaier. Eigenfrequenzen von fraktionalem Flußwirbeln in langen Josephson Kontakten. Diplomarbeit, Universität Tübingen, Deutschland, 2006.
- [Buz05] A. I. Buzdin. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures. *Rev. Mod. Phys.*, 77:935–976, 2005.
- [CFD94] Jean Guy Caputo, Nikos Flytzanis, and Michel Devoret. Dressed fluxon in a Josephson window junction. *Phys. Rev. B*, 50(9):6471–6474, 1994.
- [CFK⁺99] Jean-Guy Caputo, Nikos Flytzanis, Vladislav Kurin, Nikos Lazarides, and Emmanuel Vavalis. Effective sine-gordon model for the static properties of narrow window junctions. *J. Appl. Phys.*, 85(10):7291–7301, 1999.
- [CFV96] Jean-Guy Caputo, Nikos Flytzanis, and Emmanuel Vavalis. Effect of geometry on fluxon width in a Josephson junction. *Int. J. Mod. Phys. C*, 7(2):191–216, 1996.

- [CL81] A. O. Caldeira and A. J. Leggett. Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 46(4):211–214, 1981.
- [CLT⁺96] M. G. Castellano, R. Leoni, G. Torrioli, F. Chiarello, C. Cosmelli, A. Costantini, G. Diambri-Palazzi, P. Carelli, R. Cristiano, and L. Frunzio. Switching dynamics of Nb/AlO_x/Nb Josephson junctions: Measurements for an experiment of macroscopic quantum coherence. *J. Appl. Phys.*, 80(5):2922–2928, 1996.
- [CMC88] Andrew N. Cleland, John M. Martinis, and John Clarke. Measurement of the effect of moderate dissipation on macroscopic quantum tunneling. *Phys. Rev. B*, 37(10):5950–5953, 1988.
- [CNHM03] I. Chiorescu, Y. Nakamura, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij. Coherent quantum dynamics of a superconducting flux qubit. *Science*, 299(5614):1869–1871, Mar 2003.
- [CTC⁺96] M. G. Castellano, G. Torrioli, C. Cosmelli, A. Costantini, F. Chiarello, P. Carelli, G. Rotoli, M. Cirillo, and R. L. Kautz. Thermally activated escape from the zero-voltage state in long Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 54(21):15417–15428, 1996.
- [Dö6] D. Dönitz. *Abbildung von Stromverteilungen in supraleitenden Dünnfilmstrukturen*. Doktorarbeit, Universität Tübingen, Deutschland, 2006.
- [DAB97] E. A. Demler, G. B. Arnold, and M. R. Beasley. Superconducting proximity effects in magnetic metals. *Phys. Rev. B*, 55:15174, 1997.
- [DDF⁺68] A. J. Dahm, A. Denenstein, T. F. Finnegan, D. N. Langenberg, and D. J. Scalapino. Study of the Josephson plasma resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 20(16):859, 1968.
- [DEKK99] Pavel N. Dmitriev, Andrey B. Ermakov, Alla G. Kovalenko, and Valery P. Koshelets. Niobium tunnel junctions.

- tions with multi-layered electrodes. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, page 3970, 1999.
- [DEM⁺87] Michel H. Devoret, Daniel Esteve, John M. Martinis, Andrew Cleland, and John Clarke. Resonant activation of a brownian particle out of a potential well: Microwave-enhanced escape from the zero-voltage state of a Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 36(1):58–73, 1987.
- [DiV95] D. P. DiVincenzo. Quantum computation. *Science*, 270:255–261, 1995.
- [DM04] M. H. Devoret and J. H. Martinis. Implementing qubits with superconducting integrated circuits. In *Quantum Information Processing, Vol.3*, pages 163–203. Springer Science+Business Media B.V., 2004.
- [DMC85] Michel H. Devoret, John M. Martinis, and John Clarke. Measurements of macroscopic quantum tunneling out of the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 55(18):1908–1911, 1985.
- [DMEC84] Michel H. Devoret, John M. Martinis, Daniel Esteve, and John Clarke. Resonant activation from the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 53(13):1260–1263, 1984.
- [EDM86] Daniel Esteve, Michel H. Devoret, and John M. Martinis. Effect of an arbitrary dissipative circuit on the quantum energy levels and tunneling of a Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 34(1):158–163, 1986.
- [ESA84] Ulrich Eckern, Gerd Schön, and Vinay Ambegaokar. Quantum dynamics of a superconducting tunnel junction. *Phys. Rev. B*, 30(11):6419–6431, 1984.
- [FD73] T. A. Fulton and R. C. Dynes. Single vortex propagation in Josephson tunnel junctions. *Solid State Commun.*, 12:57, 1973.

