Anreizmechanismen und Informationssysteme bei mehrdimensionalem Aufgabenspektrum

- eine Analyse unter Berücksichtigung knapper Arbeitszeit von Managern

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen

vorgelegt von
Carolin Mauch
aus Schramberg

Tübingen
2015

Tag der mündlichen Prüfung:	15.09.2015
Dekan:	Professor Dr. rer. soc. Josef Schmid
1. Gutachter:	Professor Dr. rer. pol. Jens Robert Schöndube
2. Gutachter:	Professor Dr. rer. pol. Anna Rohlfing-Bastian

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Managerial Accounting der Eberhard Karls Universität Tübingen und wurde im März 2015 von der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät als Dissertation angenommen und anschließend verteidigt.

Auf dem Weg zur Fertigstellung dieser Arbeit haben mich zahlreiche Personen begleitet und unterstützt, denen ich an dieser Stelle herzlich danken möchte. Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Professor Dr. Jens Robert Schöndube für das Vertrauen, das er von Anfang an in mich gesetzt hat, sowie für seinen wertvollen Rat und seine stete Unterstützung bei der Verwirklichung meines Forschungsvorhabens. Die Möglichkeit, mich intensiv meinem Dissertationsprojekt widmen und die Ergebnisse auf zahlreichen Konferenzen und Workshops vorstellen zu können, trugen maßgeblich zur erfolgreichen Umsetzung meines Promotionsvorhabens bei. Frau Professor Dr. Anna Rohlfing-Bastian danke ich nicht nur für die Übernahme des Zweitgutachtens, sondern insbesondere für die vielen Gespräche und ihren fachlichen sowie persönlichen Rat. Zudem möchte ich ihr für die ermöglichten Konferenzteilnahmen und den Freiraum danken, den sie mir in der Endphase der Dissertation am Lehrstuhl eingeräumt hat. Herrn Professor Dr. Werner Neus danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bei meiner Disputation.

Mein Dank gebührt auch meinen Kollegen Markus Nisch, Frederike Hinz und Konrad Lang für die angenehme und überaus freundschaftliche Atmosphäre am Lehrstuhl sowie die Unterstützung und das Korrekturlesen am Ende der Dissertationsphase. Zudem danke ich Dagmar Hegedüs nicht nur dafür, dass sie mir stets den Rücken freigehalten hat, sondern ganz besonders für die herzlichen und stets aufmunternden Gespräche.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich während der gesamten Promotionszeit unterstützt und mit mir gemeinsam jedes Hoch und jedes Tief durchlebt haben. Für ihren Rückhalt, ihre Ermunterungen und ihre bedingungslose Unterstützung bin ich ihnen sehr dankbar. Meiner Schwester Sonja Dorner und meinem Schwager Thomas Dorner möchte ich ebenso für ihre Unterstützung und die vielen schönen Ablenkungen während dieser Zeit danken. Zudem danke ich Nadja Kretz und Daniela Kalkbrenner für die vielen Unternehmungen, Gespräche und aufmunternden Worte.

Tübingen, im Januar 2016 Carolin Mauch

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

A	Agentenbezeichnung
$\mathbf{a}$	$= (a_X, a_Y)'$; Vektor der Sensitivitäten des Performancemaßes q
a_k	Sensitivität des Performancemaßes q bzgl. des Arbeitseinsatzes in Aufgabe k
B	Agentenbezeichnung
$\mathbf{b}$	$= (b_X, b_Y)'$; Vektor der Sensitivitäten des Performancemaßes z
b_k, b	Sensitivität des Performancemaßes z bzgl. des Arbeitseinsatzes in Aufgabe k
$C(\cdot)$	Gesamtarbeitsleid einer Periode
$Cov(\cdot)$	Kovarianz
$c(\cdot)$	Arbeitsleidfunktion
D_1, D_2, D_3, D_4	Erster, zweiter, dritter bzw. vierter Hauptminor der Hessematrix
$d^i(\sigma^i)$	Offenlegungsstrategie des Prinzipals gegenüber Agent i unter Informationssystem I_3
$E[\cdot]$, $E^i[\cdot]$	Erwartungswertoperator (des Agenten i)
$\mathbf{e}(v)$	$= (e_X(v), e_Y(v))'$; Vektor der Anreizbedingungen bei der Anreizsetzung über Performancemaß z
$\mathbf{e}(v,u)$	$= (e_X(v,u), e_Y(v,u))'$; Vektor der Anreizbedingungen bei der Anreizsetzung über die Performancemaße z und q
$\mathbf{e}_t^i$, $\mathbf{e}$	$= (e_{tX}^i, e_{tY}^i)'$; Vektor der Arbeitseinsätze des Agenten i in Periode t
$\mathbf{e}_t^{\pi,i}$	$= (e_{tX}^{\pi,i}, e_{tY}^{\pi,i})'$; Vektor der Arbeitseinsätze des Agenten i in Periode t bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis

$\mathbf{e}_2^{i,\star}$	$= (e_{2X}^{i,\star}, e_{2Y}^{i,\star})'$; Vektor der optimalen Arbeitseinsätze des Agenten i in Periode 2 unter Informationssystem I_2
$\mathbf{e}^{FB}$	$= (e_X^{FB}, e_Y^{FB})'$; Vektor der *first-best*-Arbeitseinsätze bei unbeschränkter Arbeitszeit
$\mathbf{e}^{FB,tc}$	$= (e_X^{FB,tc}, e_Y^{FB,tc})'$; Vektor der *first-best*-Arbeitseinsätze bei knapper Arbeitszeit
$\mathbf{e}^{\dagger}$	$= (e_X^{\dagger}, e_Y^{\dagger})'$; Vektor der *second-best*-Arbeitseinsätze bei unbeschränkter Arbeitszeit
$\mathbf{e}^{\dagger,tc}$	$= (e_X^{\dagger,tc}, e_Y^{\dagger,tc})'$; Vektor der *second-best*-Arbeitseinsätze bei knapper Arbeitszeit
$e_k(v)$	Anreizbedingung bzgl. Aufgabe k bei der Anreizsetzung über Performancemaß z
$e_k(v,u)$	Anreizbedingung bzgl. Aufgabe k bei der Anreizsetzung über die Performancemaße z und q
e_k^S	Optimaler Arbeitseinsatz der zweiten Periode nach Erhalt des Berichts r unter Informationssystem I_3
e_k^{FB}	*First-best*-Arbeitseinsatz in Aufgabe k bei unbeschränkter Arbeitszeit
$e_k^{FB,tc}$	*First-best*-Arbeitseinsatz in Aufgabe k bei knapper Arbeitszeit
$e_k^{\dagger}$	*Second-best*-Arbeitseinsatz in Aufgabe k bei unbeschränkter Arbeitszeit
$e_k^{\dagger,tc}$	*Second-best*-Arbeitseinsatz in Aufgabe k bei knapper Arbeitszeit
$\overline{e}_k$	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 5.6
e_{tk}^i, e_k	Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode t
$e_{tk}^{i,unb}$, e_{tk}^{unb}	Optimaler Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode t bei unbeschränkter Arbeitszeit
$e_{tk}^{i,*}$, e_{tk}^{*}, e_k^{*}	Optimaler Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode t unter Informationssystem I_1
e_{tk}^{max}	Maximal möglicher Arbeitseinsatz in Aufgabe k und Periode t
$e_{tk}^{\pi,i}$	Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode t bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis
$e_{tk}^{\pi,i,unb}$	Optimaler Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode t bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis und unbeschränkter Arbeitszeit
$e_{tk}^{\pi,i,*}$, $e_{tk}^{\pi,*}$	Optimaler Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode t bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis

$e_{tk}^{äq,*}$	Optimaler Arbeitseinsatz in Aufgabe k und Periode t bei einem zum ergebnisabhängigen Turnierpreis äquivalenten fixen Turnierpreis
e'_{1k}	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 3.3
e''_{1k}	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 3.4
$e_{1k}^{i,\star}$, $e_{1k}^{\star}$	Optimaler Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode 1 unter Informationssystem I_2
$e_{2k}^{i,\star}$	Optimaler Arbeitseinsatz des Agenten i in Aufgabe k und Periode 2 unter Informationssystem I_2
$\widehat{e_{1k}^{-i}}$	Vermutung über den Arbeitseinsatz des Agenten $-i$ in Aufgabe k in der ersten Periode
$F_N(\widehat{\Delta})$, F_N	Aus Sicht des Agenten bestehende Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen strategisch zurückhält
$F_{p_X-p_Y}$	Verteilungsfunktion der Produktivitätsdifferenz $p_X - p_Y$
F_δ, $F_{\delta,1}$, $F_{\delta,2}$	Verteilungsfunktion der Signaldifferenz δ bei verzerrtem Produktivitätsbericht
F_{ε_k}	Verteilungsfunktion des Zuteilungsfehlers ε_k in Aufgabe k
$f_{S_k^i}$	Dichtefunktion des Signals S_k^i
f_{S_X,S_Y}	Gemeinsame Dichtefunktion der Signale S_X und S_Y
$f_{p_k^i}$, f_{p_k}	Dichtefunktion der Produktivität p_k^i
$f_{p_X-p_Y}$	Dichtefunktion der Produktivitätsdifferenz $p_X - p_Y$
$f_{p_k^i,S_k^i}$	Gemeinsame Dichtefunktion von Produktivität p_k^i und Signal S_k^i
$f_{p_k^i\|S_k^i}$	Auf Signal S_k^i bedingte Dichtefunktion der Produktivität p_k^i
$f_{p_k^i,\theta_k^i}$	Gemeinsame Dichtefunktion von Produktivität p_k^i und Störterm θ_k^i
f_δ, $f_{\delta,1}$, $f_{\delta,2}$	Dichtefunktion der Signaldifferenz δ bei verzerrtem Produktivitätsbericht
f_{ε_k}	Dichtefunktion des Zuteilungsfehlers ε_k in Aufgabe k
$f_{\varepsilon_X,\varepsilon_Y}$	Gemeinsame Dichtefunktion der Zuteilungsfehler ε_X und ε_Y
$f_{\varepsilon_k\|\varepsilon_{-k}}$	Auf ε_{-k} bedingte Dichtefunktion des Zuteilungsfehlers ε_k
$f_{\theta_k^i}$	Dichtefunktion des Störterms θ_k^i
$g(\cdot)$, $g_1(\cdot)$, $g_2(\cdot)$	Umkehrung der Transformation ξ

H	Hessematrix
h	Verteilungsgrenze des Zuteilungsfehlers ε_k
h_k	Verteilungsgrenze des Zuteilungsfehlers ε_k bzgl. Aufgabe k
I_1	Informationssystem, das am Ende des Turniers Berichte über die von den Agenten erzielten Ergebnisse liefert
I_2	Informationssystem, das neben den finalen Ergebnissen mit Sicherheit einen Zwischenbericht am Ende der ersten Periode generiert
I_3	Informationssystem, das neben den finalen Ergebnissen mit einer positiven Wahrscheinlichkeit einen Zwischenbericht über die Produktivitäten der Agenten am Ende der ersten Periode generiert
I_3'	Informationssystem, das neben den finalen Ergebnissen mit einer positiven Wahrscheinlichkeit einen Zwischenbericht über die Produktivitäten der Agenten am Ende der ersten Periode generiert, der stets vollständig offengelegt wird
$i, -i$	Agentenindex, $i = A,B$, $-i = A,B$, $i \neq -i$
J	Funktionaldeterminante der Umkehrung der Transformation
K	Menge aller Aufgaben k
K'	Menge aller im Gleichgewicht bearbeiteten Aufgaben k'
k, $-k$	Aufgabenindex, $k = X,Y$, $-k = X,Y$, $k \neq -k$
k'	Aufgabenindex für im Gleichgewicht bearbeitete Aufgaben
k''	Repräsentative Aufgabe
L	Lagrangefunktion
LHS_X, LHS_Y	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 3.3
l	Ereignisse, $l = I,II,III,IV$
M	Linearer Anreizvertrag
m	Fixum im linearen Anreizvertrag
N	Nichtausweis von Feedbackinformationen vom Prinzipal an den Agenten
n	Anzahl der Aufgaben k
n'	Anzahl der im Gleichgewicht bearbeiteten Aufgaben k'

P	Überschuss des Prinzipals bei der Anreizsetzung über einen linearen Anreizvertrag
$\Pr(\cdot)$	Wahrscheinlichkeit
p_k^i, p_k	Produktivität des Agenten i in Aufgabe k
q	Performancemaßbezeichnung
R	Fixer Turnierpreis
R_{lose}	Preis für den Turnierverlierer
R_{win}	Preis für den Turniergewinner
$R^{äq}$	Zum ergebnisabhängigen Turnierpreis äquivalenter fixer Turnierpreis
$R^{äq'}$, $R^{äq''}$	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 2.7
R^{π}	Ergebnisabhängiger Turnierpreis
r^i, r	Bericht des Prinzipals an Agent i unter Informationssystem I_3
S^i, S	$= (S_k^i, S_{-k}^i)$; Feedbackbericht über Agent i
S_k	$= (S_k^i, S_k^{-i})$; Feedbackbericht bzgl. Aufgabe k; in Kapitel 4: $S_k \mathrel{\hat{=}} S_k^i$
S_k^i	Feedbacksignal über Agent i in Aufgabe k
$\overline{S}_k^i$, $\overline{S}_k$	Beobachteter Feedbackbericht über Agent i in Aufgabe k
T	Knappe Arbeitszeit je Periode
T^{FB}	Gesamtarbeitszeit in der unbeschränkten *first-best*-Lösung
$T^{\dagger}$	Gesamtarbeitszeit in der unbeschränkten *second-best*-Lösung
T', T''	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 2.7
T^{fix}	Knappe Arbeitszeit bei einem zum ergebnisabhängigen Turnierpreis äquivalenten fixen Turnierpreis
T^{π}	Knappe Arbeitszeit bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis
t	Periodenindex
$U(\cdot)$	Gleichverteilung
U^*	Gleichgewichtiger erwarteter Nutzen eines Agenten aus der Turnierteilnahme
U_i	Erwarteter Nutzen des Agenten i aus der Turnierteilnahme
U_i^{π}	Erwarteter Nutzen des Agenten i aus der Turnierteilnahme bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis

u	Beteiligungsrate bzgl. des Performancemaßes q
$u^{\dagger}$	Optimale Beteiligungsrate bzgl. des Performancemaßes q bei unbeschränkter Arbeitszeit
$u^{\dagger,tc}$	Optimale Beteiligungsrate bzgl. des Performancemaßes q bei knapper Arbeitszeit
V	$= x^A + x^B + y^A + y^B$; Gesamtergebnis
$V_2(I)$	Erwartetes Ergebnis der zweiten Periode eines repräsentativen Agenten unter Informationssystem I
$V_2(I_3\|l)$	Erwartetes Ergebnis der zweiten Periode eines repräsentativen Agenten unter Informationssystem I_3 in Ereignis l
$\Diamond V_2$	$= V_2(I_3) - V_2(I_1)$; Differenz der unter den beiden Informationssystemen I_3 und I_1 erwarteten Ergebnisse der zweiten Periode eines repräsentativen Agenten
$\Diamond V_2(l)$	$= V_2(I_3\|l) - V_2(I_1)$; Differenz der unter den beiden Informationssystemen I_3 und I_1 in Ereignis l erwarteten Ergebnisse der zweiten Periode eines repräsentativen Agenten
$Var(\cdot)$	Varianz
v	Beteiligungsrate bzgl. des Performancemaßes z
$v^{\dagger}$	Optimale Beteiligungsrate bzgl. des Performancemaßes z bei unbeschränkter Arbeitszeit
$v^{\dagger,tc}$	Optimale Beteiligungsrate bzgl. des Performancemaßes z bei knapper Arbeitszeit
v', $v'^{\dagger,tc}$	Beweisvariable im Beweis zu Lemma 5.4
$\overline{v}$	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 5.6
$\widehat{v}$	$= \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}$; Beteiligungsrate mit der bei der Anreizsetzung über Performancemaß z Zielkongruenz erreicht wird, wenn sie ausreichend hoch ist, um den Agenten zum Ausschöpfen der Arbeitszeit zu motivieren
W	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 3.3
w	Weitere Finanzmittel des Unternehmens
X	Aufgabenbezeichnung
x^i, x	Ergebnis des Agenten i in Aufgabe X
$\widetilde{x}^i$	Bericht des Informationssystems über das Ergebnis von Agent i in Aufgabe X

x_t^i	Ergebnis des Agenten i in Aufgabe X und Periode t
$\widetilde{x}_1^i$	Bericht des Informationssystems über das Ergebnis der ersten Periode von Agent i in Aufgabe X
Y	Aufgabenbezeichnung
y^i, y	Ergebnis des Agenten i in Aufgabe Y
$\widetilde{y}^i$	Bericht des Informationssystems über das Ergebnis von Agent i in Aufgabe Y
y_t^i	Ergebnis des Agenten i in Aufgabe Y und Periode t
$\widetilde{y}_1^i$	Bericht des Informationssystems über das Ergebnis der ersten Periode von Agent i in Aufgabe Y
z	Performancemaßbezeichnung

Griechische Symbole

α_k^i, α_k	Verteilungsgrenze des Störterms θ_k^i
β_k^i	Regressionskoeffizient des linearen Erwartungsrevisionsprozesses
$\widehat{\beta}_k^i$	Vermutung über den Regressionskoeffizienten des Agenten i bei seiner Erwartungsrevision mittels eines linearen Revisionsprozesses
Γ_k^i	*Signal-jamming* Komponente bzgl. Agent i in Aufgabe k
γ	Prozentualer Anteil am Unternehmensergebnis im ergebnisabhängigen Turnierpreis
Δ_a	$= a_X - a_Y$; Differenz der Sensitivitäten des Performancemaßes q
Δ_b	$= b_X - b_Y$; Differenz der Sensitivitäten des Performancemaßes z
Δ_μ	$= \mu_X - \mu_Y$; Differenz der a priori erwarteten Produktivitäten
$\Delta_\mu(N)$	A posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung eines Nichtausweises N
$\Delta_\mu(S)$	A posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung des Feedbackberichts S
$\Delta_\mu(S_{\text{perfekt}})$	A posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung des perfekten Produktivitätsfeedbacks $S = (p_X, p_Y)$
$\Delta_\mu(S_{\text{verzerrt}})$	A posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung des verzerrten Produktivitätsfeedbacks $S = (p_X + \theta_X, p_Y + \theta_Y)$
$\Delta_\mu(r)$	A posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung des Berichts r

$\overline{\Delta}$	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 4.1
$\widehat{\Delta}$	Obere Grenze des Nichtausweisintervalls
$\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$	Optimale obere Grenze des Nichtausweisintervalls bei perfektem Produktivitätsbericht
$\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$	Optimale obere Grenze des Nichtausweisintervalls bei verzerrtem Produktivitätsbericht
$\widetilde{\Delta}_p^i$, $\widetilde{\Delta}_p$	$= p_X^i - p_Y^i$; Produktivitätsdifferenz des Agenten i
δ	$= S_X - S_Y$; Signaldifferenz
ε_k	Zuteilungsfehler in Aufgabe k
$\bar{\varepsilon}_k$	Verteilungsgrenze des Zuteilungsfehlers ε_k bei stochastisch abhängigen Zuteilungsfehlern
ε_{1k}	Zuteilungsfehler in Aufgabe k und Periode 1
ε_q	Störterm im Performancemaß q
ε_z	Störterm im Performancemaß z
ζ	Marginaler Nutzen einer Einheit des erzielten Ergebnisses
η_1, η_2	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 3.3
Θ_1, Θ_2	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 2.6
ϑ_1, ϑ_2	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 3.4
θ_k^i, θ_k	Störterm im verzerrten Produktivitätsbericht
ι	Maß der fehlenden Zielkongruenz
κ	Variable zur Prüfung der Existenz linear unabhängiger Performancemaße
Λ	Matrix der Sensitivitäten der Performancemaße z und q
λ_t, λ	Lagrangemultiplikator der Zeitrestriktion (in Periode t)
$\lambda^{FB,tc}$	Lagrangemultiplikator in der optimalen zeitbeschränkten *first-best*-Lösung
μ	$= (\mu_X, \mu_Y)'$; Vektor der (a priori erwarteten) Produktivitäten
μ_k	(A priori erwartete) Produktivität in Aufgabe k
ν	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 5.5
Ξ	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 2.3

ξ_1, ξ_2	Transformationen bei der Herleitung der gemeinsamen Dichtefunktion von p_k^i und S_k^i
π	$= w + x^A + x^B + y^A + y^B$; Unternehmensergebnis
ϖ	Allgemeine obere Grenze des Nichtausweisintervalls
ρ_l	Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses $l = I, II, III, IV$
σ^i, σ	Zwischenbericht des Informationssystems I_3 an den Prinzipal über Agent i
ς_1, ς_2	Beweisvariablen im Beweis zu Proposition 4.3
τ_X, τ_Y, $\tau_X^\star$, $\tau_Y^\star$	Beweisvariablen im Beweis zu Proposition 3.3
Φ_X, Φ_Y	Beweisvariablen bei der Herleitung der Turniergewinnwahrscheinlichkeit bei stochastisch abhängigen Zuteilungsfehlern
φ	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 5.9
ϕ	Wahrscheinlichkeit, dass Informationssystem I_3 keine Informationen generiert
ϕ'	Grenzwert für ein vorteilhaftes Informationssystem I_3 bzgl. der Wahrscheinlichkeit, dass Informationssystem I_3 keine Informationen generiert
χ	Beweisvariable im Beweis zu Proposition 4.3
Ψ	Adaptionsterm bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis
ψ	Maß für die Stärke der Anpassung der Arbeitszeitallokation der ersten Periode an erwartete Produktivitätsunterschiede aufgrund des *signal-jamming* Effekts
Ω	Anzahl der Aufgaben, die gewonnen werden müssen, um das Turnier unabhängig von Münzwurfentscheidungen zu gewinnen
ω	Zählindex

Sonstige Symbole

$(\cdot)'$	Transponierte eines Vektors
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbf{0}$	$= (0,0)'$; Nullvektor
$\varnothing$	Keine Veröffentlichung eines Zwischenberichts durch das Informationssystem I_3 an den Prinzipal

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Das Aufgabenspektrum von Managern ist durch eine Vielzahl von Aufgabenfeldern und Verantwortungsbereichen gekennzeichnet. So müssen nicht nur Investitions- und Produktionsentscheidungen, sondern auch Entscheidungen über die Einstellung von Mitarbeitern und die strategische Ausrichtung des Unternehmens getroffen werden.[1] Das multidimensionale Aufgabenspektrum führt jedoch dazu, dass Manager oft mit der Situation konfrontiert sind, für die Bearbeitung aller ihnen übertragenen Aufgaben nicht ausreichend Zeit zur Verfügung zu haben.[2] Dies zeigt auch eine repräsentative Umfrage des Deutschen Gewerkschaftsbunds aus dem Jahr 2012, bei der 63 Prozent der befragten Beschäftigten angaben, immer mehr leisten zu müssen, ohne hierfür mehr Zeit zu haben. Mit einem Anteil von 74 Prozent stellen dabei Führungskräfte die am stärksten von Arbeitsintensivierung betroffene Berufsgruppe dar.[3] Zudem konnte in den letzten Jahren ein stetiger Anstieg in der Belastung der Beschäftigten beobachtet werden, wodurch sich die Problematik der knappen Arbeitszeit verschärft hat.[4] Dies geht gar so weit, dass die Entscheidung, welche Aufgaben nicht bearbeitet werden, zu einer der wichtigsten Entscheidungen des Zeitmanagements wurde.[5]

Besteht in einem Bereich des Unternehmens ein hochgradiger Mangel an Arbeitszeit, kann dieser durch das Einstellen zusätzlicher Mitarbeiter behoben werden. Auf dem Arbeitsmarkt herrscht jedoch ein Mangel an qualifizierten Arbeitnehmern, sodass es den Unternehmen teilweise nicht möglich ist, neue Arbeitskraft hinzuzugewinnen. In einer Umfrage von McKinsey & Company gaben drei Viertel der befragten Unternehmen an, immer wieder Probleme zu haben, geeigne-

1 Siehe u.a. Bolton/Dewatripont (2005, S. 217).
2 Siehe Fried/Slowik (2004).
3 Siehe DGB-Index Gute Arbeit GmbH (2012).
4 Siehe Bevins/Smet (2013).
5 Siehe Bregman (2013).

te Arbeitnehmer zu finden.[6] Das gleiche Bild zeigt sich in einer weltweiten Untersuchung der ManpowerGroup (2013), bei der 35 Prozent der über 38.000 befragten Arbeitgeber angaben, Schwierigkeiten zu haben, ihre offenen Stellen mit fähigen Arbeitnehmern zu besetzen. Insbesondere trifft dies auf leitende Positionen in Unternehmen zu, da speziell der Mangel an Führungskräften in den letzten Jahren zugenommen hat.[7] Darüber hinaus kann Arbeitskraft nicht in beliebig kleinen Einheiten erworben werden, wenn der Mangel an Arbeitszeit die Schaffung einer neuen Stelle nicht rechtfertigt. Die Problematik der knappen Arbeitszeit kann folglich nicht ohne Weiteres durch eine Aufstockung der Belegschaft gelöst werden.