- [FD74] T. A. Fulton and L. N. Dunkleberger. Lifetime of the zero-voltage state in Josephson tunnel junctions. *Phys. Rev. B*, 9(11):4760–4768, 1974.
- [Fer65] Richard A. Ferrell. Josephson tunneling and quantum mechanical phase. *Phys. Rev. Lett.*, 15(12):527–529, Sep 1965.
- [Fey82] R. P. Feynman. Simulating physics with computers. *Int. J. Theo. Phys.*, 21:467, 1982.
- [Fey85] R. P. Feynman. Quantum mechanical computers. *Opt. News*, 11:11, February 1985. Re-print in *Found. Phys.*, 16 (6):507–531.
- [FLC⁺00] N. Flytzanis, N. Lazarides, A. Chiginev, V. Kurin, and J. G. Caputo. Dynamics of fluxons in narrow window junctions. *J. Appl. Phys.*, 88(7):4201–4211, 2000.
- [FP06] K. G. Fedorov and A. L. Pankratov. Life time of superconductive state in long Josephson junction. *cond-mat/0607757*, 2006.
- [FPC⁺00] J.R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S.K. Tolpygo, and J.E. Lukens. Quantum superposition of distinct macroscopic states. *Nature*, 406:43, 2000.
- [FU00] M. V. Fistul and A. V. Ustinov. Libration states of a nonlinear oscillator: Resonant escape of a pinned magnetic fluxon. *Phys. Rev. B*, 63(2):024508, 2000.
- [FWK⁺03] M. V. Fistul, A. Wallraff, Y. Koval, A. Lukashenko, B. A. Malomed, and A. V. Ustinov. Quantum dissociation of a vortex-antivortex pair in a long Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 91(25):257004, 2003.
- [Gar95] Anupam Garg. Escape-field distribution for escape from a metastable potential well subject to a steadily increasing bias field. *Phys. Rev. B*, 51(21):15592–15595, 1995.

- [GG⁺05] T. Gaber, E. Goldobin, A. Sterck, R. Kleiner, D. Koelle, M. Siegel, and M. Neuhaus. Non-ideal artificial phase discontinuity in long Josephson $0-\kappa$ -junctions. *Phys. Rev. B*, 72:054522, 2005.
- [GJC04] Niels Grønbech-Jensen and Matteo Cirillo. ac-induced thermal vortex escape in magnetic-field-embedded long annular Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 70(21):214507, 2004.
- [GJCC⁺04] N. Grønbech-Jensen, M. G. Castellano, F. Chiarello, M. Cirillo, C. Cosmelli, L. V. Filippenko, R. Russo, and G. Torrioli. Microwave-induced thermal escape in Josephson junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 93(10):107002, 2004.
- [GK06] D. Gulevich and F. Kusmartsev. Switching phenomena in an annular Josephson junction. *Physica C*, 435:87–91, 2006.
- [GKI04] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev. The current-phase relation in Josephson junctions. *Rev. Mod. Phys.*, 76:411–469, 2004.
- [GKK02] E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner. Semifluxons in long Josephson $0-\pi$ -junctions. *Phys. Rev. B*, 66:100508, 2002.
- [GKK03] E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner. Ground state and bias current induced rearrangement of semifluxons in $0-\pi$ -Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 67:224515, 2003.
- [GKK04] E. Goldobin, D. Koelle, and R. Kleiner. Ground states of one and two fractional vortices in long Josephson $0-\kappa$ junctions. *Phys. Rev. B*, 70:174519, 2004.
- [GLB87] V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and A. Barone. Vortices with half magnetic flux quanta in "heavy-fermion" superconductors. *Phys. Rev. B*, 36:235, 1987.
- [Gol03] E. Goldobin. Stkjj — user's reference. 2003.

- [Gol04] E. Goldobin. Goldexi. 2004.
- [Gro] N. Grønbech-Jensen, private Kommunikation.
- [GSG⁺04] E. Goldobin, A. Sterck, T. Gaber, D. Koelle, and R. Kleiner. Dynamics of semifluxons in Nb long Josephson 0- π junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 92:057005, 2004.
- [GSK⁺05] E. Goldobin, H. Susanto, D. Koelle, R. Kleiner, and S. van Gils. Oscillatory eigenmodes and stability of one and two arbitrary fractional vortices in long Josephson 0- κ junctions. *Phys. Rev. B*, 71:104518, 2005.
- [GSKK04] E. Goldobin, N. Stefanakis, D. Koelle, and R. Kleiner. Fluxon-semifluxon interaction in an annular long Josephson 0- π -junction. *Phys. Rev. B*, 70:94520, 2004.
- [GU86] A. A. Golubov and A. V. Ustinov. Current-voltage characteristics of a long Josephson junction with periodic inhomogeneities. *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, 12:435–438, 1986.
- [GU87] A. A. Golubov and A. V. Ustinov. Resonance interaction between fluxon and plasma waves in long Josephson junction. *IEEE Trans. Magn.*, 23:781, 1987.
- [GVC⁺05] E. Goldobin, K. Vogel, O. Crasser, R. Walser, W. P. Schleich, D. Koelle, and R. Kleiner. Quantum tunneling of semifluxons in 0- π -0 long Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 72:054527, 2005.
- [GVS⁺] E. Goldobin, K. Vogel, W. P. Schleich, D. Koelle, and R. Kleiner. Quantum tunneling of a single semifluxons in a 0- π Josephson junction. unpublished.
- [Har95] D. J. Van Harlingen. Phase sensitive tests of the symmetry of the pairing state in the high-temperature superconductors — evidence for $d_{x^2-y^2}$ symmetry. *Rev. Mod. Phys.*, 67:515, 1995.
- [HAS⁺03] H. Hilgenkamp, Ariando, H.-J. H. Smilde, D. H. A. Blank, G. Rijnders, H. Rogalla, J. R. Kirtley, and C. C.

- Tsuei. Ordering and manipulation of the magnetic moments in large-scale superconducting π -loop arrays. *Nature*, 422:50–53, 2003.
- [HE84] Kazuo Hida and Ulrich Eckern. Quantum dynamics of the sine-gordon model in the presence of dissipation. *Phys. Rev. B*, 30(7):4096–4098, 1984.
- [Hid85] K. Hida. Quantum–thermal crossover in the dissipative dynamics of the sine–Gordon model. *Z. Phys. B - Condensed Matter*, 61:223–229, 1985.
- [HTB90] P. Hänggi, P. Talkner, and M. Borkovec. Reaction-rate theory: fifty years after Kramers. *Rev. Mod. Phys.*, 62(2):251–341, 1990.
- [Hyp] Hypres, Elmsford (NY), USA. <http://www.hypres.com>.
- [Hyp06] *Niobium Integrated Circuit Fabrication, Design Rules*, 2006. Hypres, Elmsford (NY), USA. <http://www.hypres.com>.
- [IGF⁺99] L. B. Ioffe, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, A. L. Fauchere, and G. Blatter. Environmentally decoupled *sds* -wave Josephson junctions for quantum computing. *Nature*, 398:679, 1999.
- [JGH⁺81] L. D. Jackel, J. P. Gordon, E. L. Hu, R. E. Howard, L. A. Fetter, D. M. Tennant, R. W. Epworth, and J. Kurkijärvi. Decay of the zero-voltage state in small-area, high-current-density Josephson junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 47(9):697–700, 1981.
- [Jos62] B. D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunneling. *Phys. Lett.*, 1:251, 1962.
- [KAL⁺02] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genêt, B. Stephanidis, and R. Boursier. Josephson junction through a thin ferromagnetic layer: Negative coupling. *Phys. Rev. Lett.*, 89:137007, 2002.

- [KAM⁺04] M. Kato, M. Ako, M. Machida, T. Koyama, and T. Ishida. Ginzburg-landau calculations of d-wave superconducting dot in s-wave superconducting matrix. *Physica C*, 412-414:352, 2004.
- [Kat00] T. Kato. Dimensional crossover by local inhomogeneity in soliton-pair nucleation. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 69:2735–2738, 2000.
- [Kat01] T. Kato. Local inhomogeneity effects on a nucleation process in a high external bias. *Phys. Rev. B*, 64:134106, 2001.
- [KBM95] A. B. Kuklov, V. S. Boyko, and J. Malinsky. Instability in the current-biased $0-\pi$ -Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 51(17):11965–11968, May 1995. Errata: *Phys. Rev. B* **55**, 11878 (1997).
- [KCK00] V. G. Kogan, J. R. Clem, and J. R. Kirtley. Josephson vortices at tricrystal boundaries. *Phys. Rev. B*, 61(13):9122–9129, April 2000.
- [Kem] Idee von Alexander Kemp.
- [KFW⁺05] A. Kemp, M. V. Fistul, A. Wallraff, Y. Koval, A. Lukashenko, B. A. Malomed, and A.V. Ustinov. Energy level spectroscopy of a bound vortex-antivortex pair. In *Quantum Computation in Solid State Systems*. Springer, 1st edition, 2005.
- [KI96] T. Kato and M. Imada. Macroscopic quantum tunneling of a fluxon in a long Josephson junction. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 65:2963, 1996.
- [KI97] T. Kato and M. Imada. Vortices and quantum tunneling in current-biased $0-\pi-0$ Josephson junctions of *d*-wave superconductors. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 66(5):1445–1449, 1997.
- [KKGS03] M. M. Khapaev, M. Y. Kupriyanov, E. Goldobin, and M. Siegel. Current distribution simulation for supercon-