Obwohl bekannt ist, dass die Arbeitszeit von Managern eine knappe Ressource darstellt, wird sie in Unternehmen nicht als solche behandelt. Während detaillierte Instrumente zur optimalen Allokation von Rohstoffen oder Kapital existieren, bleibt die Ressource Arbeitszeit meist unbeachtet.[8] Die fehlende Steuerung führt jedoch dazu, dass die Arbeitszeit ineffizient eingesetzt wird. In einer Umfrage unter rund 1.500 Managern berichten 48 Prozent der Befragten, dass die Art und Weise, wie sie ihre Arbeitszeit einsetzen, nicht oder nur in geringem Ausmaß auf die strategischen Prioritäten des Unternehmens ausgerichtet ist.[9] Neben finanziellen Einbußen kann das Unternehmen durch den ungesteuerten Umgang mit der Arbeitszeit der Manager auch langsam und bürokratisch werden. Wird die Arbeitszeit jedoch als knappe Ressource verstanden und ihr Einsatz ebenso strikt organisiert wie die Verwendung knapper finanzieller oder ökologischer Ressourcen, können Gemeinkosten gesenkt, Zeiträume für Innovationen geschaffen und die Effizienz des Unternehmens gesteigert werden.[10] Eine berühmte Maxime des Zeitmanagements verdeutlicht die Notwendigkeit der Steuerung der Arbeitszeit von Managern: „Time is the scarcest resource, and unless it is managed nothing else can be managed."[11] Folglich sollte der Knappheitscharakter der Arbeitszeit in der Unternehmensorganisation berücksichtigt und ein geeignetes Instrument zur Steuerung der Allokation dieser knappen Ressource gefunden werden.

Die Gewährleistung des effizienten Einsatzes der Arbeitszeit ist hierbei nicht ausschließlich Aufgabe des jeweiligen Managers, sondern fällt ebenso in den Verantwortungsbereich der Unternehmenszentrale (im Folgenden auch als Prinzipal bezeichnet), da die Art und Weise, wie Arbeitszeit eingesetzt wird, stark mit der Unternehmensstruktur und -kultur verbunden ist.[12] Insbesondere dem Controlling kommt hierbei eine hohe Bedeutung zu, eine dessen Hauptaufgaben es ist, Entscheidungen dezentraler Organisationseinheiten zu steuern. Können die Handlungen der dezentral organisierten Entscheidungsträger nicht direkt beobachtet werden, verfolgen diese ihre individuellen Interessen, die nicht zwangsläufig den Unternehmenszielen entsprechen. Die Handlungen der Manager müssen folglich in Einklang mit den Unternehmenszielen gebracht werden. Dies kann durch die Implementierung eines Anreizmechanismus erreicht werden.[13] Zum einen

6 Siehe Chambers et al. (1998).
7 Siehe ManpowerGroup (2013) und Chambers et al. (1998, S. 45).
8 Bevins/Smet (2013) kritisieren beispielsweise, dass in Unternehmen allen profitablen Projekten eine hohe Priorität zugesprochen wird, ohne zu prüfen, ob ausreichend Kapazität auf Seiten der Manager vorhanden ist, die diese Projekte betreuen sollen.
9 Siehe McKinsey & Company (2011).
10 Siehe Mankins/Brahm/Caimi (2014) und Fried/Slowik (2004, S. 405).
11 Drucker (2002, S. 53).
12 Siehe Bevins/Smet (2013, S. 1).
13 Einen Überblick über die verschiedenen Formen der Anreizsetzung in Unternehmen liefern u.a. Prendergast (1999)

stellt die Einführung eines relativen Leistungsturniers eine Möglichkeit der Anreizsetzung dar. Hierbei treten mehrere Manager in einen Wettkampf um einen vorab festgelegten Preis, den derjenige Manager erhält, der die höchste Leistung erbringt. Zum anderen kann die Anreizsetzung über einen individuellen, ergebnisabhängigen Entlohnungsvertrag erfolgen. Dieser Entlohnungsvertrag enthält neben einer Fixzahlung eine ergebnisabhängige Komponente, durch die dem Manager Arbeitsanreize gesetzt werden. Bei optimaler Ausgestaltung des Anreizmechanismus führen diejenigen Handlungen, die einen positiven Beitrag zum Unternehmenserfolg leisten und vom Prinzipal gewünscht werden, auch zu einem Nutzenanstieg der Manager, sodass sich die individuellen Interessen der Manager an die Unternehmensinteressen angleichen.

Sowohl bei der Anreizsetzung über relative Leistungsturniere als auch bei der Anreizsetzung über ergebnisabhängige Entlohnungsverträge wird ein Informationssystem benötigt, das Informationen über die Leistung der Manager liefert.[14] Diese Informationen können vom Controller aufbereitet und zur Bestimmung der Entlohnungshöhe der Manager herangezogen werden.[15] Zu Beginn der Vertragsbeziehung ist den Managern bekannt, auf Basis welcher Größen ihre Entlohnung bestimmt wird. Folglich berücksichtigen sie bei der Wahl ihrer Handlungen, welchen Einfluss diese auf die Ergebnisgrößen haben. Die vom Informationssystem generierten und in den Anreizmechanismus eingebundenen Informationen haben somit eine entscheidungsbeeinflussende Wirkung. Welche Handlungen mithilfe des Anreizmechanismus induziert werden können, hängt daher entscheidend davon ab, welche Informationen das Informationssystem zur Anreizsetzung bereitstellt.

Darüber hinaus können Informationssysteme eingesetzt werden, um zwischen den Entlohnungszeitpunkten Berichte über die Leistung der Manager zu generieren, die im Rahmen eines Feedbackmechanismus an die Manager weitergegeben werden können. Über den Feedbackmechanismus besteht dann eine weitere Möglichkeit, Einfluss auf die Handlungswahl der Manager zu nehmen.

In der bisherigen Literatur zur Ausgestaltung und Wirkungsweise von Anreiz- und Informationssystemen wird davon ausgegangen, dass die Arbeitszeit von Managern unbeschränkt zur Verfügung steht. Wie eingangs erläutert, ist in der Realität jedoch zu beobachten, dass die Arbeitszeit eine knappe Ressource darstellt.[16] Jede Stunde, die für die Bearbeitung einer Aufgabe aufgewendet wird, steht nicht mehr für die Bearbeitung der restlichen Aufgaben zur Verfügung. Folglich berücksichtigen Manager bei der Wahl ihrer Arbeitszeitallokation Opportunitätskosten. Dieses aufgrund der knappen Arbeitszeit veränderte Entscheidungskalkül der Manager hat Auswirkungen auf die Wirkungsweise von Anreiz- und Informationssystemen und muss deshalb bei deren Ausgestaltung berücksichtigt werden. Nur dann können Fehlallokationen vermieden werden, die zu Einbußen für das Unternehmen führen.

und Gibbons/Waldman (1999). Vergleichende experimentelle Studien zur Wirkungsweise unterschiedlicher Anreizmechanismen bieten u.a. Dijk/Sonnemans/Winden (2001) und Harbring/Irlenbusch (2001).

14 Zur Bedeutung von Informationssystemen bei der Anreizsetzung siehe u.a. Schöndube (2006, S. 13) und Budde (2000, S. 3).

15 Murphy (1999, S. 2.500) zeigt, dass Unternehmen speziell Größen des Rechnungswesens als Performancemaße verwenden, um ihre Führungskräfte zu entlohnen.

16 Siehe u.a. Bevins/Smet (2013) und Mankins/Brahm/Caimi (2014).

Ziel dieser Arbeit ist es, die Auswirkungen der Knappheit an Arbeitszeit auf die optimale Ausgestaltung und Wirkungsweise von Anreiz- und Informationssystemen zu untersuchen, wenn sich Manager einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum gegenübersehen. Hierzu liefert die vorliegende Arbeit Einblicke in die Entscheidung von Managern über die Allokation ihrer knappen Arbeitszeit, wenn die Anreizsetzung über ein relatives Leistungsturnier bzw. über einen ergebnisabhängigen Entlohnungsvertrag erfolgt. Des Weiteren wird untersucht, welchen Einfluss das eingesetzte Informationssystem auf die von den Managern gewählten Arbeitszeitallokationen hat und wie dieses Informationssystem zur Steigerung des Unternehmenserfolgs beitragen kann.

Zunächst wird ein Informationssystem betrachtet, das neben den finalen Ergebnissen zusätzlich Feedbackinformationen über die Manager generiert. Es wird analysiert, wie sich die Einführung eines Feedbackmechanismus auf die Arbeitszeitallokationen der Manager und das erzielte Ergebnis in einem zweiperiodigen relativen Leistungsturnier auswirkt. Während dieser Aspekt in der Literatur im Zusammenhang mit einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum weitestgehend unberücksichtigt blieb, weisen die wenigen empirischen und experimentellen Studien hierzu darauf hin, dass die Einführung eines Feedbackmechanismus in solchen Situationen vorteilhaft für das Unternehmen sein kann, da sich durch das Feedback die Allokation des Arbeitseinsatzes auf die verschiedenen Aufgaben ändert.[17] Die vorliegende Arbeit liefert eine modelltheoretische Untersuchung dieses beobachteten Effekts.

Die Wirkungsweise von Feedback und der Wert, den der Feedbackmechanismus für das Unternehmen hat, hängen von den Eigenschaften des implementierten Informationssystems und der hiermit generierten Informationen ab. In dieser Arbeit wird sowohl ein Informationssystem, das mit Sicherheit Informationen liefert, als auch ein Informationssystem, das lediglich teilweise informativ ist, betrachtet. Während bei ersterem im Gleichgewicht stets eine vollständige Offenlegung der Informationen gegenüber den Managern resultiert, kann der Prinzipal bei einem imperfekten Informationssystem, das nicht mit Sicherheit Informationen generiert, beobachtete Informationen strategisch zurückhalten. Welchen Wert die Einführung eines Feedbackmechanismus hat und unter welchen Umständen die generierten Informationen offengelegt werden, wird in dieser Arbeit untersucht. Aus den ermittelten Ergebnissen können Implikationen für die optimale Ausgestaltung von Informationssystemen zur Erzeugung von Feedbackinformationen in relativen Leistungsturnieren abgeleitet werden.

Des Weiteren werden in der vorliegenden Arbeit Ausgestaltungsaspekte von Informationssystemen in Verbindung mit der Anreizsetzung über ergebnisabhängige Entlohnungsverträge untersucht. Aufgrund der knappen Arbeitszeit von Managern ändern sich das optimale Vertragsdesign sowie die Anforderungen an die in den Verträgen verwendeten Performancemaße zur Erreichung von Zielkongruenz. Diese Arbeit liefert die notwendige und die hinreichende Bedingung für das Vorliegen von Zielkongruenz bei Verwendung eines einzelnen Performancemaßes. Des Weiteren wird untersucht, wie zusätzliche Performancemaße dazu beitragen können, zielkongruentes Handeln zu motivieren, und welche Eigenschaften diese Performancemaße aufweisen sollten. Somit können Implikationen für die optimale Ausgestaltung von Informationssystemen zur Generierung von Performancemaßen abgeleitet werden.

17 Siehe Casas-Arce/Martínez-Jerez (2009) und Hannan et al. (2013).

1.2 Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit untersucht die Vertragsbeziehung zwischen der Unternehmenszentrale (Prinzipal) und zwei hierarchisch untergeordneten Managern (Agenten), deren Arbeitszeit knapp ist. Die Agenten müssen in zwei Aufgaben zum Leisten von Arbeitseinsatz motiviert werden. Um die gewünschte Arbeitszeitallokation zu induzieren, stehen dem Prinzipal verschiedene Anreiz- und Informationssysteme zur Verfügung. In den Kapiteln 2 bis 4 erfolgt die Anreizsetzung über ein relatives Leistungsturnier zwischen den Agenten, das sich über zwei Perioden erstreckt. Wie die Agenten die ihnen zur Verfügung stehende Arbeitszeit auf die beiden Aufgaben aufteilen, wird in Kapitel 2 untersucht. Hierzu wird eingangs das den Kapiteln 2 bis 4 zugrunde liegende Grundmodell spezifiziert. Anschließend folgt die Analyse der aus Sicht der Agenten im Grundmodell optimalen Allokation ihrer knappen Arbeitszeit. Anhand dieser Ergebnisse ist zu erkennen, dass in einem solchen Turnier mit mehrdimensionalem Aufgabenspektrum und knapper Arbeitszeit der Agenten ein Interessenkonflikt zwischen dem Prinzipal und den Agenten auftritt. Während der Prinzipal daran interessiert ist, dass sich die Agenten in derjenigen Aufgabe spezialisieren, in der sie den höheren Beitrag zum Unternehmensergebnis erzielen können, bevorzugen es die Agenten ihre Arbeitszeit möglichst gleichmäßig auf die Aufgaben zu verteilen. Dieser Interessenkonflikt führt zu Einbußen auf Seiten des Prinzipals, sodass er nach Instrumenten sucht, mit denen er den Interessenkonflikt abschwächen kann. Um allgemeine Aussagen über diejenigen Faktoren treffen zu können, die die Handlungswahl der Agenten beeinflussen, wird im anschließenden Abschnitt eine Erweiterung des Grundmodells auf eine beliebige Anzahl an Aufgaben präsentiert. Der letzte Abschnitt des Kapitels untersucht, wie sich eine Kopplung des Turnierpreises an die Höhe des erzielten Ergebnisses auf den Interessenkonflikt auswirkt.

In den Kapiteln 3 und 4 wird als Instrument zur Entschärfung des Interessenkonflikts die Einführung eines Feedbackmechanismus untersucht. Hierzu wird in Kapitel 3 ein Informationssystem betrachtet, das am Ende der ersten Periode mit Sicherheit Feedbackinformationen generiert. Des Weiteren wird unterstellt, dass sich der Prinzipal zu Beginn des Turniers festlegen muss, ob er einen Feedbackmechanismus einführt, durch den die Agenten am Ende der ersten Periode die Berichte des Informationssystems wahrheitsgemäß erfahren. Im Anschluss an die Herleitung der in den beiden Perioden bei Einführung eines Feedbackmechanismus optimalen Arbeitszeitallokationen der Agenten werden die Effekte des Feedbacks anhand zweier beispielhafter Feedbackformen veranschaulicht. Hieran wird gezeigt, unter welchen Umständen die Implementierung eines Feedbackmechanismus für den Prinzipal aus der ex ante Sicht vorteilhaft ist.

Da die Reaktionen der Agenten auf die veröffentlichten Feedbackinformationen nicht immer vorteilhaft für den Prinzipal sind, hat er einen Anreiz, die beobachteten nachteiligen Berichte des Informationssystems zurückzuhalten. Diese strategische Offenlegungsentscheidung des Prinzipals wird in Kapitel 4 untersucht. Hierzu wird der im vorhergehenden Kapitel dargestellte Modellrahmen in der Form modifiziert, dass das Informationssystem nicht mehr mit Sicherheit Feedbackinformationen am Ende der ersten Periode generiert. Es wird gezeigt, dass es dann für den Prinzipal im Gleichgewicht nicht mehr optimal ist, die Informationen vollständig offenzulegen. Nach Darstellung der grundlegenden Trade-offs und Identifikation derjenigen Informationen, deren Offenlegung nachteilig für den Prinzipal ist, folgt die Herleitung der optimalen Offenlegungsstrategie des Prinzipals. Hierbei wird zwischen einem Informationssystem, das unverzerrte Berichte generiert, und einem Informationssystem, das verzerrte Berichte liefert, unterschieden. Anhand dieser Ergebnisse wird der Einfluss der Präzision der Informationen des Informationssystems auf die Offenlegungsstrategie des Prinzipals aufgezeigt. Im letzten Abschnitt des Kapitels folgt die Bestimmung des Werts, den ein imperfektes Informationssystem und insbesondere die strategische Offenlegungsentscheidung für den Prinzipal hat.

In Kapitel 5 wird die optimale Ausgestaltung von individuellen Anreizverträgen im Kontext eines mehrdimensionalen Aufgabenspektrums und einer knappen Arbeitszeit analysiert. Hierzu wird ein Prinzipal-Agenten-Modell mit zwei Aufgaben betrachtet. Nach der Darstellung des Modellrahmens wird als Benchmark das optimale Vertragsdesign bei einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum und unbeschränkter Arbeitszeit aufgezeigt. Anschließend folgt die Analyse der optimalen Vertragsgestaltung bei knapper Arbeitszeit des Agenten. Als Vergleichsmaßstab für die nachfolgenden Ergebnisse wird die *first-best*-Lösung hergeleitet, d.h. die optimale Arbeitszeitwahl und der hiermit erzielte Überschuss des Prinzipals, wenn der Prinzipal die Handlungen des Agenten beobachten kann. Im restlichen Kapitel wird hingegen angenommen, dass der Arbeitseinsatz des Agenten nicht beobachtbar und sein erzieltes Ergebnis nicht kontrahierbar ist, sodass ein Rückgriff auf Performancemaße notwendig ist. Zunächst wird untersucht, wie ein Agent bei einem gegebenen Entlohnungsvertrag seine Arbeitszeit auf die Aufgaben aufteilt und wie der Prinzipal unter Antizipation dieses Verhaltens des Agenten den Entlohnungsvertrag optimal ausgestaltet, wenn zur Anreizsetzung ein einzelnes Performancemaß herangezogen wird. Aufbauend hierauf wird untersucht, welche Eigenschaften das Performancemaß aufweisen muss, um trotz nicht beobachtbarer Handlungen und Nichtkontrahierbarkeit des Ergebnisses die *first-best*-Lösung zu erzielen. Hierzu werden die notwendige und die hinreichende Bedingung für das Vorliegen von Zielkongruenz bestimmt. Es wird außerdem gezeigt, wie sich aus der Knappheit der Arbeitszeit Vorteile bei der Vertragsgestaltung ergeben. Anhand von Beispielen werden die Ergebnisse veranschaulicht. Der letzte Abschnitt des Kapitels untersucht den Wert zusätzlicher Performancemaße und beleuchtet, unter welchen Umständen das Ausmaß einer fehlenden Zielkongruenz durch Verwendung eines zweiten Performancemaßes verringert werden kann. Hierbei werden zwei Fälle unterschieden. Im ersten Unterabschnitt wird angenommen, dass die Beteiligungsraten beliebige Werte annehmen können. Im zweiten Unterabschnitt wird hingegen analysiert, welche Auswirkungen die Verwendung lediglich nicht negativer Beteiligungsraten auf das optimale Vertragsdesign und die hierdurch induzierbaren Arbeitszeitallokationen hat. Hieraus werden Implikationen für die optimale Ausgestaltung von Informationssystemen zur Generierung von Performancemaßen abgeleitet.

Als Abschluss der Arbeit werden in Kapitel 6 die wesentlichen Resultate der Arbeit zusammengefasst, Implikationen für die Praxis abgeleitet und ein Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf geboten.

1.3 Einordnung in die Literatur

Dieser Abschnitt ordnet die in dieser Arbeit betrachtete Thematik in die bestehende Literatur ein. Ziel ist es hierbei jedoch nicht, einen vollständigen Literaturüberblick zu bieten.

Die Wirkungsweise von relativen Leistungsturnieren wurde in der Literatur bereits intensiv untersucht.[18] Im Großteil dieser Literatur wird jedoch ein lediglich eindimensionales Aufgabenspektrum unterstellt. Die Analyse von Turnieren, in denen die Leistung in mehreren Aufgaben für die Gewinnerermittlung entscheidend ist, findet in weit weniger Arbeiten Beachtung. Franckx/D'Amato/Brose (2004) untersuchen beispielsweise ein Turnier mit mehreren Aufgaben, wobei der Prinzipal neben dem Turnierpreis auch die Gewichtung der einzelnen Aufgaben bei der Ermittlung des Gewinners festlegen kann. Im Vergleich zur vorliegenden Arbeit bestehen bei Franckx/D'Amato/Brose zwischen den Aufgabenergebnissen aufgrund korrelierter Störgrößen stochastische Abhängigkeiten. In dieser Arbeit wird von solchen stochastischen Abhängigkeiten abstrahiert, um die Auswirkungen der Beschränkung der Arbeitszeit auf die Wahl der Arbeitseinsätze der Agenten isoliert untersuchen zu können.

Wie sich eine Arbeitszeitbeschränkung im Turnierkontext auswirkt, beleuchtet beispielsweise Kräkel (1998). Er untersucht, wie über Arbeitszeitverkürzungen Sabotageaktivitäten in Turnieren entgegengewirkt werden kann. Die optimale Allokation einer knappen Ressource auf mehrere Aufgaben in einem Turnierkontext wird in vielen weiteren Modellrahmen untersucht. Neben allgemein gehaltenen Modellen, wie beispielsweise in Clark/Konrad (2007) und Sela/Erez (2013), findet diese Thematik besonders in der Literatur zur Modellierung der optimalen Verteilung von Wahlkampfbudgets im US-amerikanischen Wahlkampfsystem Anwendung, wie unter anderem in Strömberg (2008) und Brams/Davis (1974, 1982). Diesen Untersuchungen liegt jedoch meist ein Tullock-Modell zugrunde. Im Unterschied zu Tullock-Modellen hängt in dieser Arbeit die Turniergewinnwahrscheinlichkeit von stochastischen Größen ab. Auch die Literatur zu den Colonel Blotto Spielen, wie beispielsweise Roberson (2006) und Kvasov (2007), beschäftigt sich mit der optimalen Allokation einer knappen Ressource, wobei stochastische Einflüsse ebenfalls keine Rolle spielen. In dieser Modellklasse werden außerdem, wie auch in den zuvor genannten Arbeiten, die Kosten der Ressourcennutzung meist vernachlässigt bzw. lediglich lineare Kostenverläufe betrachtet. Stellt die knappe Ressource jedoch die Arbeitszeit dar, ist die Annahme eines konvexen Kostenverlaufs der Ressourcennutzung plausibler.

Eine weitere Modellklasse, in der die Auswirkungen einer knappen Ressource untersucht werden, stellen Auktionen dar. Reiß/Schöndube (2010) zeigen, dass Bieter mit beschränkten Kapazitäten in sequentiellen Auktionen Opportunitätskosten in ihren Entscheidungskalkülen berücksichtigen. Des Weiteren untersuchen Che/Gale (1997, 1998) in einer All-pay-Auktion und Dobzinski/Lavi/Nisan (2012) in einer Auktion mit mehreren Objekten, welche Folgen eine Beschränkung der Gebote hat. Das in dieser Arbeit betrachtete Modell unterscheidet sich außerdem von Arbeiten, die sich mit dem Einsatz beschränkter Ressourcen in dynamischen Turnieren mit K.-o.-Modus beschäftigen. Stein/Rapoport (2005) und Harbaugh/Klumpp (2005) untersu-

18 Vgl. Lazear/Rosen (1981), O'Keeffe/Viscusi/Zeckhauser (1984), Green/Stokey (1983), McLaughlin (1988) und Nalebuff/Stiglitz (1983). Einen Überblick über die Grundlagen der Turniertheorie bieten u.a. Lazear (2002) und Kräkel (1999).

chen beispielsweise, wie eine beschränkte Ressource über die einzelnen Turnierrunden optimal aufgeteilt wird. Im Gegensatz zu Turnieren mit K.-o.-Modus, bei denen die Leistung aus vorhergehenden Turnierrunden keine Auswirkung auf den finalen Turniergewinn hat, spielt in dem in dieser Arbeit betrachteten dynamischen Turnier der Arbeitseinsatz beider Perioden für den finalen Turniergewinn eine Rolle. Des Weiteren wird in dieser Arbeit eine Situation betrachtet, in der je Periode eine knappe Arbeitszeit zur Verfügung steht, die auf unterschiedliche Aufgaben alloziert werden kann. Intertemporale Umverteilungen werden nicht betrachtet.

Kapitel 3 dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Wirkung von Feedback in relativen Leistungsturnieren. Der betrachtete Feedbackmechanismus, bei dem der Prinzipal die gesamten Informationen offenlegt, ist eng mit dem von Ederer (2010) und Aoyagi (2010) untersuchten Feedbacksystem verbunden. Beide Arbeiten analysieren die Effekte zwischenzeitlichen Feedbacks auf die Arbeitseinsätze und das erwartete Ergebnis, wenn sich Agenten in einem Turnier befinden, für dessen Gewinn die Leistung in einer einzelnen Aufgabe entscheidend ist. Diese und andere Studien, wie beispielsweise Yildirim (2005) und Garakani/Gürtler (2011), argumentieren, dass die Einführung eines Feedbackmechanismus zu einer Erhöhung der Arbeitseinsätze führen kann und hierdurch einen positiven Effekt auf das Unternehmensergebnis hat. Verfügen die Agenten lediglich über eine knappe Arbeitszeit, kann durch die Einführung eines Feedbackmechanismus keine Steigerung der Arbeitszeiten erzielt werden. Wie experimentelle Studien andeuten, kann der Vorteil von Feedback jedoch darin liegen, dass bei einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum nach Erhalt des Feedbacks eine Umverteilung der Arbeitszeit auf die einzelnen Aufgaben auftritt.[19] Diese Arbeit liefert eine modelltheoretische Untersuchung dieses beobachteten Effekts.

Die in dieser Arbeit vorgenommene Untersuchung von Feedbackmechanismen trägt auch zur Literatur über die Häufigkeit von Informationsveröffentlichungen bei. So untersuchen beispielsweise Gershkov/Perry (2009) den optimalen Zeitpunkt und die optimale Häufigkeit von Feedback in einem Turnier. Botosan/Harris (2000), Gigler/Hemmer (1998) und Gigler et al. (2014) untersuchen die optimale Berichterstattungshäufigkeit und vergleichen jährliche Offenlegung mit unterjähriger Offenlegung von Unternehmensinformationen.

Mit dem in Kapitel 4 modifizierten Modellrahmen, in dem die Offenlegungsentscheidung des Prinzipals untersucht wird, leistet diese Arbeit einen Beitrag zur Literatur, die sich mit partiellem Feedback beschäftigt. Gürtler/Harbring (2010) analysieren, welche Informationen als Feedback in einem Turnier an die Agenten weitergegeben werden. Im Gegensatz zum in dieser Arbeit betrachteten Modellrahmen, in dem die Offenlegung von Produktivitätsunterschieden eines Agenten zwischen zwei Aufgaben analysiert wird, untersuchen Gürtler/Harbring Produktivitätsunterschiede zwischen zwei Agenten in einer Aufgabe. Goltsman/Mukherjee (2011) untersuchen, ob sowohl gute als auch schlechte Leistungen in der ersten Turnierperiode als Feedback offengelegt werden sollten und Hansen (2013) identifiziert diejenigen Informationen, die ausgewiesen werden, wenn Karriereanreize bei den Agenten vorliegen. Bei den genannten Studien wird jedoch lediglich ein eindimensionales Aufgabenspektrum betrachtet.

Des Weiteren trägt das in Kapitel 4 betrachtete Modell zur Literatur bei, die sich mit der Ent-

[19] Siehe Casas-Arce/Martínez-Jerez (2009) und Hannan et al. (2013).

scheidung von Unternehmen, Informationen freiwillig offenzulegen, befasst.[20] Es wird gezeigt, dass auch im Turnierkontext das aus den Arbeiten von Milgrom (1981), Grossman/Hart (1980) und Grossman (1981) bekannte Resultat der vollständigen Offenlegung von Informationen (*unraveling*) bei einem perfekten Informationssystem gilt. Die Analyse eines imperfekten Informationssystems, das nicht mit Sicherheit Informationen generieren kann, ist eng verbunden mit den Arbeiten von Dye (1985) und Jung/Kwon (1988), die in einem ähnlichen Modellrahmen die Offenlegungsanreize von Unternehmen gegenüber dem Kapitalmarkt untersuchen. Diese Analyse steht in Verbindung mit der Literatur, die untersucht, unter welchen Umständen Unternehmen Informationen teilweise zurückhalten. Verrecchia (1983) und Darrough/Stoughton (1990) zeigen, dass ein Zurückhalten von bestimmten nachteiligen Informationen vorteilhaft ist, wenn die Offenlegung mit Kosten verbunden ist. Nagar (1999) zeigt, dass Manager durch die mit Kosten verbundene Unsicherheit über die Bewertung ihrer Leistung durch den Markt davon abgehalten werden, alle Informationen offenzulegen. Zudem zeigt Wagenhofer (1990), dass ein strategischer Nichtausweis vorteilhaft sein kann, wenn veröffentlichte Informationen neben dem Marktwert des Unternehmens auch das Handeln von rivalisierenden Unternehmen beeinflussen.

Die Bestimmung des Werts, den zusätzliche Informationen im Turnierkontext für das Unternehmen haben, trägt zur Literatur bei, die sich mit dem Wert von Informationen des Rechnungswesens in Anreizproblemen beschäftigt, wie beispielsweise Gjesdal (1981), Antle/Demski (1988) und Arya/Glover/Sivaramakrishnan (1997). Des Weiteren leistet diese Arbeit durch die vergleichende Analyse von Informationssystemen mit perfekter und mit verzerrter Information einen Beitrag zur Literatur über den Einfluss von verzerrten Informationen des Rechnungswesens auf die Anreizsetzung und Entscheidungsfindung, wie beispielsweise Lambert/Larcker (1987), Banker/Datar (1989) und Christensen/Feltham/Şabac (2005).

Als alternativer Anreizmechanismus werden in Kapitel 5 individuelle, ergebnisabhängige Entlohnungsverträge untersucht. Prinzipal-Agenten-Beziehungen mit einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum wurden bereits in mehreren Arbeiten unter unterschiedlichen Gesichtspunkten analysiert. Holmström/Milgrom (1991) zeigen in ihrer richtungsweisenden Arbeit, dass in solchen Vertragsbeziehungen neben den Anreizsetzungs- und Risikoteilungsaspekten beachtet werden muss, welche Allokation des Arbeitseinsatzes auf die einzelnen Aufgaben durch den Vertrag induziert werden kann. Banker/Thevaranjan (1997) betrachten eine Situation, in der der Agent dazu motiviert werden soll, seinen Arbeitseinsatz sowohl auf kurzfristige als auch auf langfristige Aufgaben zu verteilen. Dewatripont/Jewitt/Tirole (2000) diskutieren allgemeine Einblicke in Prinzipal-Agenten-Beziehungen mit mehrdimensionalem Aufgabenspektrum, wobei sie einen speziellen Blick auf Interdependenzen zwischen den Aufgaben richten. Liang/Nan (2014) untersuchen die optimale Anreizsetzung, wenn der Agent seinen Arbeitseinsatz auf eine produktive Aufgabe und eine Aufgabe zur Varianzreduktion aufteilen muss. Baker (1992) betrachtet eine Situation, in der der Agent seine eindimensionale Aktion erst nach Beobachtung des realisierten Störterms wählt, sodass aus der ex ante Sicht mehrere zustandsabhängige Handlungen möglich sind.

Feltham/Xie (1994) nutzen einen ähnlichen Ansatz wie Holmström/Milgrom (1991), um die

[20] Einen Überblick über die Literatur zu Offenlegungsentscheidungen von Unternehmen bietet Verrecchia (2001).

Kongruenz von Performancemaßen zu analysieren. Die in dieser Arbeit in Kapitel 5 dargestellte Analyse ist eng verbunden mit dem von Feltham/Xie betrachteten Modell. Auch andere Arbeiten untersuchen, wie durch den Einsatz geeigneter Performancemaße Zielkongruenz erreicht werden kann. Datar/Kulp/Lambert (2001) und Baker (2002) analysieren den Trade-off zwischen dem Risiko und der Kongruenz von Performancemaßen. Budde (2007) zieht einen mehrdimensionalen *Agency*-Ansatz heran, um die mit einer *Balanced Scorecard* induzierten Anreize zu analysieren. In den genannten Untersuchungen wird angenommen, dass die Agenten ihre Arbeitseinsätze in unbeschränkter Höhe wählen können. Die vorliegende Arbeit erweitert diese Analysen, um der Existenz einer knappen Arbeitszeit Rechnung zu tragen und aufzuzeigen, dass diese zusätzliche Restriktion bei der Vertragsgestaltung berücksichtigt werden muss, um Fehlanreize zu vermeiden.

Die Untersuchung der Auswirkungen der knappen Arbeitszeit auf die Vertragsgestaltung trägt darüber hinaus zur Literatur bei, die zeigt, wie Restriktionen und dysfunktionales Verhalten die Anreizkompatibilitätsbedingung bei der Vertragsgestaltung zum Vorteil des Prinzipals beeinflussen können. Indjejikian/Nanda (1999) zeigen, dass eine Beschränkung auf aggregierte Informationen bei der Anreizsetzung vorteilhaft sein kann. Demski/Frimor (1999) und Christensen/Demski/Frimor (2002) zeigen außerdem, dass Bilanzpolitik durch den Agenten den Nettoüberschuss des Prinzipals bei *limited commitment* steigern kann. Diese Arbeit zeigt, dass auch die Berücksichtigung der knappen Arbeitszeit einen solchen für den Prinzipal vorteilhaften Effekt auf die Anreizkompatibilitätsbedingung und seinen erwarteten Überschuss hat.

Kapitel 2

Arbeitszeitallokation im relativen Leistungsturnier

2.1 Relative Leistungsturniere als Anreizmechanismus

Agenten können auf unterschiedliche Weise Arbeitsanreize gesetzt werden. Eine Möglichkeit stellt die Einführung eines relativen Leistungsturniers dar, bei dem die Agenten, durch die Möglichkeit einen Turnierpreis zu erhalten, motiviert werden, eine hohe Anstrengung zu wählen. Beispiele für solche Turniere in Unternehmen sind der Wettbewerb um eine interne Beförderung, die Auszeichnung als Mitarbeiter des Monats oder die Aufnahme in spezielle Aus- und Fortbildungsprogramme. Speziell von Beförderungen geht eine hohe Anreizwirkung aus, da hierdurch die größten Gehaltssprünge erzielt werden können.[1] Sie sind insbesondere in großen Unternehmen, die viele hierarchische Stufen und somit viele Beförderungsmöglichkeiten aufweisen, eine der wichtigsten Formen der Anreizsetzung.[2]

Die Anreizsetzung über relative Leistungsturniere weist gegenüber der expliziten Anreizsetzung über ergebnisabhängige Entlohnungsverträge (sogenannte Anreizverträge) mehrere Vorteile auf. Während die den Anreizverträgen zugrunde liegenden Performancemaße von einer dritten Instanz verifizierbar sein müssen, ist dies für die Größen, auf Basis derer die Entscheidung über den Turniergewinner getroffen wird, nicht erforderlich. Es ist ausreichend, wenn die Auszahlung der vorab spezifizierten Turnierpreise am Ende des Turniers beobachtet werden kann. Dies ist darin begründet, dass der Prinzipal, anders als bei Anreizverträgen, aufgrund der festgelegten Turnierpreisstruktur die Entlohnungskosten durch einen falschen Ausweis der erzielten Ergebnisse der Agenten nicht verringern kann. Des Weiteren liegt es im Eigeninteresse des Prinzipals, denjenigen Agenten zum Turniergewinner zu küren, dessen Leistung nach den von ihm vorgegebenen Kriterien am höchsten ist. Die Agenten müssen nicht fürchten, dass der Prinzipal

[1] Siehe u.a. Baker/Gibbs/Holmström (1994) und McCue (1996).

[2] Siehe u.a. Prendergast (1999, S. 9) und Baker/Jensen/Murphy (1988, S. 600f).

seine Vertragspflichten bricht, nachdem die Arbeitseinsätze geleistet wurden. Folglich können Agenten selbst dann, wenn keine verifizierbaren Informationen vorliegen, durch die Einführung eines Turniers zu einem hohen Arbeitseinsatz motiviert werden.[3] Ist die Leistung der Agenten nicht kardinal messbar und somit die Implementierung von Anreizverträgen nicht möglich, können Agenten durch die Teilnahme an einem relativen Leistungsturnier dennoch zu einem hohen Arbeitseinsatz motiviert werden, da hierfür lediglich eine ordinale Rangfolge der Leistung der Agenten benötigt wird.[4] Ist die kardinale Messung der Leistung der Agenten zwar möglich, aber kostspieliger als die Aufstellung einer ordinalen Rangfolge, können durch die Implementierung von Turnieren die Überwachungskosten bei der Anreizsetzung reduziert werden.[5]

Die Anreizsetzung über relative Leistungsturniere ist dem Setzen expliziter Anreize vorzuziehen, wenn das Aufgabengebiet der Agenten komplex ist. Würden in einem solchen Arbeitsfeld ergebnisabhängige Entlohnungsverträge vereinbart, bestünde in besonderem Maße die Gefahr Fehlallokationen zu induzieren, da das komplexe Aufgabengebiet nicht über einfache Performancemaße abgebildet werden kann.[6] Relative Leistungsturniere sind auch dann vorteilhaft, wenn zur Leistungsmessung nur stark volatile Ergebnisgrößen vorhanden sind. Während bei Verwendung von Anreizverträgen extreme Lohnzahlungen resultieren können, wird dies bei Turnieren aufgrund der festgelegten Turnierpreisstruktur verhindert und dem Prinzipal Planungssicherheit bezüglich der Höhe der Entlohnungskosten geboten.[7] Des Weiteren weisen relative Leistungsturniere Vorteile auf, wenn die Größen, anhand derer die Leistung der Agenten gemessen wird, gemeinsamen Einflüssen unterliegen, die größere Auswirkungen haben als individuelle Risiken. Durch die relative Leistungsmessung können in Turnieren die gemeinsamen Störfaktoren eliminiert werden. Dies verleiht dieser Form der Anreizsetzung eine hohe Flexibilität. Verändern sich die Umwelteinflüsse oder Arbeitsbedingungen der Agenten, muss im Gegensatz zur Verwendung von Anreizverträgen nicht die komplette Entlohnungsstruktur geändert werden, da sich die Änderung gemeinsamer Einflüsse in gleichem Maße auf alle Turnierteilnehmer auswirkt und daher keine Auswirkung auf ihre erwartete Entlohnung hat.[8]

Wird ein relatives Leistungsturnier implementiert, basiert die Ermittlung des Gewinners meist nicht ausschließlich auf einem einzelnen Kriterium. Vielmehr wird eine Vielzahl von sowohl objektiven als auch subjektiven Bewertungsmaßen herangezogen. Um den Vertriebsmitarbeiter des Monats zu küren, kann beispielsweise neben der Anzahl der akquirierten Neukunden das Auftragsvolumen von Stammkunden als weitere Entscheidungsgröße hinzugezogen werden. Auch bei Beförderungsentscheidungen werden mehrere Kriterien berücksichtigt. Campbell (2008) zeigt in seiner empirischen Studie, dass Beförderungsentscheidungen sowohl auf Basis von finanziellen als auch nicht finanziellen Größen getroffen werden. Grabner/Moers (2013) finden in ihrer Studie, dass zusätzlich zu Kriterien über die bisherige Leistung auch subjektive Einschätzungen über die Fähigkeiten der Bewerber in die Beförderungsentscheidung einfließen, wenn sich die Aufgaben auf den Hierarchieebenen unterscheiden. Somit müssen sich beispiels-

3 Siehe u.a. Malcomson (1984), Taylor (1995, S. 873), Kräkel (1999, S. 250) und Kräkel (2012, S. 87 und 103).
4 Siehe u.a. Malcomson (1984) und Prendergast (1999, S. 36).
5 Siehe u.a. Green/Stokey (1983, S. 364) und McLaughlin (1988, S. 247 und 252).
6 Siehe Prendergast (1999, S. 9 und 21).
7 Siehe u.a. O'Keeffe/Viscusi/Zeckhauser (1984, S. 29) und Nalebuff/Stiglitz (1983, S. 35).
8 Siehe u.a. Dye (1984, S. 149), Holmström (1982, S. 325) und Kräkel (1999, S. 247f).

weise Abteilungsleiter in einem Beförderungswettkampf um einen Aufstieg ins mittlere Management nicht nur um einen hohen Abteilungsgewinn bemühen, sondern auch in anderen Aspekten überzeugen, wie durch eine gute Mitarbeiterführung oder durch die Teilnahme an Fort- und Weiterbildungsmaßnahmen. Da in die Beförderungsentscheidung lediglich die bis zum Tag der Entscheidung erbrachte Leistung einfließt, spielt die Knappheit der Arbeitszeit auch in relativen Leistungsturnieren eine entscheidende Rolle.

In diesem Kapitel[9] wird die Entscheidung der Agenten über die Allokation ihrer knappen Arbeitszeit auf mehrere zu bearbeitende Aufgaben analysiert, wenn die Anreizsetzung über ein relatives Leistungsturnier erfolgt. Bei der Analyse von Turnieren ist hierbei die Annahme eines fixen Turnierpreises üblich, jedoch kann dieser auch von der im Turnier erbrachten Leistung der Agenten abhängen. Die Auswirkung einer solchen Modifikation wird am Ende dieses Kapitels untersucht.

2.2 Grundlegende Modellannahmen

In diesem Abschnitt wird das den Kapiteln 2 bis 4 zugrunde liegende Grundmodell spezifiziert. Betrachtet wird ein relatives Leistungsturnier im Stile von Lazear/Rosen (1981), in dem zwei Agenten in zwei Aufgaben gegeneinander antreten. Die Entscheidung über den Turniergewinner trifft der Prinzipal auf Basis der von den Agenten in den zwei Aufgaben $k = X, Y$ erzielten Ergebnisse. Derjenige Agent, der das Turnier für sich entscheidet, erhält einen Turnierpreis in Höhe von $R > 0$, der als nicht teilbar angenommen wird.[10] Dieser Preis kann monetärer Natur sein, wie etwa das mit einer Beförderung verbundene höhere Gehalt. Er kann aber auch als eine nicht monetäre Größe interpretiert werden, wie beispielsweise die mit dem Turniergewinn verbundene Reputation[11], der durch ein gutes Abschneiden empfundene Stolz oder die durch eine Beförderung erzielte Option auf einen Aufstieg in höhere Hierarchieebenen.[12] Der Preis, den der Verlierer des Turniers erhält, sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit null.[13]

Das Turnier erstreckt sich über zwei Perioden $t = 1, 2$.[14] Zu Beginn jeder Periode entscheiden die

---

9 Dieses Kapitel basiert in Teilen auf Mauch (2014).

10 Bei einem nicht teilbaren Turnierpreis erhält der Turniergewinner den gesamten Turnierpreis. Ein solcher Turnierpreis liegt beispielsweise bei Beförderungsturnieren vor, wenn lediglich eine einzelne offene Stelle zu besetzen ist.

11 Handelt es sich um ein Beförderungsturnier, kann der mit einer Beförderung verbundene Anstieg der Reputation ebenso eine finanzielle Komponente enthalten, da die Alternativangebote anderer Unternehmen mit der Reputation des Agenten steigen (siehe Kräkel (2012, S. 104)).

12 Siehe Hannan et al. (2013, S. 557) und Kräkel (1999, S. 228).

13 Die Ergebnisse dieser Arbeit lassen sich (mit Ausnahme des Abschnitts 2.5) auf ein relatives Leistungsturnier übertragen, in dem sowohl der Gewinner als auch der Verlierer einen strikt positiven Preis erhalten ($R_{win} > R_{lose} > 0$). Für diesen Fall stellt R die Differenz zwischen Gewinner- und Verliererpreis dar, d.h. $R = R_{win} - R_{lose}$. Der erwartete Nutzen des Agenten (exklusive des Arbeitsleids) beträgt dann $\Pr(\{Turniergewinn\}) \cdot R_{win} + (1 - \Pr(\{Turniergewinn\})) \cdot R_{lose} = \Pr(\{Turniergewinn\}) \cdot R + R_{lose}$, wobei R_{lose} eine Konstante darstellt, die keinen Einfluss auf die Entscheidung des Agenten über seine Arbeitszeitallokation hat.

14 Periode t bezeichnet das Zeitintervall zwischen dem Zeitpunkt $t-1$ und dem Zeitpunkt t. Auf eine Diskontierung wird in diesem Modellrahmen verzichtet. Die Notwendigkeit für ein zweiperiodiges Turnier ergibt sich erst in den

risikoneutralen[15] und anstrengungsscheuen Agenten, $i = A, B$, wie viel Zeit sie für die Bearbeitung der Aufgabe k aufbringen. Die Arbeitszeit, die Agent i in Periode t der Aufgabe k widmet, wird mit e^i_{tk} bezeichnet. Dieser Arbeitseinsatz stellt die private Information jedes Agenten dar und kann weder vom Gegenspieler noch vom Prinzipal beobachtet werden. Beide Agenten verfügen in jeder Periode über eine Arbeitszeit in Höhe von T. Diese Arbeitszeit kann beispielsweise die vertraglich festgeschriebene Arbeitszeit pro Woche oder die maximale Anzahl an 24 Stunden je Tag betragen. Jeder Agent verfügt hierbei frei über seine Arbeitszeit. Er kann somit nicht nur darüber entscheiden, wie viel Zeit er für welche Aufgabe aufwendet, sondern auch, ob er die Arbeitszeit vollständig für die Bearbeitung der beiden Aufgaben aufbraucht, d.h. $e^i_{tX} + e^i_{tY} \leq T$. Der in einer Aufgabe geleistete Arbeitseinsatz führt zu einem Arbeitsleid von $c\left(e^i_{tk}\right) = \frac{1}{2}\left(e^i_{tk}\right)^2$, $t = 1,2,\ k = X,Y$, sodass das Arbeitsleid je Periode $C\left(\mathbf{e}^i_t\right) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{e}^i_t\right)'\mathbf{e}^i_t$ mit $\mathbf{e}^i_t = \left(e^i_{tX}, e^i_{tY}\right)'$ beträgt.[16]

Das von einem Agenten in einer Aufgabe erzielte Ergebnis hängt sowohl von seinen geleisteten Arbeitseinsätzen als auch von seiner Produktivität p^i_k in der entsprechenden Aufgabe ab. Am Ende des Turniers beträgt das von Agent i erzielte Ergebnis in Aufgabe X

$$x^i = p^i_X \cdot \sum_{t=1}^{2} e^i_{tX}$$

und in Aufgabe Y

$$y^i = p^i_Y \cdot \sum_{t=1}^{2} e^i_{tY}.$$

Diese individuellen, aufgabenspezifischen Ergebnisse sind nicht beobachtbar. Der Prinzipal verfügt jedoch über ein Informationssystem I_1, das am Ende des Turniers Berichte über die von jedem Agenten erzielten Ergebnisse liefert. Hierbei ist das Informationssystem zwar in der Lage, für jede Aufgabe das über beide Agenten aggregierte Ergebnis, $x^A + x^B$ und $y^A + y^B$, exakt zu messen, es kann jedoch nicht fehlerfrei erfassen, welcher Anteil am Gesamtergebnis von welchem Agenten erbracht wurde. Solch ein Informationssystem ist beispielsweise der Jahresabschluss des Unternehmens oder ein anderes internes oder externes Berichtswesen des Unternehmens. Eine Erfassung des über beide Agenten aggregierten Aufgabenergebnisses erfolgt beispielsweise, wenn das Informationssystem nicht speziell zu Zwecken der individuellen Leistungsmessung konzipiert wurde oder das Ergebnis aus einer Teamproduktion hervorgeht. Selbst dann, wenn es möglich ist, die exakte Information über die individuellen Ergebnisse zu generieren, wird hierauf verzichtet, wenn die Kosten der Informationsgewinnung den Nutzen aus der exakten Messung

Kapiteln 3 und 4, in denen zwischen den Perioden ein Feedbackzeitpunkt eingeführt wird. Um in den nachfolgenden Kapiteln auf die Ergebnisse dieses Kapitels zurückgreifen zu können, wird bereits hier ein zweiperiodiges Modell abgebildet. Die Resultate lassen sich jedoch ohne Einschränkung auf ein einperiodiges Turnier übertragen.

15 Die Annahme risikoneutraler Agenten wird getroffen, um die Allokationsentscheidung isoliert zu analysieren und nicht durch zusätzliche Risikoaspekte zu verzerren. Unter der Annahme additiv separierbarer Nutzenfunktionen können die Ergebnisse der Kapitel 2 bis 4 (mit Ausnahme des Abschnitts 2.5) jedoch auch auf risikoaverse Agenten übertragen werden, wobei der Turnierpreis R als Nutzen aus dem Turniergewinn interpretiert werden muss.

16 Die Transponierte eines Vektors wird hierbei durch einen Strich, $(\cdot)'$, kenntlich gemacht.

übersteigen.[17] Die Berichte des Informationssystems über die individuellen Ergebnisse in Aufgabe X bzw. Y lauten für Agent A

$$\widetilde{x}^A = x^A + \varepsilon_X \text{ bzw. } \widetilde{y}^A = y^A + \varepsilon_Y$$

und für Agent B

$$\widetilde{x}^B = x^B - \varepsilon_X \text{ bzw. } \widetilde{y}^B = y^B - \varepsilon_Y.$$

Hierbei stellt der Zuteilungsfehler ε_k, $k = X,Y$, das von Agent B erzielte Ergebnis dar, das fälschlicherweise Agent A zugewiesen wurde. Die Zuteilungsfehler werden als identisch unabhängig gleichverteilt gemäß $\varepsilon_k \sim U(-h,h)$ angenommen und folgen der Verteilungsfunktion $F_{\varepsilon_k}(\cdot)$ und der Dichtefunktion $f_{\varepsilon_k}(\cdot)$.[18] Eine fehlerhafte Zuteilung von Leistungen auf die einzelnen Agenten kann beispielsweise aufgrund von Schätzfehlern bei der Zuteilung von Gemeinkosten auftreten. Eine Schätzung der Gemeinkosten ist notwendig, da ihre tatsächliche Feststellung meist erst spät erfolgt, während beispielsweise die Abteilungsgewinne bereits früher zur Beurteilung der Abteilungsleiter benötigt werden.[19] Der Zuteilungsfehler stellt denjenigen Betrag an Gemeinkosten dar, der der Abteilung von Agent A zu wenig, der Abteilung von Agent B jedoch zu viel belastet wird. Beruht die Beurteilung der Agenten auf Berichten von Vorgesetzten, kann eine fehlerhafte Zuteilung des Ergebnisses auch aufgrund von begrenzten kognitiven Fähigkeiten der Vorgesetzten, Begünstigungen eines Agenten oder lediglich Glück auftreten.[20] Insbesondere Aufgaben, deren Leistungserfüllung lediglich subjektiv messbar ist, sind hiervon betroffen. Schmeicheleien eines Agenten können dann zu einer verzerrten Berichterstattung durch den Vorgesetzten führen.[21]

Derjenige Agent, der gemäß den Berichten des Informationssystems in einer Aufgabe ein höheres Ergebnis als sein Kontrahent erzielt, gewinnt das Aufgabenturnier, d.h. Agent i gewinnt Aufgabe X wenn $\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}$ und Aufgabe Y wenn $\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}$.[22] Am Ende des Turniers tritt eines der vier möglichen Ereignisse bezüglich der Kombination von Aufgabengewinnern ein. Die möglichen Ereignisse sind in Tabelle 2.1 mit den jeweiligen Eintrittswahrscheinlichkeiten dargestellt.[23]

Derjenige Agent, der die meisten Aufgaben für sich entscheidet, gewinnt das Turnier. Gewinnen beide Agenten die gleiche Anzahl an Aufgaben, wird der Turniergewinner per Münzwurf ermittelt.[24]

17 Siehe Bol (2008) und Baker/Jensen/Murphy (1988).

18 Die vereinfachende Annahme unabhängig verteilter Zuteilungsfehler hat bei der Betrachtung von lediglich zwei Aufgaben keine Auswirkung auf die Entscheidungskalküle der Agenten. In Anhang A.1 wird gezeigt, dass die Turniergewinnwahrscheinlichkeit auch bei bestehender Korrelation zwischen den Zuteilungsfehlern die Form behält, wie sie im Folgenden hergeleitet wird.