- ducting multi-layered structures. *Supercond. Sci. Technol.*, 16:24–27, 2003.
- [KKS⁺95] J. R. Kirtley, M. B. Ketchen, K. G. Stawiasz, J. Z. Sun, W. J. Gallagher, and S. H. Blanton. High-resolution scanning squid microscope. *Appl. Phys. Lett.*, 66, 1995.
- [KKSMK01] M. M. Khapaev, A. Yu. Kidiyarova-Shevchenko, P. Magnelind, and M. Yu. Kupriyanov. 3d-mlsi: Software package for inductance calculation in multilayer superconducting integrated circuits. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 11:1090–1093, 2001.
- [KM90] R. L. Kautz and John M. Martinis. Noise-affected I – V curves in small hysteretic Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 42(16):9903–9937, 1990.
- [KMKI05] T. Koyama, M. Machida, M. Kato, and T. Ishida. Quantum theory for the Josephson phase dynamics in a d-dot. *Physica C*, 426:1561–1565, 2005.
- [KMS97] J. R. Kirtley, K. A. Moler, and D. J. Scalapino. Spontaneous flux and magnetic-interference patterns in 0 – π Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 56:886, 1997.
- [KNC⁺05] J. M. Kivioja, T. E. Nieminen, J. Claudon, O. Buisson, F. W. J. Hekking, and J. P. Pekola. Observation of transition from escape dynamics to underdamped phase diffusion in a Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 94(24):247002, 2005.
- [Kra40] H. A. Kramers. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions. *Physica (Utrecht)*, 7:284–304, 1940.
- [KTM99] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, and K. A. Moler. Temperature dependence of the half-integer magnetic flux quantum. *Science*, 285:1373, 1999.
- [KTR⁺96] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, M. Rupp, J. Z. Sun, L. S. Yu-Jahnes, A. Gupta, M. B. Ketchen, K. A. Moler, and

- M. Bhushan. Direct imaging of integer and half-integer Josephson vortices in high- t_c grain boundaries. *Phys. Rev. Lett.*, 76:1336, 1996.
- [Laz04] N. Lazarides. Critical current and fluxon dynamics in overdamped $0-\pi$ Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 69:212501, 2004.
- [LB92] G. S. Lee and A. T. Barfknecht. Geometric and material dispersion in Josephson transmission lines. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 2(2):67–73, 1992.
- [LCD⁺87] A. J. Leggett, S. Chakravarty, A. T. Dorsey, M. P. A. Fisher, A. Garg, and W. Zwerger. Dynamics of the dissipative two-state system. *Rev. Mod. Phys.*, 59:1–85, 1987.
- [Lee91] G.S. Lee. Analysis of linear resonances in modern Josephson geometries. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 1(3):121–125, 1991.
- [Leg02] A J Leggett. Testing the limits of quantum mechanics: Motivation, state of play, prospects. *J. Phys.: Condens. Matter*, 14:R415–R451, 2002.
- [LG85] A. J. Leggett and Anupam Garg. Quantum mechanics versus macroscopic realism: Is the flux there when nobody looks? *Phys. Rev. Lett.*, 54(9):857–860, 1985.
- [LGT⁺92] S. Linkwitz, H. Grabert, E. Turlot, D. Estève, and M. H. Devoret. Escape rates in the region between the Kramers limits. *Phys. Rev. A*, 45(6):R3369–R3372, 1992.
- [Li05] H. Li. Quantum dynamics of a vortex in a Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 72:014546, 2005.
- [Lik79] K. K. Likharev. Superconducting weak links. *Rev. Mod. Phys.*, 51:101, 1979.
- [Lik86] K. K. Likharev. *Dynamics of Josephson Junctions and Circuits*. Gordon and Breach Publishers, 1986.

- [Llo96] S. Lloyd. Universal quantum simulators. *Science*, 273:1073, 1996.
- [LO86] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov. Resonant reduction of the lifetime of the metastable state of tunnel junctions. *J. Low Temp. Phys.*, 63:317, 1986.
- [LTR⁺02] F. Lombardi, F. Tafuri, F. Ricci, F. Miletto Granozio, A. Barone, G. Testa, E. Sarnelli, J. R. Kirtley, and C. C. Tsuei. Intrinsic d -Wave Effects in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Grain Boundary Josephson Junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 89(20):207001, November 2002.
- [MBM93] R. Monaco, P. Barbara, and J. Mygind. Fine structures on zero-field steps in low-loss Josephson tunnel junctions. *Phys. Rev. B*, 47(18):12292–12295, 1993.
- [MC93] C. D. Motchenbacher and J. A. Connelly. *Low Noise Measurements*. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [McC68] D.E. McCumber. Effect of ac impedance of dc voltage-current characteristics of Josephson junctions. *J. Appl. Phys.*, 39:3113, 1968.
- [MDC85] John M. Martinis, Michel H. Devoret, and John Clarke. Energy-level quantization in the zero-voltage state of a current-biased Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 55(15):1543–1546, 1985.
- [MDC87] John M. Martinis, Michel H. Devoret, and John Clarke. Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom: The phase difference across a Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 35(10):4682–4698, 1987.
- [MK89] John M. Martinis and R. L. Kautz. Classical phase diffusion in small hysteretic Josephson junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 63(14):1507–1510, 1989.
- [MNA02] John M. Martinis, S. Nam, and J. Aumentado. Rabi oscillations in a large Josephson-junction qubit. *Phys. Rev. Lett.*, 89(11):117901, 2002.