19 Siehe Horngren et al. (2014, S. 551).

20 Siehe Grabner/Moers (2013) und Bol (2008).

21 Siehe Prendergast (1999, S. 9).

22 Hierbei wird Agent i's Gegenspieler mit $-i$ bezeichnet, wobei $i = A,B$, $-i = A,B$ und $i \neq -i$ gilt.

23 Da die Ergebnisse in den beiden Aufgaben stochastisch unabhängig sind, gilt für die Wahrscheinlichkeit, dass beispielsweise ein Agent beide Aufgaben gewinnt $\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\} \cap \left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) = \Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)$. Aufgrund der kontinuierlichen Verteilung der Zuteilungsfehler ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Informationssystem für beide Agenten in einer Aufgabe das gleiche Ergebnis berichtet, null, d.h. $\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i = \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) = 0$ bzw. $\Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i = \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) = 0$, und wird nachfolgend nicht explizit dargestellt.

24 Hierdurch wird unterstellt, dass beiden Aufgaben im Turnier die gleiche Bedeutung beigemessen wird. Des Weite-

Ereignis		**Eintrittswahrscheinlichkeit**
I	Agent i gewinnt beide Aufgaben	$\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)$
II	Agent i gewinnt nur Aufgabe X	$\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i < \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)$
III	Agent i gewinnt nur Aufgabe Y	$\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i < \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)$
IV	Agent i gewinnt keine der beiden Aufgaben	$\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i < \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i < \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)$

Tabelle 2.1: Mögliche Kombinationen von Aufgabengewinnern im Turnier.

Jeder Agent ist daran interessiert, seinen erwarteten Nutzen aus der Turnierteilnahme, U_i, zu maximieren. Für Agent i beträgt dieser erwartete Nutzen

$$U_i = R \cdot \left\{ \begin{array}{c} \Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) \\ +\frac{1}{2} \cdot \left[\begin{array}{c} \Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i < \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) \\ +\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i < \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) \cdot \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) \end{array} \right] \end{array} \right\} - C\left(\mathbf{e}_1^i\right) - C\left(\mathbf{e}_2^i\right),$$

der vereinfacht werden kann zu

$$U_i = \frac{R}{2} \cdot \left[\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)\right] - C\left(\mathbf{e}_1^i\right) - C\left(\mathbf{e}_2^i\right).$$

Hieran ist zu erkennen, dass das Gesamtturnier aus zwei simultanen, unabhängigen Aufgabenturnieren besteht, da die Wahrscheinlichkeit, Aufgabe X zu gewinnen, unabhängig von der Wahrscheinlichkeit ist, Aufgabe Y zu gewinnen. Die Abhängigkeit zwischen den beiden Aufgabenturnieren besteht lediglich indirekt über die knappe Arbeitszeit.[25]

Die Produktivitäten der Agenten sind weder den Agenten selbst noch dem Prinzipal bekannt. Es ist jedoch *common knowledge*, dass die Produktivitäten identisch unabhängig gleichverteilt sind mit $p_k^i \sim U\left(0, 2\mu_k\right)$. Die a priori erwartete Produktivität in Aufgabe $k = X, Y$ beträgt somit $E\left[p_k^i\right] = \mu_k > 0$. Des Weiteren sei die Differenz der a priori erwarteten Produktivitäten $\Delta_\mu = \mu_X - \mu_Y$. In den folgenden Analysen wird unterstellt, dass die den Agenten jeweils zur Verfügung stehende Arbeitszeit T eine knappe Ressource darstellt. Sie ist in der Art restriktiv, dass sie die Wahl der optimalen Arbeitseinsätze bei unbeschränkter Arbeitszeit nicht zulässt. Um Randlösungen bezüglich der Verteilungsfunktion des Zuteilungsfehlers sowohl unter unbeschränkter als auch unter knapper Arbeitszeit auszuschließen, wird angenommen, dass das im Turnier enthaltene Risiko, ausgedrückt über die maximale Höhe des Zuteilungsfehlers h, ausreichend hoch ist, d.h. es gilt $h \geq \frac{\mu_k}{2}\sqrt{R}$ und $h \geq 2\mu_k T$, $k = X, Y$.[26] Der Reservationsnutzen

ren wird angenommen, dass der Abstand zwischen zwei Agenten in einer Aufgabe nicht ausschlaggebend ist. Wird stattdessen der Turniergewinner auf Basis einer Kennzahl ermittelt, die sich aus der gewichteten Summe der in den beiden Aufgaben erzielten Ergebnisse zusammensetzt, bleiben die grundlegenden Trade-offs erhalten. Entscheidend für die optimale Allokation der Arbeitszeit sind dann die um die Bedeutung der Aufgaben in der Kennzahl gewichteten erwarteten Produktivitäten.

25 Robson (2005) erhält das gleiche Resultat für die Analyse einer anderen Turnierform.

26 Damit Randlösungen ausgeschlossen sind, muss $-h \leq \frac{1}{2} \cdot \left(p_k^i \sum_{t=1}^{2} e_{tk}^i - p_k^{-i} \sum_{t=1}^{2} e_{tk}^{-i}\right) \leq h$ gelten. Bei unbeschränk-

der beiden Agenten sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit null. Um sicherzustellen, dass die Agenten am Turnier teilnehmen, wird außerdem angenommen, dass der Turnierpreis ausreichend hoch ist, d.h. $R \geq 2T^2$.[27] Um die Notation und die Interpretation der Ergebnisse zu vereinfachen, wird der marginale Nutzen einer Einheit des von Agent i erzielten Ergebnisses, d.h. $\frac{\partial U_i}{\partial\left[p_k^i\left(e_{1k}^i+e_{2k}^i\right)\right]} = \frac{1}{8} \cdot \frac{R}{h}$, im Folgenden mit $\zeta = \frac{1}{8} \cdot \frac{R}{h}$ bezeichnet.

Der Prinzipal ist an der Maximierung des Gesamtergebnisses interessiert, das sich aus der Summe der durch die beiden Turnierteilnehmer erzielten Bruttoergebnisse zusammensetzt, d.h. $V = x^A + x^B + y^A + y^B$. Da der Turnierpreis, R, fix ist und in jedem Fall bezahlt werden muss, wird er in der Zielfunktion des Prinzipals nicht weiter berücksichtigt.

2.3 Grundmodell: Arbeitszeitallokation bei einem fixen Turnierpreis

2.3.1 Benchmark: Analyse bei unbeschränkter Arbeitszeit

Zunächst wird der Benchmarkfall betrachtet, wenn die verfügbare Arbeitszeit keine Restriktion für die Agenten darstellt. Das Optimierungsproblem des Agenten i lautet[28]

$$\max_{e_{tX}^i, e_{tY}^i} U_i = \frac{R}{2} \cdot \left[\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)\right] - C\left(\mathbf{e}_1^i\right) - C\left(\mathbf{e}_2^i\right).$$

Da die Optimierungskalküle der beiden Agenten symmetrisch sind, gilt im Gleichgewicht $e_{tk}^{i,unb} = e_{tk}^{-i,unb} = e_{tk}^{unb}$ für $k = X, Y$ und $t = 1, 2$.

Proposition 2.1 *Sehen sich die Agenten keiner Zeitrestriktion gegenüber, wählen sie die optimalen Arbeitseinsätze $e_{tX}^{unb} = \zeta\mu_X$ und $e_{tY}^{unb} = \zeta\mu_Y$.*

---

ter Arbeitszeit gilt $e_{tk}^{i,unb} = e_{tk}^{-i,unb} = e_{tk}^{unb} = \frac{R\mu_k}{8h}$ und $\left(p_k^i - p_k^{-i}\right)^{\max} = 2\mu_k$ bzw. $\left(p_k^i - p_k^{-i}\right)^{\min} = -2\mu_k$, sodass die Annahme $h \geq \frac{\mu_k}{2}\sqrt{R}$ resultiert. Bei knapper Arbeitszeit gilt bezüglich des Arbeitseinsatzes jedoch $e_{tk}^{\max} = T$, sodass die Annahme $h \geq 2\mu_k T$ folgt. Die Annahme eines ausreichend hohen Risikos im Turnier ist nicht untypisch, da dieses vorhanden sein muss, damit ein Turnier durchführbar ist und ein Gleichgewicht in reinen Strategien besitzt (siehe u.a. Lazear/Rosen (1981, S. 845)). Liegen kaum Störgrößen vor, sodass die Bestimmung des Turniergewinners beinahe deterministisch ist, existieren bei einer knappen Arbeitszeit lediglich Gleichgewichte in gemischten Strategien. Wie in einem solchen Turnier die Arbeitszeit optimal auf mehrere Aufgaben verteilt wird, wird in der Literatur zu den Colonel Blotto Spielen analysiert (vgl. u.a. Roberson (2006)).

27 Der erwartete Nutzen eines Agenten aus der Teilnahme am Turnier beträgt im Gleichgewicht $U^* = \frac{1}{2} \cdot \left[R - \sum_{t=1}^{2}\left(\left(e_{tX}^*\right)^2 + \left(e_{tY}^*\right)^2\right)\right]$, wobei e_{tk}^* den optimalen Arbeitseinsatz in Aufgabe $k = X, Y$ darstellt ($e_{tk}^{A,*} = e_{tk}^{B,*} = e_{tk}^*$, $t = 1, 2$, $k = X, Y$), der im Intervall $[0, T]$ liegt, wobei $e_{tX}^* + e_{tY}^* \leq T$ gilt. Für $R \geq 2T^2$ gilt somit $U^* \geq 0$.

28 Ohne Zeitbeschränkung lautet die Teilnahmebedingung $h \geq \frac{\sqrt{2R\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)}}{8}$, da im Gleichgewicht $U^* = \frac{R}{2} - \zeta^2\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right)$ gilt. Diese Bedingung ist immer erfüllt, wenn die Annahme zum Ausschluss von Randlösungen, $h \geq \frac{\mu_k}{2}\sqrt{R}$, $k = X, Y$, gilt. Somit stellt die veränderte Teilnahmebedingung keine weitere Einschränkung dar.

Beweis. Die Wahrscheinlichkeit, Aufgabe X bzw. Aufgabe Y zu gewinnen, beträgt

$$\begin{aligned}\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^{i} > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) &= E\left[F_{\varepsilon_X}\left(\frac{1}{2}\left(p_X^i \sum_{t=1}^{2} e_{tX}^i - p_X^{-i} \sum_{t=1}^{2} e_{tX}^{-i}\right)\right)\right] \text{ bzw.}\\ \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^{i} > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) &= E\left[F_{\varepsilon_Y}\left(\frac{1}{2}\left(p_Y^i \sum_{t=1}^{2} e_{tY}^i - p_Y^{-i} \sum_{t=1}^{2} e_{tY}^{-i}\right)\right)\right],\end{aligned}$$

wobei $F_{\varepsilon_k}(\varepsilon_k) = \frac{\varepsilon_k + h}{2h}$ gilt. Wird das Optimierungskalkül eines Agenten i betrachtet, lautet die Bedingung erster Ordnung bezüglich des Arbeitseinsatzes in Aufgabe $k = X, Y$ und Periode $t = 1, 2$ $\zeta \mu_k - e_{tk}^i = 0$ mit $\zeta = \frac{R}{8h}$. Die Bedingungen zweiter Ordnung sind stets erfüllt, da die Zielfunktion streng konkav ist $\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial\left(e_{tk}^i\right)^2} = -1 < 0\right)$. Die Arbeitseinsätze $e_{tX}^{unb} = \zeta \mu_X$ und $e_{tY}^{unb} = \zeta \mu_Y$ maximieren folglich den erwarteten Nutzen des Agenten. ■

Entscheidend für die Wahl der Arbeitseinsätze ist folglich die erwartete Produktivität in der jeweiligen Aufgabe (μ_k) sowie der marginale Nutzen einer Einheit des erzielten Bruttoergebnisses (ζ). Je höher die erwartete Produktivität bzw. der marginale Nutzen des erzielten Ergebnisses, desto höher ist der für die Agenten optimale Arbeitseinsatz $\left(\frac{\partial e_{tk}^{unb}}{\partial \mu_k} = \zeta > 0 \text{ und } \frac{\partial e_{tk}^{unb}}{\partial \zeta} = \mu_k > 0\right)$.[29]

2.3.2 Analyse bei knapper Arbeitszeit

In den nachfolgenden Analysen dieses Kapitels sowie in den Kapiteln 3 und 4 wird angenommen, dass die den Agenten zur Verfügung stehende Arbeitszeit knapp ist. Dies bedeutet, dass es den Agenten nicht möglich ist, die bei unbeschränkter Arbeitszeit optimalen Arbeitseinsätze zu wählen. Folglich gilt $T < e_{tX}^{unb} + e_{tY}^{unb} = \zeta(\mu_X + \mu_Y)$. Das Optimierungsproblem des Agenten i lautet bei knapper Arbeitszeit

$$\max_{e_{tX}^i, e_{tY}^i} U_i = \frac{R}{2} \cdot \left[\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^{i} > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^{i} > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)\right] - C\left(\mathbf{e}_1^i\right) - C\left(\mathbf{e}_2^i\right)$$

$$\text{u.d.N.} \qquad e_{tX}^i + e_{tY}^i \leq T,\, t = 1, 2.$$

Zur Lösung dieses Optimierungsproblems können die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen[30] herangezogen werden. Aufgrund der linearen Nebenbedingungen muss die sogenannte *constraint qualification* nicht zusätzlich beachtet werden.[31] Des Weiteren ist die Zielfunktion des Agenten streng konkav in seinen Entscheidungsvariablen e_{tX}^i und e_{tY}^i $\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial\left(e_{tk}^i\right)^2} = -1 < 0\right)$, sodass

29 Das Resultat, dass der Arbeitseinsatz steigt, je höher der Unterschied zwischen Gewinner- und Verliererpreis im Turnier (R, wobei $\zeta = \frac{R}{8h}$) ist, steht im Einklang mit bisherigen Modellen (vgl. u.a. Lazear/Rosen (1981)) und den Ergebnissen empirischer Untersuchungen (vgl. u.a. Knoeber/Thurman (1994)).

30 Einen guten Überblick über die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen bieten u.a. Sundaram (2009), Intriligator (2002) und Dixit (1990).

31 Siehe Dixit (1990, S. 183f).

die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Lösung des Maximierungsproblems darstellen.[32]

Da die verfügbare Arbeitszeit derart definiert ist, dass sie die Wahl der optimalen Arbeitseinsätze bei unbeschränkter Arbeitszeit verhindert und die Zielfunktion des Agenten streng konkav ist, bindet im Gleichgewicht des beschränkten Optimierungskalküls die Nebenbedingung.[33]

Lemma 2.1 *Die Agenten setzen stets die gesamte Arbeitszeit zur Bearbeitung der beiden Aufgaben ein, d.h.* $e^i_{tX} + e^i_{tY} = T$, $t = 1,2$.

Aufgrund der Symmetrie der Optimierungskalküle der Agenten gilt im Gleichgewicht $e^{i,*}_{tk} = e^{-i,*}_{tk} = e^*_{tk}$. Die Auswertung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen liefert die folgenden optimalen Arbeitseinsätze.

Proposition 2.2 *Die optimalen Arbeitseinsätze der Agenten bei knapper Arbeitszeit lauten* $e^*_{tX} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\}$ *und* $e^*_{tY} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\}$, $t = 1,2$.

Beweis. Siehe Anhang A.2. ■

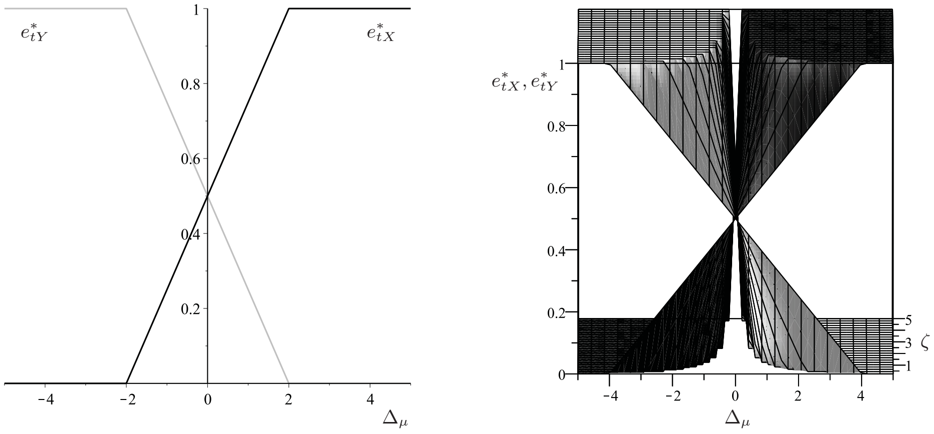
Die optimale Allokation der knappen Arbeitszeit wird von der Differenz zwischen den a priori erwarteten Produktivitäten in den beiden Aufgaben, Δ_μ, und dem marginalen Nutzen einer Einheit des erzielten Bruttoergebnisses, ζ, bestimmt. Da jede Stunde, die für Aufgabe X eingesetzt wird, nicht mehr für Aufgabe Y zur Verfügung steht, berücksichtigt der Agent bei seiner Arbeitszeitwahl Opportunitätskosten. Folglich ist im Gegensatz zur Arbeitszeitwahl bei unbeschränkter Arbeitszeit nicht mehr die absolute Höhe der erwarteten Produktivitäten ausschlaggebend für die Wahl der Arbeitseinsätze, sondern der zwischen den beiden Aufgaben bestehende Produktivitätsunterschied. Erwartet der Agent, in beiden Aufgaben gleich produktiv zu sein, $\Delta_\mu = 0$, wählt er eine gleichmäßige Aufteilung der Arbeitszeit auf die Aufgaben. Der Grund hierfür liegt darin, dass für übereinstimmende erwartete Produktivitäten, $\Delta_\mu = 0$, die marginale Gewinnwahrscheinlichkeit bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe für beide Aufgaben gleich ist, sodass für die optimale Arbeitszeitallokation das mit den gewählten Arbeitseinsätzen verbundene Arbeitsleid ausschlaggebend ist. Wird die Arbeitszeit vollständig für die Bearbeitung der beiden Aufgaben eingesetzt, wird das Gesamtarbeitsleid bei einer gleichmäßigen Arbeitszeitallokation minimal.[34] Erwartet der Agent jedoch, in den Aufgaben unterschiedlich produktiv zu sein, erhöht der Arbeitseinsatz in der produktiveren Aufgabe die Gewinnwahrscheinlichkeit stärker, als wenn dieser in der weniger produktiven Aufgabe erbracht wird. Gleichzeitig steigt jedoch

---

32 Siehe u.a. Intriligator (2002, S. 49ff).

33 Da die Arbeitszeit im Gleichgewicht stets ausgeschöpft wird, lassen sich die folgenden Ergebnisse auf den Fall übertragen, wenn die Agenten nicht frei über ihre Zeit verfügen, sondern ihnen eine feste Arbeitszeit in Höhe von T vorgeschrieben wird, die sie lediglich zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einsetzen dürfen.

34 Dieses Ergebnis wird von der Annahme identisch verteilter Zuteilungsfehler getrieben. Für Zuteilungsfehler, die den Verteilungsannahmen $\varepsilon_X \sim U(-h_X, h_X)$ und $\varepsilon_Y \sim U(-h_Y, h_Y)$ mit $h_X \neq h_Y$ folgen, lauten die optimalen Arbeitseinsätze $e^*_{tk} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{R}{16}\left(\frac{\mu_k}{h_k} - \frac{\mu_{-k}}{h_{-k}}\right), T\right\}\right\}$, $k = X,Y$. Eine gleichmäßige Aufteilung der Arbeitszeit würde dann für $\frac{\mu_k}{h_k} = \frac{\mu_{-k}}{h_{-k}}$ eintreten, d.h. wenn sich die um die unterschiedlichen Verteilungsgrenzen angepassten erwarteten Produktivitäten entsprechen.



(a) $\zeta = \frac{1}{2}, T = 1$

(b) dunkle Fläche: Arbeitseinsatz in Aufgabe X; helle Fläche: Arbeitseinsatz in Aufgabe Y; $T = 1$

Abbildung 2.1: Optimale Arbeitszeitallokation bei einem fixen Turnierpreis.

auch das Arbeitsleid stärker, je mehr Arbeitszeit einer Aufgabe gewidmet wird. Folglich wägt der Agent bei seiner Allokationsentscheidung zwischen einer Erhöhung der Gewinnwahrscheinlichkeit und einer Erhöhung des Arbeitsleids durch eine stärker fokussierte Arbeitszeitallokation ab.[35] Ausgehend von einer gleichmäßigen Allokation der Arbeitszeit auf die beiden Aufgaben, passt der Agent seinen Arbeitseinsatz in Aufgabe X (Y) um $\frac{\zeta\Delta_\mu}{2}$ ($-\frac{\zeta\Delta_\mu}{2}$) an. Je höher die Differenz in den erwarteten Produktivitäten ist, desto mehr Arbeitszeit wird derjenigen Aufgabe gewidmet, in der der Agent erwartet, produktiver zu sein. Ist die a priori erwartete Produktivitätsdifferenz gering, sodass sie im Intervall $\left(-\frac{T}{\zeta}, \frac{T}{\zeta}\right)$ liegt, wählt der Agent in beiden Aufgaben einen positiven Arbeitseinsatz. Eine darüber hinausgehende erwartete Produktivitätsdifferenz führt dazu, dass der Agent die gesamte Arbeitszeit für die Bearbeitung derjenigen Aufgabe einsetzt, in der er erwartet, produktiver zu sein (im Folgenden als Spezialisierungslösung bezeichnet). Abbildung 2.1 (a) veranschaulicht die optimale Arbeitszeitallokation in Abhängigkeit von der erwarteten Produktivitätsdifferenz, Δ_μ, für einen gegebenen marginalen Nutzen einer Einheit des erzielten Ergebnisses, $\zeta = \frac{1}{2}$.

Wie stark der Agent seine Allokation an Unterschiede in den erwarteten Produktivitäten anpasst, wird vom marginalen Nutzen des erzielten Ergebnisses, ζ, bestimmt. Je geringer dieser marginale Nutzen, d.h. je höher der maximale Zuteilungsfehler, h, bzw. je niedriger der Turnierpreis, R, desto gleichmäßiger ist die Arbeitszeitallokation des Agenten. Der Grund hierfür liegt darin, dass der Nutzenanstieg durch eine Erhöhung des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe (und aufgrund der knappen Arbeitszeit gleichzeitigem Senken des Arbeitseinsatzes in der ande-

35 Die Abwägung zwischen der im Arbeitseinsatz steigenden erwarteten Entlohnung und dem streng konvexen Arbeitsleid ist auch in multi-task Prinzipal-Agenten-Modellen mit linearen Verträgen zu finden, vgl. u.a. Feltham/Xie (1994).

ren Aufgabe), $\zeta(\mu_k - \mu_{-k})$, für einen geringen marginalen Nutzen des Ergebnisses, ζ, weniger sensitiv bezüglich Unterschieden in den erwarteten Produktivitäten ist, sodass der Agent seine Arbeitszeitallokation schwächer an die erwartete Produktivitätsdifferenz anpasst. Bei einem geringen marginalen Nutzen des Ergebnisses leistet der Agent zudem für ein größeres Intervall an a priori erwarteten Produktivitätsdifferenzen in beiden Aufgaben einen positiven Arbeitseinsatz. Um diesen Zusammenhang zu veranschaulichen, ist in Abbildung 2.1 (b) die optimale Arbeitszeitallokation in Abhängigkeit von der a priori erwarteten Produktivitätsdifferenz, Δ_μ, und dem marginalen Nutzen einer Einheit des erzielten Ergebnisses, ζ, dargestellt.

Da der Prinzipal lediglich konstante Entlohnungskosten in Höhe des Turnierpreises und nicht das konvex verlaufende Arbeitsleid der Agenten tragen muss, ist er an der Maximierung des Gesamtergebnisses interessiert. Folglich wäre es aus seiner Sicht optimal, wenn die Agenten die gesamte Arbeitszeit derjenigen Aufgabe widmen, in der sie die höhere Produktivität erwarten. Wie oben dargestellt, ist es für die Agenten jedoch vorteilhaft, bei geringen erwarteten Produktivitätsunterschieden ihre Arbeitszeit auf die Bearbeitung beider Aufgaben zu verteilen. Somit entsteht ein Interessenkonflikt zwischen dem Prinzipal und den Agenten bezüglich der Allokation der verfügbaren Arbeitszeit auf die beiden Aufgaben, der zu einer Verringerung des Gesamtergebnisses führt.[36] Die Beurteilung des Einsatzes zusätzlicher Informationssysteme kann folglich auf Basis ihrer Fähigkeit, diesen Interessenkonflikt zu verringern, erfolgen.

2.4 Arbeitszeitallokation bei mehr als zwei Aufgaben

Da das Aufgabenspektrum von Managern in der Regel mehr als nur zwei Aufgaben umfasst und Manager auch entscheiden können, Aufgaben nicht zu bearbeiten, wird in diesem Abschnitt das Grundmodell auf eine beliebige Anzahl an Aufgaben erweitert. Hierdurch kann aufgezeigt werden, welche Auswirkungen die Anzahl an Aufgaben auf die Arbeitszeitallokation hat und welche Aufgaben im Gleichgewicht bearbeitet werden.

Definition 2.1 *Sei K die Menge aller Aufgaben k, die den Agenten zur Bearbeitung vorliegen, sodass die Anzahl der Aufgaben $n = |K| \geq 2$ beträgt. Die Anzahl der Aufgaben, in denen die Agenten im Gleichgewicht einen strikt positiven Arbeitseinsatz leisten, sei $n' = |K'|$, wobei $K' \subseteq K$ die Menge aller Aufgaben k' darstellt, für die $e^*_{tk'} > 0$ gilt.*

Ist im Turnier die Leistung in n Aufgaben entscheidend, können insgesamt $\sum_{\omega=0}^{n} \binom{n}{\omega}$ Ereignisse, mit $\omega \in \mathbb{N}$, definiert werden, die jegliche Kombinationen von gewonnenen und verlorenen Aufgabenturnieren für einen Agenten abbilden.[37] Die Eintrittswahrscheinlichkeit jedes dieser Ereig-

36 Bestehen technologische Abhängigkeiten zwischen den Ergebnissen der beiden Aufgaben in der Zielfunktion des Prinzipals, ist auch er am Multitasking interessiert. Da er jedoch das konvexe Arbeitsleid der Agenten nicht tragen muss, sondern sich lediglich fixen Entlohnungskosten gegenübersieht, ist er im Vergleich zum Agenten stets an einer stärkeren Fokussierung auf diejenige Aufgabe, in der der Agent produktiver ist, interessiert. Folglich kann der hier betrachtete Fall technologisch unabhängiger Aufgaben als Spezialfall angesehen werden. Die grundlegenden Trade-offs bleiben bei technologisch abhängigen Aufgaben erhalten.

37 Für zwei Aufgaben ist eine Aufstellung der möglichen Ereignisse in Abschnitt 2.2 in Tabelle 2.1 dargestellt.

nisse kann durch die Wahl der Arbeitseinsätze beeinflusst werden. Wird ein Ereignis betrachtet, bei dem eine Aufgabe k'' gewonnen wird, beträgt die Änderung der Eintrittswahrscheinlichkeit dieses Ereignisses bei marginaler Änderung des Arbeitseinsatzes in Aufgabe k'' im Gleichgewicht $\frac{\mu_{k''}}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. Wird hingegen ein Ereignis betrachtet, bei dem die Aufgabe k'' verloren wird, beträgt die Änderung der Eintrittswahrscheinlichkeit dieses Ereignisses bei marginaler Änderung des Arbeitseinsatzes in Aufgabe k'' im Gleichgewicht $-\frac{\mu_{k''}}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.[38]

Zur Untersuchung des Einflusses einer marginalen Änderung des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe auf die Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen, müssen alle Ereignisse berücksichtigt werden, bei denen der betrachtete Agent als Turniergewinner hervorgeht.

Definition 2.2 *Um ein Turnier unabhängig von Münzwurfentscheidungen zu gewinnen, muss der Agent mindestens eine Anzahl Ω an Aufgaben für sich entscheiden. Dabei gilt $\Omega = \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil$.*

Liegt den Agenten eine gerade Anzahl an Aufgaben vor, kann der betrachtete Agent auch dann als Turniergewinner hervorgehen, wenn er genauso viele Aufgaben gewinnt wie sein Kontrahent. In diesen Ereignissen entscheidet der Münzwurf über den Turniergewinner. Wie folgendes Lemma zeigt, spielen diese Ereignisse im Gleichgewicht jedoch keine Rolle.

Lemma 2.2 *Ereignisse, bei denen der Münzwurf über den Turniergewinner entscheidet, haben im Gleichgewicht keine Auswirkung auf die marginale Turniergewinnwahrscheinlichkeit bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe.*

Beweis. Unter den Ereignissen, bei denen der Münzwurf über den Turniergewinner entscheidet, entspricht die Anzahl der Ereignisse, bei denen eine Aufgabe k'' gewonnen wird (mit einer marginalen Eintrittswahrscheinlichkeit bezüglich des Arbeitseinsatzes in dieser Aufgabe von $\frac{\mu_{k''}}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$), der Anzahl der Ereignisse, bei denen diese Aufgabe verloren wird (mit einer marginalen Eintrittswahrscheinlichkeit bezüglich des Arbeitseinsatzes in dieser Aufgabe von $-\frac{\mu_{k''}}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$). Somit heben sich die Einflüsse dieser Ereignisse auf die marginale Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen, bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe k'' gegenseitig auf. ■

Unter den Ereignissen, bei denen das Turnier mit Sicherheit gewonnen wird, gibt es immer $\binom{n-1}{\Omega-1}$ mehr Ereignisse, bei denen der Agent eine Aufgabe k'' gewinnt, als Ereignisse, bei denen er diese Aufgabe verliert. Für den Einfluss einer marginalen Änderung des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe k'' auf die Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen, gilt somit im Gleichgewicht Folgendes.

[38] Die Wahrscheinlichkeit, eine Aufgabe k zu gewinnen, ist durch $\frac{1}{2} + \frac{1}{4h} E\left[p_k^i \cdot \sum_{t=1}^{2} e_{tk}^i - p_k^{-i} \cdot \sum_{t=1}^{2} e_{tk}^{-i}\right]$ gegeben, sodass die marginale Wahrscheinlichkeit, die Aufgabe k zu gewinnen, bezüglich des Arbeitseinsatzes in dieser Aufgabe $\frac{\mu_k}{4h}$ beträgt. Aufgrund der Symmetrie der Entscheidungskalküle der Agenten gilt im Gleichgewicht $e_{tk}^{i,*} = e_{tk}^{-i,*} = e_{tk}^*$, sodass die Wahrscheinlichkeit, eine Aufgabe zu gewinnen, im Gleichgewicht 1/2 beträgt. Die marginale Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer als gewonnen angenommenen Aufgabe beträgt somit $\frac{\mu_k}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. Analog gilt für die Wahrscheinlichkeit, eine Aufgabe k zu verlieren, $\frac{1}{2} - \frac{1}{4h} E\left[p_k^i \cdot \sum_{t=1}^{2} e_{tk}^i - p_k^{-i} \cdot \sum_{t=1}^{2} e_{tk}^{-i}\right]$, sodass die marginale Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer als verloren angenommenen Aufgabe $-\frac{\mu_k}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ beträgt.

Lemma 2.3 *Die marginale Turniergewinnwahrscheinlichkeit bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe $k'' \in K$ beträgt im Gleichgewicht* $\left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e^i_{tk''}}\right)^* = \frac{\mu_{k''}}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \binom{n-1}{\Omega-1}$.

Beweis. Betrachtet man lediglich die Ereignisse, bei denen das Turnier mit Sicherheit gewonnen wird, entspricht die Anzahl der Ereignisse, bei denen eine Aufgabe k'' gewonnen wird $\sum_{\omega=\Omega}^{n} \binom{n-1}{\omega-1}$ und bei denen Aufgabe k'' verloren wird $\sum_{\omega=\Omega}^{n} \binom{n-1}{\omega}$ mit $\omega \in \mathbb{N}$. Unter Beachtung von Lemma 2.2 lautet die marginale Turniergewinnwahrscheinlichkeit bezüglich des Arbeitseinsatzes in einer Aufgabe k'' im Gleichgewicht

$$\frac{\mu_{k''}}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \sum_{\omega=\Omega}^{n} \left[\binom{n-1}{\omega-1} - \binom{n-1}{\omega}\right].$$

Hierbei kann der Term $\sum_{\omega=\Omega}^{n} \left[\binom{n-1}{\omega-1} - \binom{n-1}{\omega}\right]$ verkürzt werden zu

$$\binom{n-1}{\Omega-1} \underbrace{-\binom{n-1}{\Omega} + \binom{n-1}{\Omega}}_{=0} \underbrace{-\ldots+\binom{n-1}{n-1}}_{=0} \underbrace{-\binom{n-1}{n}}_{=0} = \binom{n-1}{\Omega-1}.$$

■

Steht den Agenten eine unbeschränkte Arbeitszeit zur Verfügung, wählen sie die Arbeitseinsätze $e^{unb}_{tk} = R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e^i_{tk''}}\right)^*$. Die Arbeitszeit ist folglich knapp, wenn

$$T < R \cdot \sum_{k \in K} \frac{\mu_k}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \binom{n-1}{\Omega-1}$$

gilt. Um die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze bei knapper Arbeitszeit zu bestimmen, werden die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen herangezogen.

Proposition 2.3 *Im Gleichgewicht beträgt der Arbeitseinsatz in einer Aufgabe k'' aus der Menge der bearbeiteten Aufgaben K'*

$$e^*_{tk''} = \frac{T}{n'} + \frac{R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e^i_{tk''}}\right)^*}{\mu_{k''}} \cdot \frac{\sum_{k' \neq k''} (\mu_{k''} - \mu_{k'})}{n'} \quad \textit{mit } k' \in K' \textit{ und } k'' \in K'. \tag{2.1}$$

Beweis. Siehe Anhang A.3. ■

Erwartet der Agent, in allen Aufgaben gleich produktiv zu sein, teilt er die Arbeitszeit gleichmäßig auf die Aufgaben auf, d.h. $e^*_{tk''} = \frac{T}{n'}$. Hierdurch minimiert der Agent bei Ausschöpfen der Arbeitszeit sein Arbeitsleid bei gleichbleibender Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen. Weichen die erwarteten Produktivitäten in den Aufgaben voneinander ab, verschiebt der Agent seine Allokation in Richtung der produktiveren Aufgaben. Der Adaptionsterm entspricht der durchschnittlichen Abweichung der erwarteten Produktivität der jeweiligen Aufgabe von den erwarteten Produktivitäten der anderen bearbeiteten Aufgaben $\left(\frac{\sum_{k' \neq k''}(\mu_{k''} - \mu_{k'})}{n'}\right)$ gewichtet mit dem Grenznutzen einer Einheit des erzielten Ergebnisses $\left(\frac{R}{\mu_{k''}} \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}}\right)^*\right)$[39].

Proposition 2.4 *In der Menge der bearbeiteten Aufgaben K' sind alle Aufgaben k' und k'' enthalten, für die* $\sum_{k' \neq k''}(\mu_{k''} - \mu_{k'}) > -\frac{T \cdot \mu_{k''}}{R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}}\right)^*}$ *gilt.*

Beweis. Aus der Bedingung $e^*_{tk''} = \frac{T}{n'} + \frac{R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e^i_{tk''}}\right)^*}{\mu_{k''}} \cdot \frac{\sum_{k' \neq k''}(\mu_{k''} - \mu_{k'})}{n'} > 0$ folgt $\sum_{k' \neq k''}(\mu_{k''} - \mu_{k'}) > -\frac{T \cdot \mu_{k''}}{R \cdot \frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}}}$. ■

Folglich bearbeitet der Agent all diejenigen Aufgaben, deren relative Produktivität ausreichend hoch ist. Aufgaben, in denen der Agent im Vergleich zu den restlichen Aufgaben eine wesentlich geringere Produktivität erwartet, bearbeitet er im Gleichgewicht nicht.

2.5 Arbeitszeitallokation bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis

Agenten einen Anteil am Ergebnis zuzusprechen, um die Interessen von Prinzipal und Agenten bei dezentral getroffenen Entscheidungen in Einklang zu bringen, ist in der Prinzipal-Agenten-Theorie allgegenwärtig.[40] In der Turnierliteratur wurde dieses Konzept bisher noch nicht aufgegriffen.[41] Jedoch kann auch der Turnierpreis von der im Turnier erbrachten Leistung der Teilnehmer abhängen. Ein Beispiel hierfür ist der Wettkampf um eine Beförderung zum Partner in Steuerberatungskanzleien. Partner zu werden, bedeutet gleichzeitig, Miteigentümer der Kanzlei und somit auch Anspruchsberechtigter auf das 'Ergebnis' der Kanzlei zu werden. Der (Firmen-) Wert der Kanzlei wiederum hängt von der Arbeit der Steuerberater und den von ihnen angenommenen Aufträgen und kalkulierten Angeboten ab. Derjenige Steuerberater, der zum Partner befördert wird, zieht dann einen direkten Vorteil aus dem von ihm und den anderen, nicht beförderten Steuerberatern erarbeiteten Ergebnis. Ein weiteres Beispiel stellt die Beförderung ins mittlere Management dar. In diesem Fall erhalten die Beförderten meist Aktienoptionen als Teil ihres Vergütungspakets.[42] Hat ein Manager vor seiner Beförderung eine gute Leistung erbracht und beispielsweise eine hohe Anzahl an neuen Aufträgen akquiriert, steigt der Aktienkurs des

39 Für zwei Aufgaben stellt dieser Term den in Abschnitt 2.2 definierten Faktor ζ dar.

40 Vgl. u.a. Christensen/Feltham (2005).

41 Freeman/Gelber (2010) merken jedoch an, dass Turnierpreise, die unabhängig von der Leistung der Agenten sind, geringe Arbeitsanreize setzen, da die Agenten keinen unmittelbaren Rückfluss aus ihren Arbeitseinsätzen sehen.

42 Neben anderen Firmen geben The Coca-Cola Company (2014) und The Walt Disney Company (2014) in ihren Geschäftsberichten aus dem Jahr 2013 an, bestimmten Mitarbeitergruppen Aktienoptionen auszustellen.

Unternehmens und somit gleichzeitig der Wert der Aktienoptionen, die er nach seiner Beförderung erhält.

Um die Effekte eines ergebnisabhängigen Turnierpreises zu analysieren, wird in diesem Abschnitt eine Erweiterung des Grundmodells aus Abschnitt 2.3 betrachtet, in dem zwei Aufgaben zur Bearbeitung stehen. Hierbei wird der Turnierpreis als prozentualer Anteil γ am Unternehmensergebnis π modelliert, d.h. $R^{\pi} = \gamma \cdot \pi$.[43] Das Unternehmensergebnis setzt sich zusammen aus der Summe der durch die beiden Turnierteilnehmer erzielten Ergebnisse, $\left(x^A, x^B, y^A, y^B\right)$, und weiteren Finanzmitteln des Unternehmens, w, d.h. $\pi = w + x^A + x^B + y^A + y^B$. Um die Teilnahme der beiden Agenten am Turnier sicherzustellen, müssen die Finanzmittel des Unternehmens ausreichend hoch sein, d.h. $w \geq T\left(\frac{2T}{\gamma} - 4\mu_k\right)$, $k = X, Y$, was im Folgenden als gegeben angenommen wird. Das Optimierungsproblem von Agent i bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis lautet

$$\begin{aligned}\max_{e_{tX}^{\pi,i}, e_{tY}^{\pi,i}} U_i^{\pi} \quad &= \quad \frac{\gamma}{2} \cdot E\left[\left(w + x^i + x^{-i} + y^i + y^{-i}\right) \cdot \left(\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)\right)\right] \\ &\quad\quad -C\left(\mathbf{e}_1^{\pi,i}\right) - C\left(\mathbf{e}_2^{\pi,i}\right) \\ &\quad\quad\quad\quad \text{u.d.N. } e_{tX}^{\pi,i} + e_{tY}^{\pi,i} \leq T,\ t = 1,2,\end{aligned}$$

mit $\mathbf{e}_t^{\pi,i} = \left(e_{tX}^{\pi,i}, e_{tY}^{\pi,i}\right)'$, $t = 1,2$. Es wird angenommen, dass γ ausreichend gering ist, sodass die Zielfunktion weiterhin streng konkav ist und die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen zur Lösung herangezogen werden können.[44] Um Vergleichbarkeit mit der im Grundmodell hergeleiteten Arbeitszeitwahl herzustellen, wird angenommen, dass auch im Fall eines ergebnisabhängigen Turnierpreises die verfügbare Arbeitszeit knapp ist. Dies ist der Fall, wenn $T < T^{\pi} = \frac{3\gamma(w+4h)(\mu_X+\mu_Y)(6h-\gamma\mu_X\mu_Y)}{4\left(36h^2-24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right)}$ gilt.[45] Die Auswertung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen ergibt die optimalen Arbeitseinsätze. Da die Optimierungsprobleme der beiden Agenten symmetrisch sind, gilt im Gleichgewicht $e_{tX}^{\pi,i,*} = e_{tX}^{\pi,-i,*} = e_{tX}^{\pi,*}$.

Proposition 2.5 *Bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis wählen die Agenten die optimalen Arbeitseinsätze* $e_{tX}^{\pi,*} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_Y^2 + 6h}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+6h} \cdot \frac{T}{2} + \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X-\mu_Y)}{8\left(3\gamma\mu_X\mu_Y-2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+6h\right)}, T\right\}\right\}$ *und* $e_{tY}^{\pi,*} = T - e_{tX}^{\pi,*}$.

Beweis. Siehe Anhang A.5. ■

43 Die Zielsetzung des Prinzipals ändert sich durch diese Art des Turnierpreises nicht. Die Entlohnungskosten sind nun zwar nicht mehr fix, jedoch stellt sich der Prinzipal immer noch dann am besten, wenn das Gesamtergebnis maximiert wird, da er hiervon einen fixen Anteil von $(1-\gamma)$ erhält.

44 Damit die Zielfunktion streng konkav ist, muss $\gamma < \frac{3h}{\mu_X^2+\mu_Y^2+\frac{1}{2}\sqrt{4\mu_X^4+\mu_X^2\mu_Y^2+4\mu_Y^4}}$ gelten. Die Herleitung hierfür findet sich in Anhang A.4 a).

45 Die Herleitung der Bedingung für eine knappe Arbeitszeit findet sich in Anhang A.4 b).

Die optimalen Arbeitseinsätze der Agenten können umgeformt werden zu

$$e_{tX}^{\pi,*} = \frac{T}{2} + \Psi \cdot \Delta_\mu \text{ und } e_{tY}^{\pi,*} = \frac{T}{2} - \Psi \cdot \Delta_\mu$$

mit $\Psi = \frac{\gamma(\mu_X+\mu_Y)T}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma(\mu_X^2+\mu_Y^2)+6h} + \frac{3\gamma(w+4h)}{8(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma(\mu_X^2+\mu_Y^2)+6h)} > 0$. Erwartet der Agent, in beiden Aufgaben gleich produktiv zu sein, d.h. gilt $\Delta_\mu = 0$, bringt er, wie schon im Grundmodell, für jede Aufgabe genau die Hälfte der Arbeitszeit auf. Weichen die erwarteten Produktivitäten jedoch voneinander ab, passt der Agent die Allokation in Richtung derjenigen Aufgabe an, in der er die höhere Produktivität erwartet. Dies ist zu erkennen, da $\Psi > 0$ gilt. Folglich passt der Agent auch im Fall eines ergebnisabhängigen Turnierpreises seine Arbeitszeitallokation an die erwarteten Produktivitätsunterschiede an.

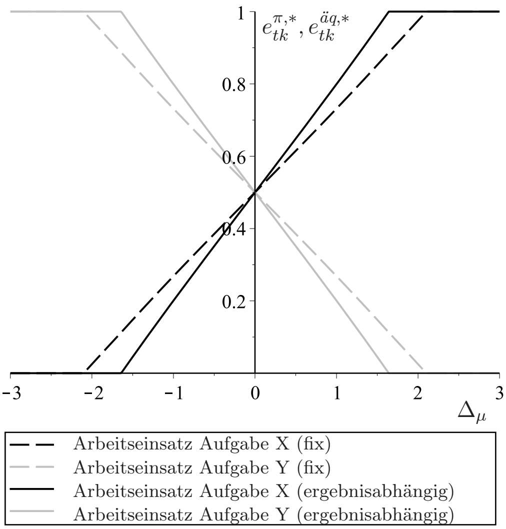
Um die Arbeitszeitwahl bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis mit der des Grundmodells zu vergleichen, wird ein zum ergebnisabhängigen Turnierpreis äquivalenter fixer Turnierpreis gebildet, d.h. der fixe Turnierpreis wird in Höhe des erwarteten ergebnisabhängigen Turnierpreises gesetzt, $R^{äq} = \gamma \cdot E[\pi]$. Des Weiteren wird angenommen, dass die verfügbare Arbeitszeit unter beiden Turnierpreismodellen knapp ist, d.h. es gilt $T < \{T^{fix}, T^{\pi}\}$ mit $T^{fix} = \frac{R^{äq}}{8h}(\mu_X + \mu_Y)$. Der Vergleich der Arbeitszeitwahl unter dem ergebnisabhängigen mit derjenigen unter dem äquivalenten fixen Turnierpreis führt zu folgendem Resultat.

Proposition 2.6 *Die Anpassung der Arbeitszeitallokation an die zwischen den beiden Aufgaben bestehende erwartete Produktivitätsdifferenz ist bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis stärker als bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis, d.h.*

$$e_{tk}^{\pi,*} - e_{tk}^{äq,*} \begin{cases} \geq 0 & \textit{für } \mu_k > \mu_{-k} \\ \leq 0 & \textit{für } \mu_k < \mu_{-k} \end{cases} .$$

Beweis. Siehe Anhang A.6. ■

Der Arbeitseinsatz in derjenigen Aufgabe, in der der Agent eine höhere Produktivität erwartet, ist bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis höher als bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis. Durch die Abhängigkeit der Entlohnung vom erzielten Gesamtergebnis kann der Agent durch seinen Arbeitseinsatz nicht nur die Gewinnwahrscheinlichkeit, sondern auch die Höhe des Turnierpreises beeinflussen. Hierdurch werden ihm zusätzliche Anreize gesetzt, seine Arbeitszeitallokation stärker an die Spezialisierungslösung anzupassen als bei einem fixen Turnierpreis. Erwartet der Agent jedoch, in beiden Aufgaben gleich produktiv zu sein ($\Delta_\mu = 0$) oder ist die Differenz der erwarteten Produktivitäten ausreichend hoch ($\Delta_\mu \leq -\frac{8hT}{R^{äq}}$ bzw. $\Delta_\mu \geq \frac{8hT}{R^{äq}}$), bleibt die Einführung eines ergebnisabhängigen Turnierpreises wirkungslos. Im ersten Fall ($\Delta_\mu = 0$) wählt der Agent unter beiden Preisregimen eine gleichmäßige Aufteilung der Arbeitszeit. Im zweiten Fall, wenn die erwarteten Produktivitätsunterschiede ausreichend hoch sind ($\Delta_\mu \leq -\frac{8hT}{R^{äq}}$ bzw. $\Delta_\mu \geq \frac{8hT}{R^{äq}}$), wählt der Agent bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis die Spezialisierungslösung, sodass die Einführung eines ergebnisabhängigen Turnierpreises keine stärkere Fokussierung bewirken kann. In beiden Fällen wird somit für die zwei Preisregime das gleiche Gesamtergebnis erzielt. Abbildung 2.2 veranschaulicht die unter den beiden Turnierpreisregimen gewählten Ar-



$w = 100$, $T = 1$, $\mu_X + \mu_Y = 5$, $h = 6$, $\gamma = 0,2$

Abbildung 2.2: Optimale Arbeitszeitallokation bei einem ergebnisabhängigen bzw. einem äquivalenten fixen Turnierpreis.

beitszeitallokationen für unterschiedliche Werte der a priori erwarteten Produktivitätsdifferenz, Δ_μ. Die Abbildung zeigt, dass, solange der Agent bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis beide Aufgaben bearbeitet, durch die Einführung eines ergebnisabhängigen Turnierpreises der Agent motiviert wird, mehr Arbeitseinsatz in der produktiveren Aufgabe zu leisten. Betrachtet man außerdem, wann die vom Prinzipal gewünschte Spezialisierungslösung gewählt wird, kann folgendes Resultat hergeleitet werden.

Proposition 2.7 *Wird den Agenten ein ergebnisabhängiger Turnierpreis geboten, wählen sie im Vergleich zu einem äquivalenten fixen Turnierpreis bereits für geringere a priori erwartete Produktivitätsdifferenzen die Spezialisierungslösung.*

Beweis. Siehe Anhang A.7. ■

Abbildung 2.2 zeigt, dass der Agent bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis für ein größeres Intervall an Produktivitätsdifferenzen ($\Delta_\mu \in (-2,10\ ,\ 2,10)$) beide Aufgaben bearbeitet als bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis ($\Delta_\mu \in (-1,64\ ,\ 1,64)$). Die Abhängigkeit des Turnierpreises vom erzielten Gesamtergebnis und die daraus resultierende stärkere Anpassung der Arbeitszeitallokation an die erwartete Produktivitätsdifferenz sowie die Spezialisierung für geringere erwartete Produktivitätsdifferenzen führen dazu, dass der zwischen dem Prinzipal und den Agenten bestehende Interessenkonflikt verringert wird. Durch den ergebnisabhängigen Turnierpreis kann der Prinzipal somit das Gesamtergebnis (schwach) steigern, ohne die erwartete Entlohnungszahlung an den Turniergewinner zu erhöhen.