- [MOL⁺99] J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, Lin Tian, Caspar H. Van der Wal, and Seth Lloyd. Josephson persistent-current qubit. *Science*, 285:1036, 1999.
- [MPK⁺02] R. G. Mints, I. Papiashvili, J. R. Kirtley, H. Hilgenkamp, G. Hammerl, and J. Mannhart. Observation of Splintered Josephson vortices at grain boundaries in YBa₂Cu₃O_{7- δ} . *Phys. Rev. Lett.*, 89:067004, 2002.
- [MSS01] Y. Makhlin, G. Schön, and A. Shrirman. Quantum-state engineering with Josephson-junction devices. *Rev. Mod. Phys.*, 73:357, 2001.
- [MU04] B. A. Malomed and A. V. Ustinov. Creation of classical and quantum fluxons by a current dipole in a long Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 69, 2004.
- [NC00] M. A. Nielsen and I. L. Chuang. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge University Press, 2000.
- [NLC02] C. Nappi, M. P. Lissitski, and R. Cristiano. Fraunhofer critical-current diffraction pattern in annular Josephson junctions with injected current. *Phys. Rev. B*, 65:132516, 2002.
- [NPT99] Y. Nakamura, Y.A. Pashkin, and J.S. Tsai. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-cooper-pair box. *Nature*, 398:786, 1999.
- [NPT01] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin, and J. S. Tsai. Rabi oscillations in a Josephson-junction charge two-level system. *Phys. Rev. Lett.*, 87:246601, 2001.
- [Ott76] Henry Ott. *Noise Reduction Techniques in Electronic Systems*. John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [PSVF02] W. H. Press, S.A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes in C++*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2002.

- [PYA⁺03] Yu. A. Pashkin, T. Yamamoto, O. Astafiev, Y. Nakamura, D. V. Averin, and J. S. Tsai. Quantum oscillations in two coupled charge qubits. *Nature*, 421:823–826, 2003.
- [RCT⁺99] B. Ruggiero, M. G. Castellano, G. Torrioli, C. Cosmelli, F. Chiarello, V. G. Palmieri, C. Granata, and P. Silvestrini. Effects of energy-level quantization on the supercurrent decay of Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 59(1):177–180, 1999.
- [RDG⁺05] B. Ruggiero, P. Delsing, C. Granata, Y. Pashkin, and P. Silvestrini, editors. *Quantum Computation in Solid State Systems*. Springer, 1st edition, 2005.
- [ROR⁺01] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts. Coupling of two superconductors through a ferromagnet: Evidence for a π junction. *Phys. Rev. Lett.*, 86:2427, 2001.
- [RS88] R. C. Richardson and E. N. Smith. *Experimental Techniques in Condensed Matter Physics at Low Temperatures*. Addison-Wesley, 1988.
- [SAB⁺02] H. J. H. Smilde, Ariando, D. H. A. Blank, G. J. Gerritsma, H. Hilgenkamp, and H. Rogalla. D-Wave-Induced Josephson current counterflow in YBa₂Cu₃O₇/Nb zigzag junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 88:057004, 2002.
- [SBJM97] A. Shnirman, E. Ben-Jacob, and B. Malomed. Tunneling and resonant tunneling of fluxons in a long Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 56:14677, 1997.
- [SBLC03] H. Sellier, C. Baraduc, F. Lefloch, and R. Calemczuk. Temperature-induced crossover between 0 and π states in S/F/S junctions. *Phys. Rev. B*, 68:054531, 2003.
- [SCJ⁺06] Guozhu Sun, Jian Chen, Zhengming Ji, Weiwei Xu, Lin Kang, Peiheng Wu, Ning Dong, Guangfeng Mao, Yang Yu, and Dingyu Xing. Time-resolved measurement of capacitance in a Josephson tunnel junction. *Applied Physics Letters*, 89(8), 2006.

- [Sco64] A. C. Scott. Distributed device applications of the superconducting tunnel junction. *Solid-State Electronics*, 7:137–146, 1964.
- [SG90] H. Simanjuntak and L. Gunther. Macroscopic quantum tunneling in long Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 42:930, 1990.
- [SG97] H. Simanjuntak and L. Gunther. Nucleation of the phase of a finite Josephson junction. *J. Phys. - Condensed Matter*, 9:2075–2085, 1997.
- [SGK⁺05] H. Susanto, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, and S. A. van Gils. Controllable plasma energy bands in a one-dimensional crystal of fractional Josephson vortices. *Phys. Rev. B*, 71:174510, 2005.
- [Sho94] P. Shor. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In *Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 124–134, 1994.
- [SHR⁺02] Henk-Jan H. Smilde, Hans Hilgenkamp, Guus Rijnders, Horst Rogalla, and Dave H. A. Blank. Enhanced transparency ramp-type Josephson contacts through inter-layer deposition. *Appl. Phys. Lett.*, 80:4579–4581, 2002.
- [SLG88] Paolo Silvestrini, Olivier Liengme, and K. E. Gray. Current distributions of thermal switching in extremely underdamped Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 37(4):1525–1531, 1988.
- [SN] M. Siegel and M. Neuhaus. Institut für Mikro- und Nanoelektronische Systeme, Universität Karlsruhe, Hertzstr. 16, D-76187 Karlsruhe.
- [Ste36] R. Steuerwald. Über Enneper’sche Flächen und Bäcklund’sche Transformation. *Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, 40:1–105, 1936.
- [Ste68] W. C. Stewart. Current-voltage characteristics of Josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 12:277, 1968.