Kapitel 3

Feedback im relativen Leistungsturnier

3.1 Die Bedeutung von Feedback in relativen Leistungsturnieren

Werden durch ein Turnier Arbeitsanreize gesetzt, kann die zusätzliche Einführung eines Feedbackmechanismus vorteilhaft sein, da hierdurch eine weitere Möglichkeit besteht, das Verhalten der Agenten zu beeinflussen.[1]

Mitarbeitern Feedback zu geben, ist heutzutage ein fest etabliertes Instrumentarium in Unternehmen. In einer Umfrage unter den hundert umsatzstärksten Unternehmen in Deutschland gaben 93 Prozent der Befragten an, dass in ihrem Unternehmen regelmäßig Mitarbeitergespräche durchgeführt werden. Weitere 2 Prozent berichteten, dass sie auf unregelmäßiger Basis Feedback in einem Mitarbeitergespräch erhalten.[2] Die Bedeutung von Feedback ist jedoch kein Spezifikum der deutschen Unternehmenskultur. Bereits in den achtziger Jahren konnten Cleveland/Murphy/Williams (1989) in den Vereinigten Staaten eine weitläufige Verbreitung von Feedbackmechanismen in großen Industrieunternehmen nachweisen. In ihrer Umfrage berichteten 98 Prozent der Befragten von einem in ihrem Unternehmen fest etablierten Feedbackmechanismus. Neben dem privaten Sektor hat auch im öffentlichen Sektor die Feedbackkultur Bestand. In einer Studie von Lacho/Stearns/Villere (1979) gaben 72 Prozent der Befragten an, dass ein Feedbacksystem in ihrem Gerichtsbezirk existiert.[3]

Da Feedbackgespräche überwiegend in Verbindung mit Beförderungsentscheidungen auftreten[4],

[1] Vgl. u.a. Nadler (1977, S. 71ff).
[2] Siehe Bungard/Steimer (2005).
[3] Einen Überblick über die Verbreitung von Feedbackmechanismen bietet Murphy/Cleveland (1991). Beispiele für Feedbackmechanismen in anderen Institutionen als Unternehmen finden sich in Ederer (2010).
[4] Vgl. DeNisi (2000), Murphy/Cleveland (1999) und Lacho/Stearns/Villere (1979).

hat die Analyse der Wirkungsweise von Feedback in Turnieren besonderes Interesse geweckt. In früheren Untersuchungen zu den Effekten von Feedback in Turnieren wird argumentiert, dass, wenn durch die Veröffentlichung der Informationen bekannt wird, dass die Turnierteilnehmer unterschiedlich hohe Fähigkeiten aufweisen bzw. einer der Teilnehmer bereits mit großem Abstand führt, für den Zurückliegenden keine weiteren Leistungsanreize bestehen. Der im Turnier Führende antizipiert die Reduktion des Arbeitseinsatzes des Zurückliegenden und senkt ebenfalls seinen Arbeitseinsatz.[5] Eine Veröffentlichung von Zwischeninformationen wird gemäß dieser Argumentation als nachteilig angesehen. In empirischen und experimentellen Studien zur Wirkungsweise von Feedback können diese theoretischen Ergebnisse so jedoch nicht bestätigt werden. Untersuchungen, die einen demotivierenden Effekt des Feedbacks auf den Zurückliegenden beobachten, können keinen (negativen) Effekt auf den im Turnier Führenden nachweisen. Einige Ergebnisse zeigen gar eine motivationssteigernde Wirkung von Feedback auf den Führenden.[6] Andere Studien wiederum können den negativen Effekt von Feedback auf den Arbeitseinsatz des Führenden nachweisen, finden jedoch eine positive Wirkung des Feedbacks auf den Zurückliegenden. Solange der Abstand zum Führenden nicht zu groß ist, versucht der Zurückliegende den Führenden durch einen erhöhten Arbeitseinsatz einzuholen.[7] Während in wieder anderen Untersuchungen keine Änderung der Arbeitseinsätze der Turnierteilnehmer nach der Bekanntgabe von Feedback beobachtet werden kann[8], existieren Studien, die eine rein positive Wirkung des Feedbacks nachweisen[9]. Die bisherigen Untersuchungen können somit die genaue Wirkungsweise und Wirkungsrichtung von Feedback in Turnieren nicht eindeutig aufzeigen und dessen weite Verbreitung in der Praxis nicht erklären.

In den angeführten Studien wird jedoch stets unterstellt, dass im Turnier nur die Leistung in einer Aufgabe entscheidend ist. Lediglich wenige Untersuchungen betrachten die Wirkung von Feedback im Zusammenhang mit einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum.[10] Diese zeigen jedoch, dass Feedback eine bisher meist nicht beachtete Wirkung auf die Arbeitseinsatzwahl der Turnierteilnehmer hat. Hannan et al. (2013) zeigen in einem Experiment und Casas-Arce/Martínez-Jerez (2009) in einer Feldstudie, dass sich die Allokation des Arbeitseinsatzes auf die verschiedenen zu bearbeitenden Aufgaben nach Erhalt des Feedbacks ändert. Diese Ergebnisse weisen darauf hin, dass Feedback als Instrument zur Steuerung der Allokation der knappen Arbeitszeit der Agenten bei einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum herangezogen werden kann und hierdurch einen positiven Effekt auf das Unternehmensergebnis hat. Sie liefern somit einen neuen Erklärungsansatz für die Vorteilhaftigkeit von Feedbackmechanismen für Unternehmen.

---

5 Siehe u.a. Kräkel (1999, S. 233 und 242f), McLaughlin (1988, S. 249) und Prendergast/Topel (1993, S. 362).

6 Vgl. Gill/Prowse (2012), Dijk/Sonnemans/Winden (2001), Berger/Pope (2011) und Freeman/Gelber (2010). Barankay (2012) zeigt den motivationssteigernden Effekt des Feedbacks auf den Führenden für Möbelverkäufer, deren Entlohnung jedoch keinem Turniermodus unterliegt.

7 Vgl. Casas-Arce/Martínez-Jerez (2009). Kuhnen/Tymula (2012) finden diesen Effekt des Feedbacks, wenn die Turnierteilnehmer eine leistungsunabhängige Fixentlohnung erhalten.

8 Vgl. Eriksson/Poulsen/Villeval (2009) und Hannan/Krishnan/Newman (2008). Sie beobachten zwar ein geringeres Ergebnis des Zurückliegenden, dies kann jedoch nicht auf einen verringerten Gesamtarbeitseinsatz zurückgeführt werden, sondern auf eine ineffiziente Strategiewahl im Turnier.

9 Vgl. Weigelt/Dukerich/Schotter (1989), Azmat/Iriberri (2010) und Bandiera/Larcinese/Rasul (2014).

10 Vgl. Hannan et al. (2013) und Casas-Arce/Martínez-Jerez (2009).

In diesem Kapitel[11] wird im Rahmen des zuvor dargestellten Grundmodells analysiert, wie sich ein zwischenzeitliches Feedback auf die Arbeitszeitallokation der Agenten in einem Turnier mit mehrdimensionalem Aufgabenspektrum und knapper Arbeitszeit auswirkt. Hierzu wird das in Abschnitt 2.3 eingeführte Grundmodell um einen Feedbackzeitpunkt am Ende der ersten Periode erweitert. In diesem Feedbackzeitpunkt gibt der Prinzipal den von einem Informationssystem erhaltenen Zwischenbericht wahrheitsgemäß an die Agenten weiter. Der Feedbackmechanismus erfüllt hierbei zwei Funktionen. Im Feedbackzeitpunkt erhalten die Agenten zusätzliche Informationen, bevor sie ihre Handlungswahl für die zweite Periode treffen. Das Feedback übt somit durch die Bereitstellung von relevanten Informationen eine entscheidungsunterstützende Funktion aus. Die Einführung eines Feedbackmechanismus hat jedoch auch Auswirkungen auf die vor dem Feedbackzeitpunkt stattfindende Handlungswahl der Agenten. Aufgrund der Ankündigung, dass zu einem späteren Zeitpunkt Feedback gegeben wird, berücksichtigen die Agenten in der ersten Periode bei ihrer Handlungswahl, dass diese Einfluss auf das spätere Feedback hat. Folglich übt die Ankündigung eines Feedbackmechanismus eine entscheidungsbeeinflussende Funktion aus.[12] Durch die Analyse der in der ersten und zweiten Periode optimalen Handlungswahl werden die Auswirkungen der entscheidungsbeeinflussenden und der entscheidungsunterstützenden Funktion des Feedbackmechanismus auf die Arbeitszeitallokation der Agenten beleuchtet. Anhand zweier beispielhafter Feedbackformen wird am Ende des Kapitels analysiert, unter welchen Bedingungen die Einführung eines Feedbackmechanismus für den Prinzipal von Vorteil ist.

3.2 Modellbeschreibung

Aufbauend auf dem in Abschnitt 2.2 präsentierten Modellrahmen eines relativen Leistungsturniers zwischen zwei Agenten, die sich einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum und einer knappen Arbeitszeit gegenübersehen, wird in diesem Kapitel das Modell um einen Feedbackmechanismus erweitert. Hierzu trifft der Prinzipal zu Beginn des Turniers eine öffentlich beobachtbare Entscheidung über das Informationssystem. Anstelle des bisherigen Systems I_1, das am Ende des Turniers Berichte über die finalen Ergebnisse der Agenten in den beiden Aufgaben $(\tilde{x}^A, \tilde{x}^B, \tilde{y}^A, \tilde{y}^B)$ liefert, kann der Prinzipal alternativ ein umfassenderes Informationssystem I_2 implementieren. Dieses neue Informationssystem generiert neben den Berichten über die finalen Ergebnisse am Ende des Turniers zusätzlich einen Zwischenbericht am Ende der ersten Periode. Der Zwischenbericht umfasst Informationen über die bis dato erbrachte Leistung der Agenten, wie beispielsweise eine verbesserte Einschätzung der Produktivitäten in den beiden Aufgaben oder der zu diesem Zeitpunkt geltende Zwischenstand im Turnier. Während die finalen Ergebnisse unter beiden Informationssystemen berichtet werden, da sie beispielsweise für die externe Berichterstattung benötigt werden, handelt es sich bei dem Zwischenbericht um Informationen

[11] Dieses Kapitel basiert in Teilen auf Mauch (2014).

[12] Die Klassifikation von entscheidungsbeeinflussenden (*decision-influencing*) und entscheidungsunterstützenden (*decision-facilitating*) Informationen wurde von Demski/Feltham (1976, S. 8f) im Kontext der Kostenrechnung eingeführt.

einer internen Unternehmensrechnung, die eigens implementiert werden muss. Somit kann sich der Prinzipal zu Beginn des Turniers glaubhaft und öffentlich beobachtbar auf eine Feedbackpolitik festlegen. Implementiert er das Informationssystem I_1, erhält der Prinzipal keinen Zwischenbericht, den er an die Agenten weitergeben kann. Die Entscheidung für das Informationssystem I_1 stellt daher gleichzeitig eine Entscheidung gegen einen Feedbackmechanismus dar. Entscheidet sich der Prinzipal jedoch für das Informationssystem I_2, ist allen Parteien bewusst, dass am Ende der ersten Periode zusätzliche Informationen in Form des Zwischenberichts veröffentlicht werden. Dieser Zwischenbericht wird vom Controller des Unternehmens erhoben und lediglich an den Prinzipal berichtet. Der Zwischenbericht stellt somit die private Information des Prinzipals dar, die jedoch von ihm in Form von Feedback an die Agenten weitergegeben wird. Hierbei wird in diesem Kapitel zunächst angenommen, dass der Prinzipal den Agenten die Informationen des Zwischenberichts stets wahrheitsgemäß und vollständig berichtet.[13] Müssten die Agenten fürchten, dass der Prinzipal die Informationen des Zwischenberichts zu seinen Gunsten manipuliert, hätte die Weitergabe der Informationen keine Auswirkung auf die Aktionswahl der Agenten, da das Feedback unglaubwürdig wäre. Würde der Prinzipal von der vorab festgelegten Feedbackpolitik abweichen, hätte dies einen Reputationsverlust zur Folge, der die Wirkung einer Ankündigung der Feedbackpolitik für zukünftige Perioden zunichtemacht.[14]

Nachdem die Agenten die Entscheidung des Prinzipals für ein Informationssystem beobachtet haben, wählen sie in beiden Aufgaben ihre Arbeitseinsätze für die erste Periode. Am Ende der ersten Periode erhält der Prinzipal, sofern er sich für das Informationssystem I_2 entschieden hat, einen Zwischenbericht, den er wahrheitsgemäß an die Agenten weitergibt. Nach Erhalt der Berichte revidieren die Agenten ihre Erwartungen über ihre Produktivitäten in den beiden Aufgaben und folglich über die Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen. Anschließend wählen sie ihre Arbeitseinsätze für die zweite Periode. Entscheidet sich der Prinzipal jedoch für das Informationssystem I_1 und somit gegen einen Feedbackmechanismus, erhalten sowohl er als auch die Agenten keine Informationen während des Turniers. Folglich findet keine Revision der Erwartungen auf Seiten der Agenten statt. Für die Agenten ist es dann, wie in Abschnitt 2.3.2 gezeigt, optimal, in beiden Perioden die gleichen Arbeitseinsätze zu wählen. Am Ende der zweiten Periode erhält der Prinzipal unabhängig von seiner Wahl des Informationssystems die Berichte über die finalen Ergebnisse der Agenten in den beiden Aufgaben und bestimmt den Gewinner des Turniers. Abbildung 3.1 fasst die Ereignisabfolge zusammen.

Entscheidet sich der Prinzipal für das Informationssystem I_2, erhält er am Ende der ersten Periode den Zwischenbericht, der sich aus einem Bericht S_X bezüglich Aufgabe X und einem Bericht S_Y bezüglich Aufgabe Y zusammensetzt. Die Berichte S_X und S_Y sind als stochastisch unabhängig angenommen. Jeder Bericht S_k ist zweidimensional und enthält je Agent ein Signal. Zum Beispiel kann das Feedback verzerrte Informationen über die Produktivitäten der Agenten enthalten, d.h. $S_k = \left\{S_k^i = p_k^i + \theta_k^i, S_k^{-i} = p_k^{-i} + \theta_k^{-i}\right\}$, $k = X,Y$ (wobei θ_k^i einen später näher definierten Störterm darstellt). Das Feedback kann die Agenten jedoch auch über den zu diesem Zeitpunkt

[13] Die Annahme einer vollständigen Weitergabe der Informationen des Zwischenberichts wird in Kapitel 4 gelockert, wenn die strategische Feedbackpolitik des Prinzipals untersucht wird. In Abschnitt 4.4 wird zudem im vereinfachten Modellrahmen des Kapitels 4 gezeigt, dass es für den Prinzipal bei einem Informationssystem, das mit Sicherheit einen Zwischenbericht generiert, stets optimal ist, die Informationen vollständig an die Agenten weiterzugeben.

[14] Vgl. hierzu Ederer (2010) und Aoyagi (2010).

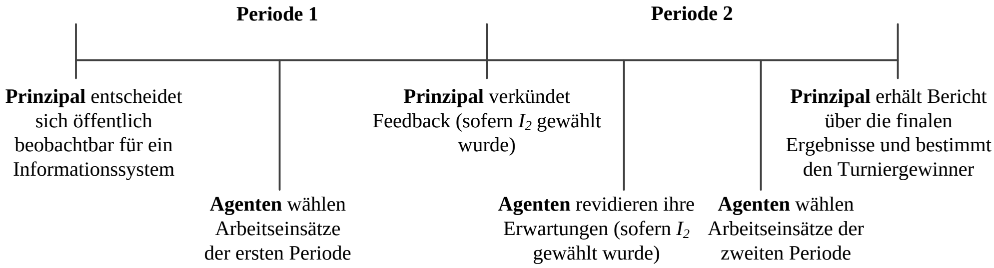


Abbildung 3.1: Ereignisabfolge bei einem Feedbacksystem, das mit Sicherheit Informationen generiert.

geltenden Zwischenstand im Turnier informieren, d.h. $S_X = \left\{S_X^i = \widetilde{x}_1^i - \widetilde{x}_1^{-i}, S_X^{-i} = \widetilde{x}_1^{-i} - \widetilde{x}_1^i\right\}$ und $S_Y = \left\{S_Y^i = \widetilde{y}_1^i - \widetilde{y}_1^{-i}, S_Y^{-i} = \widetilde{y}_1^{-i} - \widetilde{y}_1^i\right\}$. Beide Agenten erhalten die gleichen Informationen S_X und S_Y.

Die Entscheidung des Prinzipals für einen Feedbackmechanismus beeinflusst die Entscheidungskalküle der Agenten in beiden Perioden. Zum einen wirkt sich die Veröffentlichung des Feedbacks auf die optimale Arbeitszeitallokation des Agenten in der zweiten Periode aus. Zum anderen kann bereits die Ankündigung, dass zu einem späteren Zeitpunkt Feedback gegeben wird, einen Einfluss auf die optimale Arbeitszeitallokation der Agenten in der ersten Periode haben. Die unter Informationssystem I_2 optimalen Arbeitseinsätze in den beiden Perioden werden im nachfolgenden Abschnitt per Rückwärtsinduktion hergeleitet.

3.3 Auswirkungen des Feedbacks auf die Arbeitszeitallokation

3.3.1 Arbeitszeitallokation der zweiten Periode: Der Informationseffekt des Feedbacks

Zu Beginn der zweiten Periode erhalten die Agenten die Feedbackberichte S_X und S_Y. Des Weiteren kennt jeder Agent seine gewählten Arbeitseinsätze der ersten Periode, e_{1k}^i, und stellt Vermutungen über die gewählten Arbeitseinsätze des Gegenspielers, $\widehat{e}_{1k}^{-i}$, $k = X, Y$, an.[15] Gemäß dieser Informationen revidieren die Agenten ihre Erwartungen über die Produktivitäten und die Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen. Da keine stochastischen Abhängigkeiten zwischen den Berichten S_X und S_Y bestehen und jeder Bericht nur Informationen über die entsprechende

[15] Vermutungen über die Entscheidungen des Gegenspielers werden mit einem Zirkumflex gekennzeichnet.

Aufgabe enthält, gilt

$$\begin{aligned}\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\left|S_X, S_Y, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right) &= \Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right) \text{ und}\\ \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\left|S_X, S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right) &= \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right).\end{aligned}$$

Die Agenten wählen in der zweiten Periode diejenigen Arbeitseinsätze, die ihren auf die neue Information bedingten erwarteten Nutzen maximieren. Das Optimierungsproblem des Agenten i lautet in der zweiten Periode somit

$$\max_{e^i_{2X}, e^i_{2Y}} \frac{R}{2}\cdot\left[\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\}\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right)\right] - C\left(\mathbf{e}^i_2\right)$$

$$\text{u.d.N.} \qquad e^i_{2X} + e^i_{2Y} \leq T.$$

Die Auswertung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen liefert die optimalen Arbeitseinsätze der zweiten Periode.

Proposition 3.1 *Nach Erhalt des Feedbacks wählen die Agenten die optimalen Arbeitseinsätze*
$$e^{i,\star}_{2X} = \max\left\{0, \min\left\{\zeta E\left[p^i_X\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right], \frac{T}{2} + \frac{\zeta\left(E\left[p^i_X\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right] - E\left[p^i_Y\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right]\right)}{2}, T\right\}\right\} \textit{ und}$$
$$e^{i,\star}_{2Y} = \max\left\{0, \min\left\{\zeta E\left[p^i_Y\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right], \frac{T}{2} - \frac{\zeta\left(E\left[p^i_X\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right] - E\left[p^i_Y\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right]\right)}{2}, T\right\}\right\}.$$

Beweis. Siehe Anhang B.1. ■

Wie schon im Grundmodell bestimmen die Differenz der (revidierten) erwarteten Produktivitäten und der marginale Nutzen einer Einheit des erzielten Ergebnisses, ζ, die Allokationsentscheidung des Agenten. Im Gegensatz zum Grundmodell ist es nach Erhalt des Feedbacks jedoch nicht immer optimal, die gesamte Arbeitszeit zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einzusetzen. Verringert das Feedback die Summe der erwarteten Produktivitäten unter einen Grenzwert, schränkt die knappe Arbeitszeit die Aktionswahl des Agenten nicht mehr ein. Dem Agenten ist es dann möglich, die optimalen Arbeitseinsätze des unbeschränkten Optimierungsproblems (unter Berücksichtigung der neuen Information) zu wählen, d.h. $e^{i,\star}_{2X} = \zeta E\left[p^i_X\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right]$ und $e^{i,\star}_{2Y} = \zeta E\left[p^i_Y\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right]$.

Korollar 3.1 *Gilt* $E\left[p^i_X\left|S_X, e^i_{1X}, \widehat{e^{-i}_{1X}}\right.\right] + E\left[p^i_Y\left|S_Y, e^i_{1Y}, \widehat{e^{-i}_{1Y}}\right.\right] < \frac{T}{\zeta}$*, ist es für den Agenten nicht optimal, die gesamte zur Verfügung stehende Arbeitszeit für die Bearbeitung der beiden Aufgaben einzusetzen.*

Entscheidend für die Höhe der Arbeitseinsätze ist somit neben der Differenz der revidierten erwarteten Produktivitäten auch ihre Summe. Der Effekt, den das Feedback auf die optimale Arbeitszeitwahl der zweiten Periode hat, wird im Folgenden als Informationseffekt bezeichnet, da das Feedback die Arbeitszeitwahl der Agenten lediglich durch die darin enthaltenen Informationen beeinflusst.[16] Eine Veranschaulichung des Informationseffekts des Feedbacks auf die

[16] Ederer (2010) bezeichnet diesen Effekt des Feedbacks, nachdem es den Agenten übermittelt wurde, als *motivation*

Arbeitszeitallokation und das erwartete Ergebnis der zweiten Periode folgt in Abschnitt 3.4.1 anhand eines Produktivitätsfeedbacks.

3.3.2 Arbeitszeitallokation der ersten Periode: Der *signal-jamming* Effekt des Feedbacks

In der ersten Periode antizipiert jeder Agent seine eigene, nach Erhalt des Feedbacks optimale Wahl der Arbeitseinsätze, $e_{2k}^{i,\star}$, sowie diejenige des Gegenspielers, $e_{2k}^{-i,\star}$. Das Optimierungsproblem des Agenten i in der ersten Periode lautet somit

$$\begin{aligned}\max_{e_{1X}^i, e_{1Y}^i} \frac{R}{2} \cdot \Big[&\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i\left(e_{2X}^{i,\star}\right) > \widetilde{x}^{-i}\left(e_{2X}^{-i,\star}\right)\right\}\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{y}^i\left(e_{2Y}^{i,\star}\right) > \widetilde{y}^{-i}\left(e_{2Y}^{-i,\star}\right)\right\}\right)\Big] \\ &- C\left(\mathbf{e}_1^i\right) - E\left[C\left(\mathbf{e}_2^{i,\star}\right)\right]\end{aligned}$$

$$\text{u.d.N.} \qquad e_{1X}^i + e_{1Y}^i \leq T,$$

wobei $\widetilde{x}^i\left(e_{2X}^{i,\star}\right)$ und $\widetilde{y}^i\left(e_{2Y}^{i,\star}\right)$ die berichteten Ergebnisse unter Berücksichtigung der antizipierten optimalen Arbeitseinsätze der zweiten Periode darstellen und $\mathbf{e}_2^{i,\star} = \left(e_{2X}^{i,\star}, e_{2Y}^{i,\star}\right)'$ gilt. Der vom Agenten in der ersten Periode gewählte Arbeitseinsatz beeinflusst seinen erwarteten Nutzen auf zweierlei Weise. Zum einen hat der Arbeitseinsatz der ersten Periode einen direkten Einfluss auf die Nutzenhöhe des Agenten. Durch einen höheren Arbeitseinsatz steigt die Wahrscheinlichkeit, die Aufgabe und somit das Turnier zu gewinnen. Gleichzeitig wird jedoch der erwartete Nutzen durch ein höheres Arbeitsleid verringert. Zum anderen besteht ein indirekter Zusammenhang zwischen dem Arbeitseinsatz der ersten Periode und dem erwarteten Nutzen des Agenten, wenn der Arbeitseinsatz der ersten Periode die Feedbackberichte und somit auch die Erwartungsrevision nach Erhalt des Feedbacks beeinflusst. Ist dies der Fall, kann der Agent über die Arbeitseinsätze der ersten Periode Einfluss auf die optimalen Arbeitseinsätze der zweiten Periode nehmen, die von den revidierten Erwartungen über die Produktivitäten, $E\left[p_X^i \middle| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e}_{1X}^{-i}\right]$ und $E\left[p_Y^i \middle| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e}_{1Y}^{-i}\right]$, abhängen. Erhöht ein Agent seinen Arbeitseinsatz in der ersten Periode in einer Aufgabe, kann er den Feedbackbericht bezüglich dieser Aufgabe zu seinen Gunsten beeinflussen. Revidiert dieser Agent nach Erhalt des Feedbacks seine Erwartungen über seine Produktivitäten, berücksichtigt er seine in der ersten Periode getätigten Beeinflussungsaktivitäten. Durch die in der ersten Periode gewählten Arbeitseinsätze kann er folglich keinen Einfluss auf seinen eigenen optimalen Arbeitseinsatz der zweiten Periode nehmen, d.h. $\frac{\partial e_{2k}^{i,\star}}{\partial e_{1k}^i} = 0$. Im Gegensatz hierzu kann der Agent jedoch Einfluss auf den optimalen Arbeitseinsatz des Gegenspielers in der zweiten Periode nehmen. Der Gegenspieler, Agent $-i$, wählt seine Arbeitseinsätze in der zweiten Periode auf Basis der revidierten Erwartungen $E\left[p_X^{-i} \middle| S_X, e_{1X}^{-i}, \widehat{e}_{1X}^i\right]$ und $E\left[p_Y^{-i} \middle| S_Y, e_{1Y}^{-i}, \widehat{e}_{1Y}^i\right]$. Hierbei ist er sich zwar seiner eigenen Arbeitszeitwahl der ersten Periode bewusst, er kann jedoch

effect, da das Feedback die Moral und das Selbstvertrauen in die eigenen Produktivitäten beeinflusst. Aoyagi (2010) bezeichnet diesen Effekt als *ex post effect of information feedback*.

lediglich Vermutungen darüber anstellen, welche Arbeitseinsätze Agent i in der ersten Periode geleistet hat. Da Agent $-i$ die Beeinflussungsaktivitäten von Agent i nicht beobachten und somit bei seiner Erwartungsrevision nicht berücksichtigen kann, hat Agent i die Möglichkeit, den Zwischenbericht durch eine geeignete Arbeitszeitallokation in der ersten Periode zu seinen Gunsten zu beeinflussen. Hierdurch kann Agent i auf die in der zweiten Periode gewählte Arbeitszeitallokation seines Kontrahenten Einfluss nehmen, d.h. $\frac{\partial e_{2k}^{-i,\star}}{\partial e_{1k}^{i}} \gtreqless 0$.[17] Dieser Effekt des Feedbacks wird im Folgenden *signal-jamming* Effekt genannt, da die Agenten über ihre in der ersten Periode gewählte Arbeitszeitallokation versuchen, ihrem Gegenspieler in einer Aufgabe eine höhere Produktivität vorzutäuschen.[18]

Die optimalen Arbeitseinsätze der ersten Periode, $e_{1X}^{i,\star} \geq 0$ und $e_{1Y}^{i,\star} \geq 0$, hängen von der expliziten Form des Feedbacks ab.[19] Wirkt das Feedback derart, dass die verfügbare Arbeitszeit nicht mehr restriktiv ist und der Agent die zur Verfügung stehende Arbeitszeit nicht vollständig aufbraucht, d.h. gilt $e_{1X}^{i,\star} + e_{1Y}^{i,\star} < T$, lösen die optimalen Arbeitseinsätze die Gleichungen

$$\begin{aligned} \left[\zeta \cdot \left(\mu_X - \Gamma_X^i\right) - e_{1X}^{i,\star}\right] \cdot e_{1X}^{i,\star} &= 0 \text{ und} \\ \left[\zeta \cdot \left(\mu_Y - \Gamma_Y^i\right) - e_{1Y}^{i,\star}\right] \cdot e_{1Y}^{i,\star} &= 0 \end{aligned}$$

mit den *signal-jamming* Komponenten

$$\Gamma_X^i = E\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2X}^{-i,\star}}{\partial e_{1X}^i}\right] + E\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2Y}^{-i,\star}}{\partial e_{1X}^i}\right] \text{ und} \tag{3.1}$$

$$\Gamma_Y^i = E\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2X}^{-i,\star}}{\partial e_{1Y}^i}\right] + E\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2Y}^{-i,\star}}{\partial e_{1Y}^i}\right]. \tag{3.2}$$

Kann für dieses Gleichungssystem keine Lösung für $e_{1X}^{i,\star} \geq 0$, $e_{1Y}^{i,\star} \geq 0$ und $e_{1X}^{i,\star} + e_{1Y}^{i,\star} < T$ gefunden werden, lösen die optimalen Arbeitseinsätze $e_{1X}^{i,\star} \geq 0$ und $e_{1Y}^{i,\star} \geq 0$

$$\frac{T}{2} + \frac{\zeta}{2}\left[\mu_X - \mu_Y - \left(\Gamma_X^i - \Gamma_Y^i\right)\right] - e_{1X}^{i,\star} = 0 \tag{3.3}$$

und $e_{1Y}^{i,\star} = T - e_{1X}^{i,\star}$. Kann auch hier keine Lösung gefunden werden, setzt der Agent seine gesamte Arbeitszeit zur Bearbeitung einer Aufgabe ein.