- [Ste98] A. Steane. Quantum computing. *Rep. Prog. Phys.*, 61(2):117–173, 1998.
- [Ste02] N. Stefanakis. Resonant flux motion and I - V characteristics in frustrated Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 66:214524, 2002.
- [Str03] R. Straub. *Abbildung von Flussquanten in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ SQUIDs und Josephsonströmen in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ -Niob Kontakten*. Doktorarbeit, Universität Tübingen, Deutschland, 2003.
- [SU87] I. L. Serpuchenko and A. V. Ustinov. Experimental observation of fine structure on the current-voltage characteristics of long Josephson junctions with a lattice of inhomogeneities. *JETP Lett.*, 46:549, 1987. [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **46**, No. 11, 435–437 (1987)].
- [Sus05] H. Susanto. *Josephson junctions with phase shifts*. PhD thesis, University of Twente, Netherlands, 2005.
- [SvGV⁺03] H. Susanto, S. A. van Gils, T. P. P. Visser, Ariando, H.-J. H. Smilde, and H. Hilgenkamp. Static semifluxons in a long Josephson junction with π -discontinuity points. *Phys. Rev. B*, 68:104501, 2003.
- [Swi61] J. C. Swihart. Field solution for a thin-film superconducting strip transmission line. *J. Appl. Phys.*, 32:461–469, 1961.
- [SYI02] A. Sugimoto, T. Yamaguchi, and I. Iguchi. Temperature dependence of half flux quantum in $YBa_2Cu_3O_{7-y}$ tricrystal thin film observed by scanning SQUID microscopy. *Physica C*, 367:28, 2002.
- [TB98] E. Terzioglu and M. R. Beasley. Complementary Josephson junction devices and circuits: A possible new approach to superconducting electronics. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 8(2):48–53, 1998.

- [TEU+89] Emmanuel Turlot, Daniel Esteve, Cristian Urbina, John M. Martinis, Michel H. Devoret, Sebastian Linkwitz, and Hermann Grabert. Escape oscillations of a Josephson junction switching out of the zero-voltage state. *Phys. Rev. Lett.*, 62(15):1788–1791, 1989.
- [TGB97] E. Terzioglu, D. Gupta, and M. R. Beasley. Complementary Josephson junction circuits. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 7(2):3642–3645, 1997.
- [Tin96] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. McGraw-Hill, Inc., 2nd edition, 1996. 473 pages.
- [TK00] C. C. Tsuei and J. R. Kirtley. Pairing symmetry in cuprate superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 72:969, 2000.
- [TK02] C. C. Tsuei and J. R. Kirtley. d-wave pairing symmetry in cuprate superconductors – fundamental implications and potential applications. *Physica C*, 367:1, 2002.
- [TKC+94] C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi, Lock See Yu-Jahnes, A. Gupta, T. Shaw, J. Z. Sun, and M. B. Ketchen. Pairing symmetry and flux quantization in a tricrystal superconducting ring of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. *Phys. Rev. Lett.*, 73(4):593–596, Jul 1994.
- [UK03] A. V. Ustinov and V. K. Kaplunenko. Rapid single-flux quantum logic using π -shifters. *J. Appl. Phys.*, 94:5405–5407, 2003.
- [Ust96] A. V. Ustinov. Observation of a radiation-induced soliton resonance in a Josephson ring. *JETP Lett.*, 64:191, 1996. [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **64**, 178 (1996)].
- [Ust98] A. V. Ustinov. Solitons in Josephson junctions. *Physica D*, 123:315–329, 1998.
- [Ust02] A. V. Ustinov. Fluxon insertion into annular Josephson junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 80:3153–3155, 2002.
- [vdWtHW+00] C.H. van der Wal, A.C.J. ter Haar, F.K. Wilhelm, R.N. Schouten, C.J.P.M. Harmans, T.P. Orlando, S. Lloyd,

- and J.E. Mooij. Quantum superposition of macroscopic persistent-current states. *SCIENCE*, 290:773–777, 2000.
- [vH95] D. J. van Harlingen. Phase-sensitive tests of the symmetry of the pairing state in the high-temperature superconductors – evidence for $d_{x^2-y^2}$ symmetry. *Rev. Mod. Phys.*, 67(2):515–535, 1995.
- [Wal01] A. Wallraff. *Fluxon dynamics in annular Josephson junctions: From Relativistic Strings to quantum particles*. PhD thesis, Universität Erlangen-Nürnberg, Deutschland, 2001. ISBN : 3-932392-29-9.
- [WDLU03] A. Wallraff, T. Duty, A. Lukashenko, and A. V. Ustinov. Multiphoton transitions between energy levels in a current-biased Josephson tunnel junction. *Phys. Rev. Lett.*, 90(3):037003, 2003.
- [Wei69] M. Weihnacht. Influence of film thickness on dc Josephson current. *Phys. Status Solidi (b)*, 32(2):K169–K172, 1969.
- [WKG⁺06] M. Weides, M. Kemmler, E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, H. Kohlstedt, and A. Buzdin. High quality ferromagnetic 0 and π Josephson tunnel junctions. *Appl. Phys. Lett.*, 89:122511, 2006.
- [WKK⁺06] M. Weides, M. Kemmler, H. Kohlstedt, R. Waser, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin. 0- π Josephson tunnel junctions with ferromagnetic barrier. *Phys. Rev. Lett.*, 97:247001, 2006.
- [WKU04] A. Wallraff, A. Kemp, and A. V. Ustinov. Quantum dynamics of vortices and vortex qubits. In *Quantum Information Processing*. Wiley-VCH, Berlin, 2nd edition, 2004. ISBN 3-527-40541-0.
- [WLC⁺03] A. Wallraff, A. Lukashenko, C. Coqui, A. Kemp, T. Duty, and A. V. Ustinov. Switching current measurements of large area Josephson tunnel junctions. *Rev. Sci. Instr.*, 74(8):3740–3748, 2003. arXiv:cond-mat/0204527.

- [WLL⁺03] A. Wallraff, A. Lukashenko, J. Lisenfeld, A. Kemp, M. V. Fistul, Y. Koval, and A. V. Ustinov. Quantum dynamics of a single vortex. *Nature*, 425:155–158, 2003.
- [WS05] G. Wendin and V.S. Shumeiko. Superconducting Quantum Circuits, Qubits and Computing. *cond-mat/0508729*, 2005.
- [WTK06] M. Weides, K. Tillmann, and H. Kohlstedt. Fabrication of high quality ferromagnetic Josephson junctions. *Physica C*, 437–438:349–352, 2006.
- [XMT95] J. H. Xu, J. H. Miller, and C. S. Ting. π -vortex state in a long 0 - π -Josephson junction. *Phys. Rev. B*, 51:11958, 1995.
- [YHC⁺02] Y. Yu, S.Y. Han, X. Chu, S.I. Chu, and Z. Wang. Coherent temporal oscillations of macroscopic quantum states in a Josephson junction. *SCIENCE*, 296:889, 2002.
- [YTTM05] T. Yamashita, K. Tanikawa, S. Takahashi, and S. Mae-kawa. Superconducting π Qubit with a ferromagnetic Josephson junction. *Phys. Rev. Lett.*, 95:097001, 2005.
- [ZG04] A. Zenchuk and E. Goldobin. Analytical analysis of ground states of 0 - π long Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 69:024515, 2004.
- [Zur91] W. Zurek. Decoherence and the transformation from quantum to classical. *Phys. Today*, 44:36–44, 1991.

Danksagung

Geschafft! Fast vier Jahre Arbeit haben einen erfolgreichen Abschluß gefunden, wofür ich mich an dieser Stelle ganz herzlich bei allen bedanken möchte, die dies durch ihre Unterstützung ermöglichten.

Zuallererst danke ich Prof. Reinhold Kleiner, durch dessen Unterstützung diese Arbeit erst möglich geworden ist. Seine Expertise, vielen Tips und sein unerschütterlicher Glaube an den Fortschritt des Projekts, insbesondere während der diversen Durststrecken und Sackgassen, waren unschätzbar für den erfolgreichen Abschluß dieser Arbeit.

In gleichem Maße danke ich Prof. Dieter Kölle – nicht nur für die Hilfestellung in physikalischen Fragen und die gute Atmosphäre am Lehrstuhl, sondern auch für die diversen Lehrstunden im Skifahren.

Einen ganz besonderen Dank möchte ich Edward Goldobin für die produktiven und äußerst interessanten Lehrjahre aussprechen, in denen ich die weite Welt der fraktionalen Flußwirbel entdecken durfte. Stets konnte ich mich mit Fragen an ihn wenden und von seiner reichhaltigen Erfahrung profitieren.

Bei meinen Zimmergenossen Eric Sassier, Tobias Lang und ganz besonders Albert Sterck und Kai Buckenmaier möchte ich mich für die gute Atmosphäre, ihre Unterstützung, vielen interessanten Diskussionen und gemeinsamen Aktivitäten, gerade auch außerhalb der Uni, bedanken. Den mittlerweile gestandenen Doktoren Timo Nachtrab, Tobias Clauss, Virginia Oehmichen, Jan Kuckei und Dietmar Dönitz danke ich für das gute Klima am Lehrstuhl, ihre Hilfestellung sowie die gemeinsame Zeit nicht nur an Berg und Fels.