Wie sich der *signal-jamming* Effekt auf die Höhe der optimalen Arbeitseinsätze auswirkt, hängt von der spezifischen Form des Feedbacks ab. In Abschnitt 3.4.2 wird der Zwischenstand im Turnier als Beispiel für ein beeinflussbares Feedback herangezogen. Hieran wird der Effekt aufgezeigt, den die Ankündigung der Feedbackpolitik auf die Arbeitszeitwahl und das erwartete

[17] Die Möglichkeit der Einflussnahme eines Agenten auf seinen eigenen Arbeitseinsatz der zweiten Periode und den seines Kontrahenten werden in Anhang B.2 a) anhand eines linearen Revisionsprozesses veranschaulicht.

[18] Ederer (2010) nennt diesen Effekt *signal-jamming effect* oder *strategic effect*. Aoyagi (2010) bezeichnet diese Beeinflussungsüberlegungen als *strategic effect of information feedback*.

[19] Die Herleitung der folgenden Optimalitätsbedingungen wird in Anhang B.2 b) dargestellt.

Bruttoergebnis der ersten Periode hat.

3.4 Veranschaulichung der Effekte des Feedbacks

3.4.1 Veranschaulichung des Informationseffekts des Feedbacks

In diesem Abschnitt wird der Informationseffekt des Feedbacks näher betrachtet. Hierzu wird angenommen, dass der Prinzipal am Ende der ersten Periode verzerrte Informationen über die Produktivitäten der Agenten in den beiden Aufgaben erhält. Diese Informationen gibt der Prinzipal als Feedback an die Agenten weiter. Der Feedbackbericht bezüglich Aufgabe $k = X,Y$ lautet

$$S_k = \left\{S_k^A = p_k^A + \theta_k^A; S_k^B = p_k^B + \theta_k^B\right\},$$

wobei θ_k^i als unabhängig identisch gleichverteilt gemäß $\theta_k^i \sim U\left(-\alpha_k^i, \alpha_k^i\right)$ mit $\alpha_k^i \leq \mu_k$ angenommen wird. Nach Erhalt der Feedbackinformationen revidieren die Agenten ihre Erwartungen über ihre Produktivitäten gemäß dem Revisionsprozess[20]

$$E\left[p_k^i \middle| S_k, e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right] = E\left[p_k^i \middle| S_k^i\right] = \begin{cases} \frac{S_k^i + \alpha_k^i}{2} & \text{für} \quad -\alpha_k^i \leq S_k^i \leq \alpha_k^i \\ S_k^i & \text{für} \quad \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k - \alpha_k^i \\ \frac{S_k^i + 2\mu_k - \alpha_k^i}{2} & \text{für} \quad 2\mu_k - \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k + \alpha_k^i \end{cases}$$

und passen ihre Arbeitszeitallokation an die revidierten Erwartungen an.

Diese Form des Feedbacks ist unabhängig von den in der ersten Periode gewählten Arbeitseinsätzen der Agenten. Folglich kann durch eine geeignete Wahl der Arbeitseinsätze in der ersten Periode über das Feedback kein Einfluss auf die in der zweiten Periode gewählte Arbeitszeitallokation des Kontrahenten genommen werden, sodass kein *signal-jamming* Effekt auftritt. Die Arbeitseinsätze der Agenten sowie das erwartete Ergebnis der ersten Periode sind somit unabhängig von der Entscheidung des Prinzipals über einen Feedbackmechanismus beziehungsweise der Wahl eines Informationssystems. Die Einführung eines Feedbackmechanismus dient lediglich der Verbesserung der Informationen vor der Handlungswahl in der zweiten Periode. Da die erwarteten Effekte des Feedbacks für beide Agenten identisch und voneinander unabhängig sind, ist es ausreichend, im Folgenden die Analyse auf einen repräsentativen Agenten zu beschränken.

Die Einführung des Feedbackmechanismus ist für den Prinzipal vorteilhaft, wenn hierdurch der Interessenkonflikt, der zwischen ihm und dem Agenten besteht, in der zweiten Periode verringert und somit das erwartete Ergebnis gesteigert wird. Zum einen ist dies der Fall, wenn der Agent nach Erhalt des Feedbacks mehr Arbeitszeit der Aufgabe mit der höheren a priori erwarteten Produktivität widmet. Die vom Agenten gewählte Arbeitszeitallokation liegt dann näher an der vom Prinzipal gewünschten Spezialisierungslösung. Je näher sich der Agent jedoch bereits vor Erhalt

20 Anhang B.3 a) zeigt die Herleitung des Revisionsprozesses.

des Feedbacks an der Spezialisierungslösung befindet, desto geringer ist der mögliche Ergebniszuwachs und folglich auch der Wert, den die Einführung des Feedbackmechanismus für den Prinzipal hat. Zum anderen ist das Feedback vorteilhaft für den Prinzipal, wenn es offenlegt, dass der Agent in der bis dato als weniger produktiv erachteten Aufgabe am produktivsten ist. Ändert der Agent auf Basis dieses Feedbacks den Fokus seiner Allokation auf die gemäß den revidierten Erwartungen produktivere Aufgabe, erhöht sich das Ergebnis des Prinzipals. Das Feedback trägt jedoch nicht immer zu einer Abschwächung des Interessenkonflikts zwischen dem Prinzipal und den Agenten bei. Führt die Revision der Erwartungen über die Produktivitäten und somit auch über den erwarteten Grenznutzen des Arbeitseinsatzes nach Erhalt des Feedbacks dazu, dass es für den Agenten vorteilhaft ist, mehr Arbeitszeit in der weniger produktiven Aufgabe einzusetzen oder die ihm zur Verfügung stehende Zeit nicht mehr vollständig zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einzusetzen, verschärft sich der Interessenkonflikt. In diesem Fall verringert sich das erwartete Ergebnis der zweiten Periode durch das Feedback.

Während für die Agenten die Feedbackpolitik lediglich in der zweiten Periode relevant ist, muss sich der Prinzipal bereits bevor er die Informationen kennt, festlegen, ob er einen Feedbackmechanismus einführt. Entscheidend ist hierbei für den Prinzipal, ob er durch das Feedback eine Erhöhung des Ergebnisses der zweiten Periode erwartet. Entscheidet sich der Prinzipal für das Informationssystem I_2 und somit für einen Feedbackmechanismus, beträgt das erwartete Ergebnis der zweiten Periode eines Agenten i

$$E\left[x_2^i + y_2^i \,|I_2\right] = E\left[E\left[p_X^i \,\middle|S_X^i\right] \cdot e_{2X}^{i,\star} + E\left[p_Y^i \,\middle|S_Y^i\right] \cdot e_{2Y}^{i,\star}\right]$$

mit $e_{2k}^{i,\star} = \max\left\{0, \min\left\{\zeta E\left[p_k^i \,\middle|S_k^i\right], \frac{T}{2} + \frac{\zeta\left(E\left[p_k^i|S_k^i\right] - E\left[p_{-k}^i|S_{-k}^i\right]\right)}{2}, T\right\}\right\}$, $k = X, Y$. Entscheidet sich der Prinzipal jedoch für das Informationssystem I_1, sodass die Agenten am Ende der ersten Periode keine weiteren Informationen erhalten, lautet das erwartete Ergebnis der zweiten Periode

$$E\left[x_2^i + y_2^i \,|I_1\right] = \mu_X \cdot \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\} + \mu_Y \cdot \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\}.$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird α_k^i gleich der a priori erwarteten Produktivität μ_k gesetzt.[21] In Abbildung 3.2 wird der erwartete Wert, den die Einführung des Feedbackmechanismus für den Prinzipal hat, durch die Differenz zwischen den unter den beiden Informationssystemen erwarteten Ergebnissen ($E\left[x_2^i + y_2^i \,|I_2\right] - E\left[x_2^i + y_2^i \,|I_1\right]$) für verschiedene Werte von a priori erwarteten Produktivitäten dargestellt. Das folgende Resultat kann hieraus abgeleitet werden.

Proposition 3.2 *Je geringer die Differenz der a priori erwarteten Produktivitäten und je restriktiver die knappe Arbeitszeit ist, desto vorteilhafter ist es, einen Feedbackmechanismus einzuführen. Lediglich wenn die a priori erwartete Produktivitätsdifferenz hoch und zugleich mindestens eine erwartete Produktivität gering ist, ist es für den Prinzipal nachteilig, einen Feedbackmecha-*

21 Ist α_k^i geringer als μ_k, wird Feedback für einige weitere Kombinationen von a priori erwarteten Produktivitäten, μ_X und μ_Y, vorteilhaft. Die grundlegenden Trade-offs bleiben jedoch erhalten. In Anhang B.3 b) sind die Resultate dieses Abschnitts vergleichend für $\alpha_k^i = 0$ dargestellt.

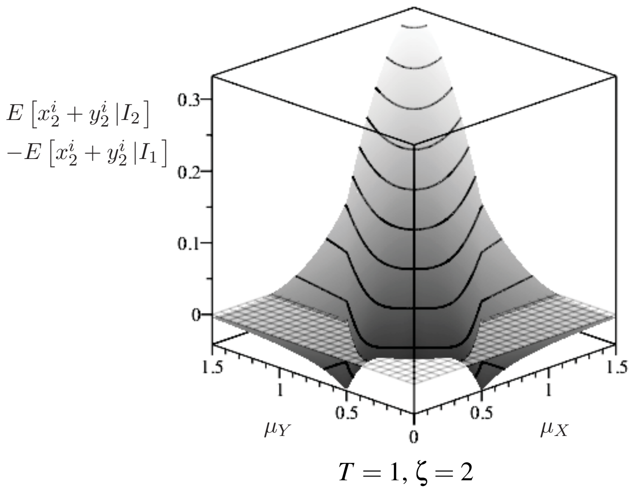
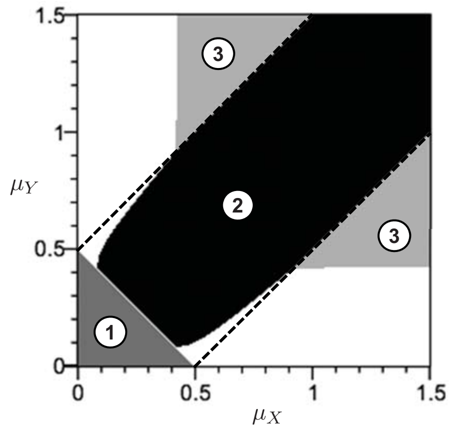


Abbildung 3.2: Wert des Informationseffekts des Feedbacks.

nismus zu implementieren.

Die knappe Arbeitszeit ist umso restriktiver, je höher die mit dem marginalen Nutzen des Ergebnisses gewichtete Summe der a priori erwarteten Produktivitäten im Vergleich zur Arbeitszeit ist, d.h. je höher $\zeta(\mu_X + \mu_Y)$ relativ zu T ist. Gilt $\mu_X \geq \frac{T}{\zeta}$ und $\mu_Y \geq \frac{T}{\zeta}$, ist es immer vorteilhaft, einen Feedbackmechanismus einzuführen.

Abbildung 3.3 zeigt schematisch, für welche Kombinationen von a priori erwarteten Produktivitäten die Einführung eines Feedbackmechanismus für den Prinzipal aus der ex ante Sicht vorteilhaft ist. Die in Feld 1 liegenden Kombinationen werden von der Analyse ausgeschlossen, da sie die Annahme einer knappen Arbeitszeit verletzen. Je näher die Kombinationen von a priori erwarteten Produktivitäten an Feld 1 liegen, umso weniger restriktiv ist die verfügbare Arbeitszeit. Die gestrichelten Linien umschließen diejenigen erwarteten Produktivitätsdifferenzen, bei denen der Agent ohne Feedback beide Aufgaben bearbeitet, d.h. $\Delta_\mu \in \left(-\frac{T}{\zeta}, \frac{T}{\zeta}\right)$. Hierbei enthält Feld 2 diejenigen Kombinationen, für die Feedback zu einer Erhöhung des erwarteten Ergebnisses der zweiten Periode führt. Ist die Differenz der a priori erwarteten Produktivitäten gering, ist es stets vorteilhaft, Feedback zu geben. Dies liegt daran, dass der Agent, wenn er kein Feedback erhält, eine gleichmäßige Aufteilung seiner Arbeitszeit wählt und somit ein großer ex ante Interessenkonflikt existiert. Durch das Feedback besteht folglich ein hohes Verbesserungspotenzial, während die Gefahr gering ist, den Interessenkonflikt durch das Feedback zu verschärfen. Weichen die a priori erwarteten Produktivitäten jedoch stärker voneinander ab und ist gleichzeitig mindestens eine der erwarteten Produktivitäten gering (relativ zu $\frac{T}{\zeta}$), ist die Einführung des Feedbackmechanismus nachteilig für den Prinzipal. Hierfür bestehen zweierlei Gründe. Zum einen wählt der Agent, wenn er kein Feedback erhält, für hohe a priori erwartete Produktivitätsdifferenzen eine Arbeitszeitallokation, die stark auf die Bearbeitung einer Aufgabe fokussiert



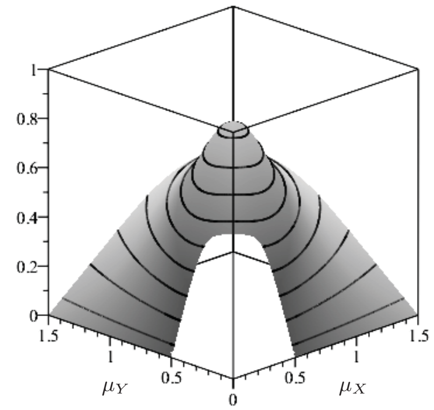
$T = 1, \zeta = 2$

Abbildung 3.3: Schematische Darstellung des Vorteilhaftigkeitsbereichs für die Implementierung eines Feedbackmechanismus.

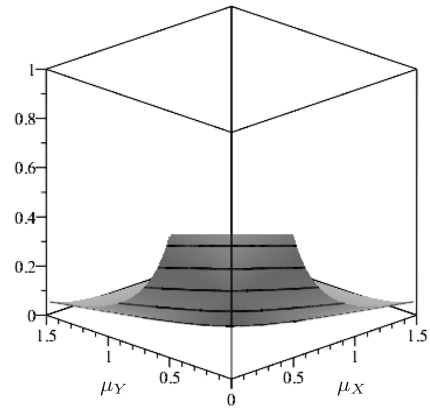
ist. Folglich ist der bestehende Interessenkonflikt gering, sodass durch das Feedback lediglich geringe Verbesserungen erzielt werden können. Gleichzeitig sieht sich der Prinzipal jedoch dem Risiko gegenüber, den Interessenkonflikt maßgeblich zu verschärfen, falls das Feedback einen geringeren erwarteten Produktivitätsunterschied zwischen den beiden Aufgaben suggeriert. Zum anderen ist die verfügbare Arbeitszeit für geringe a priori erwartete Produktivitäten wenig restriktiv. Je weniger die maximal verfügbare Arbeitszeit die Wahl der Arbeitseinsätze einschränkt, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Agent nach Erhalt des Feedbacks die Arbeitszeit nicht mehr ausschöpft. Folglich ist das erwartete Ergebnis der zweiten Periode bei Einführung eines Feedbackmechanismus geringer als unter Informationssystem I_1. Selbst wenn sich der Agent ohne Feedback in einer Aufgabe spezialisiert und somit ex ante kein Interessenkonflikt existiert, kann es vorteilhaft sein, einen Feedbackmechanismus einzuführen. Dies ist der Fall, wenn die a priori erwartete Produktivität in der bis dato vernachlässigten Aufgabe ausreichend hoch ist (Felder 3). Nur dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass Feedback offenlegt, dass der Agent in der vernachlässigten Aufgabe am produktivsten ist, ausreichend hoch und die Wahrscheinlichkeit, dass der Agent die Arbeitszeit nach Erhalt des Feedbacks nicht vollständig ausschöpft, ausreichend gering, um die Einführung des Feedbackmechanismus vorteilhaft werden zu lassen. Die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass der Agent, nachdem er das Feedback erhalten hat, beide Aufgaben bearbeitet und dabei die Arbeitszeit ausschöpft bzw. nicht ausschöpft, ist gemeinsam mit den Wahrscheinlichkeiten für die Wahl einer Spezialisierungslösung in Abbildung 3.4 dargestellt.

Zusammenfassend gilt, dass die Einführung eines Feedbackmechanismus, der Produktivitätsinformationen offenlegt, nur dann vorteilhaft für den Prinzipal ist, wenn der ex ante Interessenkonflikt zwischen ihm und den Agenten ausreichend hoch und die verfügbare Arbeitszeit ausreichend restriktiv ist. Besteht lediglich ein geringer Interessenkonflikt und ist die Arbeitszeit

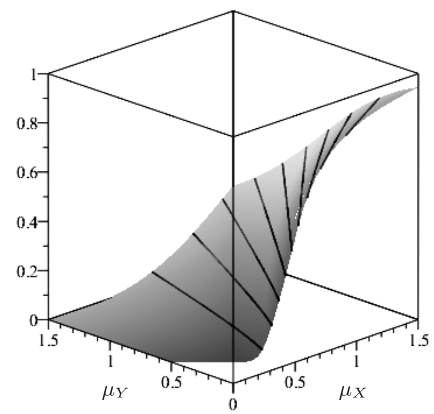
Wahrscheinlichkeit, dass es für den Agenten nach Erhalt des Feedbacks vorteilhaft ist...



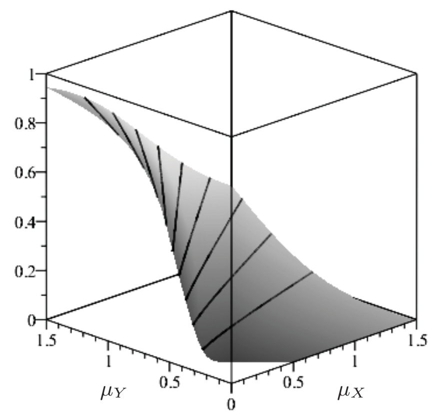
(a) ... beide Aufgaben zu bearbeiten und dabei die Arbeitszeit vollständig auszuschöpfen.



(b) ... beide Aufgaben zu bearbeiten, die Arbeitszeit jedoch nicht vollständig auszuschöpfen.



(c) ... nur Arbeitseinsatz in Aufgabe X zu erbringen.



(d) ... nur Arbeitseinsatz in Aufgabe Y zu erbringen.

$$T = 1, \zeta = 2$$

Abbildung 3.4: Eintrittswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Anpassungen der Arbeitszeitallokation nach dem Erhalt von Feedback.

wenig restriktiv, ist es für den Prinzipal besser, die Inkongruenz zu akzeptieren, anstatt Gefahr zu laufen, diese durch die Einführung eines Feedbackmechanismus zu verschärfen.

3.4.2 Veranschaulichung des *signal-jamming* Effekts des Feedbacks

Um den *signal-jamming* Effekt des Feedbacks zu veranschaulichen, dient in diesem Abschnitt der Zwischenstand in den Aufgabenturnieren als Beispiel für ein beeinflussbares Feedback. Ist die Arbeitszeit unbeschränkt, bewirkt diese Feedbackform, dass die Agenten ihre Arbeitseinsätze in der ersten Periode erhöhen, um ihrem Kontrahenten eine höhere Produktivität zu signalisieren.[22] Ist die Arbeitszeit jedoch knapp, kann diese Beeinflussungsaktivität nicht in unbeschränktem Ausmaß durchgeführt werden. Wird mehr Arbeitszeit für die Bearbeitung einer Aufgabe eingesetzt, verringert dies die Zeit, die verbleibt, um die andere Aufgabe zu bearbeiten. Eine Beeinflussung des Feedbacks zugunsten einer Aufgabe zieht somit gleichzeitig eine Beeinflussung zu Lasten des Feedbacks der anderen Aufgabe nach sich. Dennoch ist die Beeinflussung des Feedbacks nicht per se nachteilig.

Erhält der Prinzipal am Ende der ersten Periode Informationen über den Zwischenstand in den Aufgabenturnieren, gibt er den Feedbackbericht

$$S_k = \left\{S_k^A = p_k^A e_{1k}^A - p_k^B e_{1k}^B + 2\varepsilon_{1k}; S_k^B = p_k^B e_{1k}^B - p_k^A e_{1k}^A - 2\varepsilon_{1k}\right\}$$

bezüglich Aufgabe $k = X, Y$ mit $\varepsilon_{1k} \sim U\left(-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right)$ an die Agenten weiter. Da $S_k^i = -S_k^{-i}$ gilt, enthält die Beobachtung beider Signale nicht mehr Informationen als der Erhalt nur eines der beiden Signale. Folglich gilt $E^i\left[p_k^i \middle| S_k, e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right] = E^i\left[p_k^i \middle| S_k^i, e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right]$.[23] Aus Vereinfachungsgründen wird angenommen, dass die Erwartungsrevision der Agenten nach Erhalt des Feedbacks einem linearen Schätzer der Form

$$E^i\left[p_k^i \middle| S_k^i, e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right] = \mu_k + \beta_k^i \cdot \left(\overline{S}_k^i - E^i\left[S_k^i \middle| e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right]\right)$$

folgt, wobei $\overline{S}_k^i$ das beobachtete Feedbacksignal darstellt und $\beta_k^i = \frac{Cov\left(p_k^i, S_k^i\right)}{Var\left(S_k^i\right)}$ gilt.[24] Bei der Entscheidung über die Arbeitszeitallokation der ersten Periode müssen die Agenten Erwartungen über die vom Kontrahenten in der zweiten Periode gewählten Arbeitseinsätze bilden, die von den revidierten Erwartungen über die Produktivitäten, $E^{-i}\left[p_k^{-i} \middle| S_k^{-i}, e_{1k}^{-i}, \widehat{e}_{1k}^i\right]$, in den beiden Aufgaben $k = X, Y$ abhängen. Zu Beginn der ersten Periode erwartet Agent i, dass der Revisionsprozess des Gegenspielers nach Erhalt des Feedbacks

$$E^i\left[E^{-i}\left[p_k^{-i} \middle| S_k^{-i}, e_{1k}^{-i}, \widehat{e}_{1k}^i\right]\right] = \mu_k + E^i\left[\beta_k^{-i}\right] \cdot \left(E^i\left[S_k^{-i} \middle| e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right] - E^i\left[E^{-i}\left[S_k^{-i} \middle| e_{1k}^{-i}, \widehat{e}_{1k}^i\right]\right]\right)$$

[22] In einem ähnlichen Modellrahmen ohne Zeitbeschränkung zeigt Ederer (2010), dass sowohl die Arbeitseinsätze als auch die erwarteten Ergebnisse der ersten Periode höher sind, wenn die heterogenen Agenten wissen, dass sie Feedback erhalten werden. Aoyagi (2010) zeigt ähnliche Resultate für homogene Agenten.

[23] Im Folgenden gibt der hochgestellte Index am Erwartungswertoperator an, wer Erwartungen bildet, d.h. $E^A[\cdot]$ beschreibt die Erwartungen des Agenten A.