Ein besonderer Dank geht an meine langjährigen Leidensgenossen Christoph Back, Matthias Kemmler, Heiko Eitel und Michael Wagenknecht für die gemeinsame Zeit, so manches Bier und all die anderen Dinge, die das Leben außerhalb der Uni lebenswert machen.

Ein großes Dankeschön schulde ich Hans Wener für seine unschätzbare Hilfe bei der Lösung der Zillionen an praktischen Problemen des täglichen Laborlebens, sowie für die vielen Tips und Tricks, die es einem Greenhorn wie mir erst ermöglichten, sicher die weite Welt der Vakuum- und Tieftemperaturphysik zu durchwandern.

Des weiteren möchte ich mich bei Dr. Martin Brendle für seine großzügige und vielfältige Unterstützung beim harten Kampf mit der Meßelektronik bedanken – insbesondere für den von ihm konstruierten Stromrampengenerator aus Kapitel 4. Ganz herzlich danke ich auch Prof. Alexey Ustinov und seiner gesamten Arbeitsgruppe in Erlangen, insbesondere Alexander Kemp – nicht nur für die Möglichkeit, eigene Messungen am Erlanger Mischkryostaten durchführen und dabei unschätzbares Knowhow sammeln zu können, sondern auch für die viele Unterstützung beim Aufbau des hiesigen Meßsetups.

Ebenfalls danken möchte ich Christian Gürlich für die unermüdliche Hilfe im Kampf mit der IT, unseren Sekretärinnen Marie-Luise Fenske und Marie-Annick Pacquier für die Hilfe in organisatorischen Dingen, der mechanischen und elektronischen Werkstatt für die schnelle und unkomplizierte Fertigung unzähliger Bauteile, Elmar Baur und Christoph Ruland für den konstanten Nachschub an Helium, sowie allen noch nicht namentlich genannten Diplomanden, Hiwis und Mitarbeitern des Lehrstuhls II.

Des weiteren bedanke ich mich bei Prof. Rudolf Gross und Dr. Karl Neumaier für den überlassenen Mischkryostaten, der nun in Tübingen ein neues Zuhause gefunden hat.

Da das Leben (Gott sei Dank) nicht nur aus Physik besteht, möchte ich hier auch nochmal die Gelegenheit nutzen und ein ganz großes Dankeschön an die vielen Nicht-PhysikerInnen – ganz besonders an die Dachterassenbande – richten, die ich in Tübingen kennenlernen durfte und deren Freundschaft die Zeit so erfahrungsreich und außerordentlich angenehm gemacht hat.

Abschließend, jedoch als ersten im Herzen, möchte ich mich bei meinen Eltern und meiner Schwester für die unerschöpfliche Unterstützung über die vielen Jahre hinweg bedanken.

Lebenslauf

Persönliches:

Tobias Gaber
geboren am 2. August 1976 in Berlin
Eltern: Martin und Elisabeth Gaber, geb. Martin
ledig; deutsche Staatsangehörigkeit

Ausbildung:

Sept. 1983 – Aug. 1991 Bertholt Brecht-Oberschule, Berlin-Mitte
Sept. 1991 – Juni 1996 Adolf Menzel-Gymnasium, Berlin-Tiergarten
Zeugnis der Allg. Hochschulreife im Juni 1996
Okt. 1997 – März 2003 Studium der Physik an der
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
(Vordiplom am 5. Juli 1999)
WS 1999/2000: Auslandssemester an der
Universität York/GB
Diplomarbeit bei Prof. Dr. G. Leuchs mit dem Thema:
„Erzeugung polarisationsgequetschten Lichtes mit
ultrakurzen Pulsen in Glasfasern“
(Diplom am 26. März 2003)
Mai 2003 – Feb. 2007 Anfertigung der Dissertation am Physikalischen
Institut der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen
unter der Anleitung von Prof. Dr. R. Kleiner mit dem
Thema: „Dynamik fraktionaler Flußwirbel in langen
Josephsonkontakten“

Beschäftigungen:

Mai 2003 – Wissenschaftlicher Angestellter am Physikalischen
Institut der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

Sonstiges:

Juli 1996 – Sept. 1997 Zivildienst am Königin Elisabeth-Krankenhaus, Berlin
März 1999 – März 2003 Förderung durch die Studienstiftung des
deutschen Volkes

Akademische Lehrer:

G. Anton, W. Barth, H. Brand, H. Berens, R. v. Eldik, W. Eyrych, Th. Fauster,
J. Fortágh, O. Gerstner, E. Goldobin, G. Häusler, H. Hofmann, A. Hüller,
G. Keller, R. Kleiner, D. Kölle, N. Korolkova, K. Heinz, J. Lembcke, F. Lenz,
G. Leuchs, P. Müller, G. Pensl, K. Rith, B. Schmauß, M. Schulz, D. Sellmann,
M. Thies, C. Toepffer, O. Waldmann, H. G. Weidner