[24] Siehe Feldman/Fox (1991, S. 246).

lautet. Im Gleichgewicht gilt $E^i\left[E^{-i}\left[p_k^{-i}\left|S_k^{-i}, e_{1k}^{-i}, \widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right] = \mu_k$. Folglich erwartet der Agent, dass sein Kontrahent die gesamte Arbeitszeit in der zweiten Periode ausschöpft. Des Weiteren erwartet er, dass der Gegenspieler, wenn $-\frac{T}{\zeta} < \Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$ gilt, beide Aufgaben bearbeitet und sich andernfalls in der Bearbeitung einer Aufgabe spezialisiert. Erwartet der Agent, dass sich sein Kontrahent in der zweiten Periode in einer Aufgabe spezialisiert, sieht er keine Möglichkeit, auf diese vom Kontrahenten gewählte Arbeitszeitallokation durch eine marginale Änderung seiner Arbeitszeitallokation der ersten Periode Einfluss nehmen zu können. Folglich tritt kein *signal-jamming* Effekt auf. Gilt jedoch $-\frac{T}{\zeta} < \Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$, sodass der Agent erwartet, dass sein Kontrahent in der zweiten Periode beide Aufgaben bearbeitet, berücksichtigt er in der ersten Periode strategische Überlegungen bei seiner Arbeitszeitwahl.

Lemma 3.1 *Im Gleichgewicht tritt dann und nur dann ein signal-jamming Effekt auf, wenn es für die Agenten, wenn kein Feedback angekündigt wurde, optimal ist, beide Aufgaben zu bearbeiten, d.h. wenn $-\frac{T}{\zeta} < \Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$ gilt. Die signal-jamming Komponenten (3.1) und (3.2) lauten dann*

$$\begin{aligned}\Gamma_X^i &= -\frac{\zeta}{2}\cdot\mu_X\cdot(\mu_X-\mu_Y)\cdot\widehat{\beta}_X^{-i} \text{ und}\\ \Gamma_Y^i &= \frac{\zeta}{2}\cdot\mu_Y\cdot(\mu_X-\mu_Y)\cdot\widehat{\beta}_Y^{-i}\end{aligned}$$

mit $\widehat{\beta}_k^{-i} = \frac{\widehat{e}_{1k}^{-i}}{\left(\widehat{e}_{1k}^{i}\right)^2+\left(\widehat{e}_{1k}^{-i}\right)^2+\frac{h^2}{\mu_k^2}}$.

Beweis. Siehe Anhang B.4. ■

Da die Optimierungskalküle der Agenten symmetrisch sind, gilt im Gleichgewicht $e_{1k}^{i,\star} = e_{1k}^{-i,\star} = e_{1k}^{\star}$. Die Auswertung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen liefert das folgende Resultat.

Proposition 3.3 *Für die Agenten ist es optimal, die gesamte Arbeitszeit in der ersten Periode zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einzusetzen.*

Beweis. Siehe Anhang B.5. ■

Sind die a priori erwarteten Produktivitäten in beiden Aufgaben gleich hoch, werden die *signal-jamming* Komponenten Γ_X^i und Γ_Y^i null. Die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen entsprechen dann denjenigen unter Informationssystem I_1.

Korollar 3.2 *Erwarten die Agenten, in beiden Aufgaben gleich produktiv zu sein ($\mu_X = \mu_Y$), haben sie keinen Anreiz, die Arbeitszeitallokation in Richtung einer Aufgabe zu verschieben, sodass kein signal-jamming Effekt auftritt ($\Gamma_X^i = \Gamma_Y^i = 0$). Die optimalen Arbeitseinsätze der ersten Periode lauten dann $e_{1X}^{\star} = e_{1Y}^{\star} = \frac{T}{2}$ und unterscheiden sich nicht von denjenigen, die der Agent wählt, wenn kein Feedback angekündigt wurde (siehe Proposition 2.2).*

Unterscheiden sich die a priori erwarteten Produktivitäten, beeinflussen strategische Überlegungen die optimale Allokation der knappen Arbeitszeit. Wie die Arbeitszeit auf die Aufgaben aufgeteilt wird, kann analysiert werden, indem der Arbeitseinsatz durch $e_{1X}^{i,\star} = \frac{T}{2} + \psi\cdot\frac{\zeta\cdot(\mu_X-\mu_Y)}{2}$ in der Optimalitätsbedingung (3.3) substituiert wird. Der optimale Wert für ψ gibt an, ob die Agenten im Vergleich zur Situation ohne Feedbackmechanismus ihre Arbeitszeitallokation stärker ($\psi > 1$) oder schwächer ($0 < \psi < 1$) an erwartete Produktivitätsdifferenzen anpassen.

Proposition 3.4 *Gilt $\mu_X \neq \mu_Y$ und $-\frac{T}{\zeta} < \Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$, bewirkt der signal-jamming Effekt des Feedbacks eine Abschwächung des Interessenkonflikts in der ersten Periode, indem es die Agenten motiviert, mehr Arbeitszeit derjenigen Aufgabe zu widmen, in der eine höhere Produktivität erwartet wird ($\psi > 1$).*

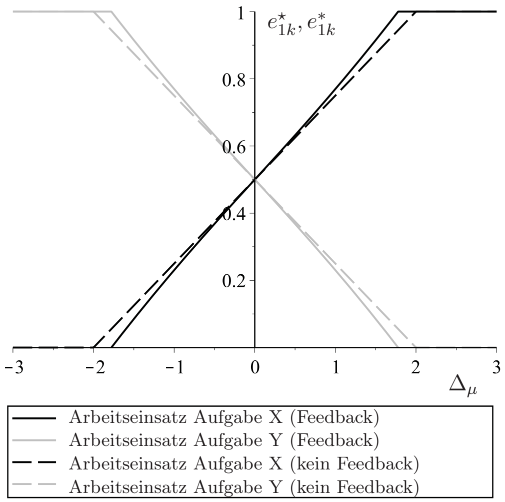
Beweis. Siehe Anhang B.6. ■

Proposition 3.4 besagt, dass die Agenten ihre Arbeitszeitallokation in Richtung der produktiveren Aufgabe verschieben, wenn sich die a priori erwarteten Produktivitäten unterscheiden. Folglich bewirkt die Ankündigung des Feedbacks, dass die Agenten in der ersten Periode eine Allokation ihrer Arbeitszeit wählen, die näher an der vom Prinzipal bevorzugten liegt. Dieses Resultat steht im Einklang mit Ergebnissen experimenteller Studien. Hannan et al. (2013) und Kuhnen/Tymula (2012) zeigen, dass Agenten mehr Arbeitszeit der produktiveren Aufgabe widmen, wenn sie Feedback erwarten, als wenn kein Feedbackmechanismus eingeführt wird. Der *signal-jamming* Effekt bewirkt auch, dass schon bei niedrigeren erwarteten Produktivitätsdifferenzen nur noch die produktivere Aufgabe bearbeitet wird. Somit verringert sich durch das Ankündigen von Feedback der zwischen dem Prinzipal und den Agenten bestehende Interessenkonflikt.

Korollar 3.3 *Bearbeiten die Agenten beide Aufgaben, wenn kein Feedback angekündigt wird, führt die Einführung eines Feedbackmechanismus zu einem höheren erwarteten Ergebnis in der ersten Periode.*

Zur Veranschaulichung dieser Ergebnisse ist in Abbildung 3.5 die in der ersten Periode bei Einführung eines Feedbackmechanismus optimale Arbeitszeitallokation der Agenten vergleichend zur Arbeitszeitallokation unter Informationssystem I_1 dargestellt.

Zusammenfassend gilt, dass die Einführung eines Feedbackmechanismus keine Auswirkungen auf die optimale Allokation der Arbeitszeit und somit auch nicht auf das erwartete Ergebnis der ersten Periode hat, wenn aus der ex ante Sicht kein Interessenkonflikt besteht. Existiert jedoch ein solcher Interessenkonflikt, führt die Implementierung eines Feedbackmechanismus, der den Zwischenstand im Turnier offenlegt, zu einem *signal-jamming* Effekt. Für die Agenten ist es dann optimal, in der ersten Periode mehr Arbeitszeit derjenigen Aufgabe zu widmen, in der sie erwarten produktiver zu sein. Hierdurch versuchen die Agenten dem Kontrahenten eine höhere Produktivität in dieser Aufgabe zu signalisieren. Im Gleichgewicht sind beide Agenten jedoch nicht in der Lage, ihren Gegenspieler zu täuschen. Beide Agenten wählen die gleiche Arbeitszeitallokation in der ersten Periode. Der Prinzipal profitiert hingegen vom Ankündigen der Feedbackpolitik, da die Änderung der Arbeitszeitallokation der Agenten eine Abschwächung des Interessenkonflikts und somit eine Erhöhung des erwarteten Ergebnisses der ersten Periode bewirkt.



$T = 1, R = 16, h = 4, \mu_X + \mu_Y = 3$

Abbildung 3.5: Veranschaulichung der Auswirkung des *signal-jamming* Effekts auf die Arbeitszeitallokation der ersten Periode.

Kapitel 4

Strategische Feedbackpolitik im relativen Leistungsturnier

4.1 Vorbemerkungen

Um Agenten Feedback geben zu können, benötigt das Unternehmen ein Informationssystem, das zu einem gegebenen Zeitpunkt Informationen über die Agenten liefert. Das Informationssystem generiert jedoch auch Informationen, deren Veröffentlichung zu Reaktionen der Agenten führt, die nachteilig für das Unternehmen sind. Somit besteht für den Prinzipal ein Anreiz, diese nachteiligen Informationen vor den Agenten zu verbergen und lediglich diejenigen offenzulegen, die zu einer Erhöhung des Unternehmensergebnisses beitragen. Ist den Agenten jedoch bekannt, dass ein Informationssystem zu einem bestimmten Zeitpunkt Feedbackinformationen generiert, können sie aus dem Ausbleiben von Feedback schlussfolgern, dass der Prinzipal die Informationen aus strategischen Gründen zurückhält. Folglich können die Agenten Rückschlüsse auf den Inhalt dieser zurückgehaltenen Informationen ziehen und dementsprechend ihre Erwartungen revidieren. Da diese Anpassung der Erwartungen dazu führt, dass die Agenten geringere Arbeitseinsätze wählen als bei teilweiser Veröffentlichung der nachteiligen Informationen, ist es für den Prinzipal im Gleichgewicht optimal, die vom Informationssystem bereitgestellten Informationen vollständig offenzulegen.[1]

Generiert das Informationssystem jedoch nicht mit Sicherheit verlässliche Informationen, kann der Agent aus zweierlei Gründen kein Feedback erhalten. Zum einen beobachtet der Agent einen Nichtausweis, wenn der Prinzipal die beobachteten nachteiligen Informationen aus strategischen Gründen zurückhält. Zum anderen erfolgt auch dann ein Nichtausweis, wenn das Informationssystem keine verlässlichen Informationen generieren und dem Prinzipal übermitteln kann. Somit können die Agenten aus dem Ausbleiben von Feedback keine sicheren Rückschlüsse auf den Inhalt der strategisch zurückgehaltenen Informationen ziehen. Dem Prinzipal ist es hierdurch mög-

[1] Vgl. Milgrom (1981), Grossman (1981) und Grossman/Hart (1980).

lich, beobachtete nachteilige Informationen teilweise nicht offenzulegen, ohne dass die Agenten geringere Arbeitseinsätze wählen als bei einer Veröffentlichung der Informationen.

In diesem Kapitel[2] wird untersucht, welche Informationen der Prinzipal zurückhält und welchen Wert diese strategische Offenlegung hat, wenn das Informationssystem nicht mit Sicherheit einen Zwischenbericht am Ende der ersten Periode generiert. Des Weiteren wird der Wert bestimmt, den ein solches teilweise nicht informatives Informationssystem für den Prinzipal hat.

4.2 Modellbeschreibung

Um die Offenlegungsentscheidung des Prinzipals bei einem imperfekten Informationssystem zu analysieren, wird in diesem Kapitel der Modellrahmen aus dem vorhergehenden Kapitel modifiziert. Wie bereits in Kapitel 3 entscheidet sich der Prinzipal zu Beginn der ersten Periode öffentlich beobachtbar für ein Informationssystem. Neben dem aus Kapitel 2 bekannten System I_1, das am Ende des Turniers einen Bericht über die finalen Ergebnisse der beiden Agenten $(\widetilde{x}^A, \widetilde{x}^B, \widetilde{y}^A, \widetilde{y}^B)$ generiert, steht dem Prinzipal ein imperfektes Informationssystem I_3 zur Wahl. Dieses imperfekte System liefert neben den Berichten über die finalen Ergebnisse am Ende des Turniers zusätzlich am Ende der ersten Periode einen Zwischenbericht über die Produktivitäten der Agenten. Die Berichte über die finalen Ergebnisse werden unter beiden Informationssystemen, I_1 und I_3, mit Sicherheit generiert. Sie können somit wie schon in den vorhergehenden Kapiteln als Informationen des externen Rechnungswesens interpretiert werden. Der Zwischenbericht des Informationssystems I_3 stellt wiederum Informationen einer internen Unternehmensrechnung dar. Im Gegensatz zu dem in Kapitel 3 betrachteten Informationssystem I_2, das nun nicht mehr zur Verfügung steht, ist die interne Unternehmensrechnung des Systems I_3 in der Art imperfekt, dass nicht immer ein Zwischenbericht mit zuverlässigen Informationen generiert werden kann. Der Zwischenbericht des Informationssystems lautet $\sigma^i \in \{S^i, \varnothing\}$, $i = A, B$. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1-\phi)$ berichtet das System für jeden Agenten einen zweidimensionalen Bericht $S^i = \left(S^i_X, S^i_Y\right)$. Mit einer Wahrscheinlichkeit von ϕ berichtet es hingegen keine Informationen, $\varnothing$. Hierbei wird angenommen, dass die Berichte S^A und S^B sowie die Ziehungen aus $\{S^A, \varnothing\}$ und $\{S^B, \varnothing\}$ stochastisch unabhängig sind, d.h. $\Pr\left(\{\sigma^A\} \cap \{\sigma^B\}\right) = \Pr\left(\{\sigma^A\}\right) \Pr\left(\{\sigma^B\}\right)$. In diesem Kapitel werden zwei unterschiedliche Berichte über die Produktivitäten der Agenten untersucht: ein Bericht, der die tatsächlichen Produktivitäten der Agenten offenlegt, d.h. $S^i = \left(p^i_X, p^i_Y\right)$, und ein Bericht, der das aus Abschnitt 3.4.1 bekannte verzerrte Produktivitätsmaß $S^i = \left(p^i_X + \theta^i_X, p^i_Y + \theta^i_Y\right)$ beinhaltet. Der Zwischenbericht σ^i stellt wie schon im vorhergehenden Kapitel die private Information des Prinzipals dar, die nun jedoch nicht zwangsläufig in Form von Feedback an die Agenten weitergegeben werden muss.

Unter dem Informationssystem I_3 kann sich der Prinzipal zu Beginn des Turniers nicht glaubhaft auf eine spezifische Offenlegungsstrategie festlegen. Vielmehr trifft er die Entscheidung über die Offenlegung der Informationen am Ende der ersten Periode strategisch, d.h. er wählt diejenige

[2] Dieses Kapitel basiert in Teilen auf Mauch/Schöndube (2014).

Offenlegungsstrategie, die seinen erwarteten Nutzen des am Ende der ersten Periode beginnenden Teilspiels maximiert.[3] Im Gegensatz zum vorhergehenden Kapitel, in dem die Berichte des Prinzipals an die Agenten den Zwischenberichten des Informationssystems an den Prinzipal per Annahme entsprechen mussten, können nun aufgrund der Möglichkeit des Prinzipals, Informationen strategisch offenzulegen, diese beiden Berichte voneinander abweichen. Entscheidet sich der Prinzipal jedoch für eine Offenlegung, muss diese wahrheitsgemäß erfolgen, um die Glaubwürdigkeit des Feedbackmechanismus nicht zu verletzen. Erhält der Prinzipal den Zwischenbericht $\sigma^i = \varnothing$, stehen ihm keine verlässlichen Informationen über die Agenten zur Verfügung, sodass er kein Feedback geben kann.[4] Die Agenten beobachten somit einen Nichtausweis (N). Erhält der Prinzipal den Zwischenbericht $\sigma^i = S^i$, entscheidet er strategisch, ob er die Informationen offenlegt oder zurückhält. Der Bericht r^i des Prinzipals an die Agenten enthält somit entweder den wahrheitsgemäßen Bericht S^i oder ist leer, sodass die Agenten einen Nichtausweis beobachten.[5] Die Offenlegungsstrategie des Prinzipals bezüglich Agent i ist somit eine Funktion $d^i\left(\sigma^i\right) : \left\{\mathbb{R}^2, \varnothing\right\} \to \left\{\mathbb{R}^2, N\right\}$, wobei die offengelegten Berichte S^i wahrheitsgemäß sein müssen (d.h. $d^i\left(\sigma^i\right) = \sigma^i$, wenn $d^i\left(\sigma^i\right) \neq N$) und die Nichtverfügbarkeit von Informationen stets einen Nichtausweis nach sich zieht (d.h. $d^i\left(\varnothing\right) = N$).

Beobachten die Agenten einen Nichtausweis, N, ist ihnen bewusst, dass dieser entweder auf strategische Überlegungen des Prinzipals oder auf nicht verfügbare Informationen ($\varnothing$) zurückgeführt werden kann. Die Agenten wissen, dass das Informationssystem dem Prinzipal mit einer Wahrscheinlichkeit von ϕ keine Informationen übermittelt. Des Weiteren bilden sie rationale Vermutungen über die Anreize des Prinzipals, beobachtete Informationen nicht offenzulegen. Ihre Einschätzung der Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen nicht ausweist, wird im Folgenden mit F_N bezeichnet. Die aus Sicht der Agenten bestehende Informationsstruktur ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

Die Ereignisabfolge ist wie folgt: Zu Beginn des Turniers entscheidet sich der Prinzipal öffentlich beobachtbar für Informationssystem I_1 oder I_3. Anschließend wählen die Agenten ihre Arbeitseinsätze der ersten Periode. Am Ende der ersten Periode erhält der Prinzipal, sofern er sich für das Informationssystem I_3 entschieden hat, einen Zwischenbericht σ^i vom Informationssystem. Enthält der Zwischenbericht Informationen über die Produktivitäten der Agenten, entscheidet der Prinzipal strategisch, ob er diese offenlegt. Enthält der Zwischenbericht hingegen keine Informationen, erfolgt ein Nichtausweis. Nachdem der Prinzipal den Agenten die Berichte r^i, $i = A, B$, übermittelt hat, wählen die Agenten ihre Arbeitseinsätze der zweiten Periode. Am Ende des Turniers werden dem Prinzipal unabhängig von seiner Wahl des Informationssystems die Berichte über die finalen Ergebnisse der beiden Agenten übermittelt, woraufhin er den Turniergewinner

---

[3] Die Modellierung der Offenlegungsstrategie des Prinzipals baut auf den Arbeiten von Dye (1985) und Jung/Kwon (1988) auf.

[4] Gründe für das Nichtvorhandensein von Informationen können neben der reinen Nichtverfügbarkeit der Informationen auch Kostengründe sein. Sind die Kosten der Informationsgewinnung höher als der Nutzen, der durch ihre Veröffentlichung erzielt werden kann, werden diese Informationen vom Controller nicht erhoben, auch wenn er hierzu in der Lage wäre (siehe Wagenhofer/Ewert (2015, S. 369)).

[5] Die unterstellten Verteilungsannahmen der Zuteilungsfehler führen dazu, dass die Arbeitszeitallokationen der Agenten unabhängig voneinander sind. Somit ist es irrelevant, ob angenommen wird, dass die Agenten beide Berichte, r^i und r^{-i}, oder nur Berichte über die eigene Produktivität, r^i, erhalten.

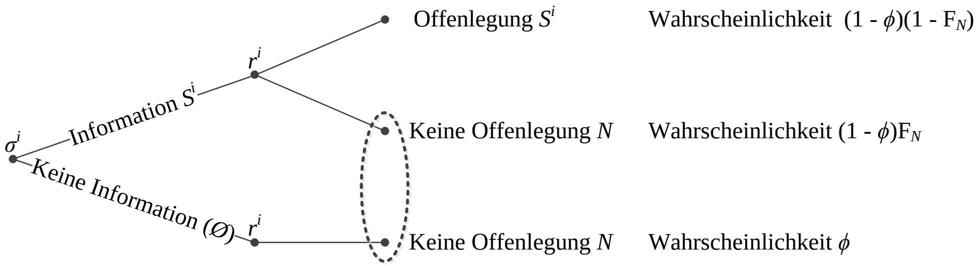


Abbildung 4.1: Informationsstruktur aus Sicht des Agenten bei einem imperfekten Informationssystem.[6]

kürt. Die Ereignisabfolge ist zusammenfassend in Abbildung 4.2 dargestellt.

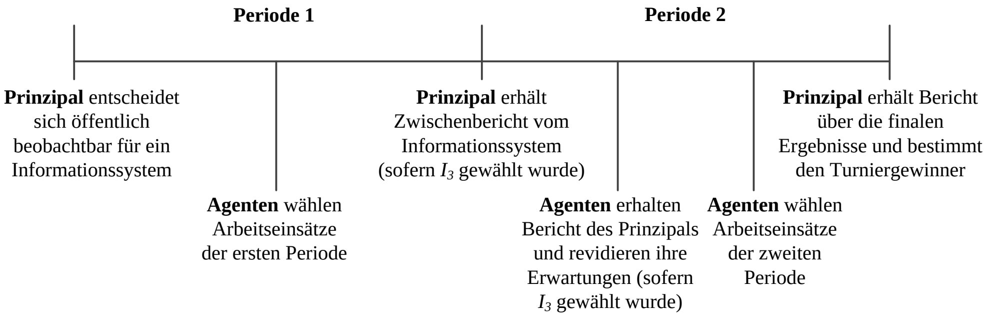


Abbildung 4.2: Ereignisabfolge bei einem imperfekten Feedbacksystem.

Im Folgenden sei $\widetilde{\Delta}_p^i = p_X^i - p_Y^i$ die Produktivitätsdifferenz des Agenten i. Wie bereits im Grundmodell in Abschnitt 2.2 definiert, gilt dabei für den a priori Erwartungswert $E\left[\widetilde{\Delta}_p^i\right] = \Delta_\mu$, $i = A, B$. Um die Analyse mehrerer Unterscheidungen zu vermeiden, wird außerdem in diesem Kapitel angenommen, dass die Agenten in jeder Periode die ihnen zur Verfügung stehende Arbeitszeit vollständig zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einsetzen müssen.

Da die Offenlegungsstrategie des Prinzipals und die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Arbeitseinsatzwahl des Agenten unabhängig von den Entscheidungen bezüglich des anderen Agenten sind, ist es ausreichend, lediglich einen repräsentativen Agenten zu betrachten. Um die Notation zu minimieren, wird im Folgenden der Index 'i' für den repräsentativen Agenten fallen gelassen. Da die hier betrachteten Zwischenberichte nicht durch den Arbeitseinsatz in der ersten

6 In Anlehnung an Wagenhofer/Ewert (2015, S. 370).

Periode beeinflusst werden können und somit die Arbeitseinsätze in der ersten Periode unter beiden Informationssystemen, I_1 und I_3, identisch sind, bewirkt der Zwischenbericht lediglich einen Informationseffekt. Der Fokus der weiteren Analysen liegt folglich auf dem gleichgewichtigen Arbeitseinsatz eines Agenten in der zweiten Periode. Hierbei wird, um die Notation zu vereinfachen, auf den Zeitindex '2' für die zweite Periode bei der Darstellung der Arbeitseinsätze verzichtet.

4.3 Grundlegende Trade-offs

Um die gleichgewichtige Offenlegungsstrategie des Prinzipals zu bestimmen, müssen zuerst diejenigen Informationen identifiziert werden, bei deren Beobachtung der Prinzipal einen Anreiz hat den strategischen Nichtausweis zu wählen. Ausschlaggebend ist, wie der Agent nach Erhalt des Berichts des Prinzipals seine Arbeitseinsätze in der zweiten Periode wählt.

Unter Informationssystem I_1 lauten die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze des Agenten in der zweiten Periode, wie in Proposition 2.2 in Abschnitt 2.3.2 gezeigt,

$$\begin{aligned} e_X^* &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta}{2} \cdot \Delta_\mu, T\right\}\right\} \text{ und} \\ e_Y^* &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta}{2} \cdot \Delta_\mu, T\right\}\right\}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Entscheidet sich der Prinzipal jedoch für das Informationssystem I_3, wählt der Agent in der zweiten Periode die folgende Arbeitszeitallokation.

Lemma 4.1 *Unter Informationssystem I_3 lauten die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze der zweiten Periode nach Erhalt des Berichts des Prinzipals, $r \in \{S, N\}$,*

$$\begin{aligned} e_X^S &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta}{2} \cdot \Delta_\mu(r), T\right\}\right\} \textit{ und} \\ e_Y^S &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta}{2} \cdot \Delta_\mu(r), T\right\}\right\} \end{aligned} \tag{4.2}$$

mit $\Delta_\mu(S) = E\left[\widetilde{\Delta}_p \middle| S\right]$ und $\Delta_\mu(N) = E\left[\widetilde{\Delta}_p \middle| N\right]$.

Beweis. Siehe Anhang C.1. ∎

Die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze unter den beiden Informationssystemen sind strukturell identisch. Während unter System I_1 der gleichgewichtige Arbeitseinsatz von der a priori erwarteten Produktivitätsdifferenz Δ_μ getrieben wird, spielt unter Informationssystem I_3 die a posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz $\Delta_\mu(r)$ die entscheidende Rolle. Legt der Prinzipal den beobachteten Produktivitätsbericht offen, beträgt die a posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz $\Delta_\mu(S) = E\left[\widetilde{\Delta}_p \middle| S\right]$. Veröffentlicht er jedoch keine Informationen, erwartet der Agent eine Produktivitätsdifferenz von $\Delta_\mu(N) = E\left[\widetilde{\Delta}_p \middle| N\right]$. Hierbei stellt $\Delta_\mu(N)$ den Erwartungswert der Produktivitätsdifferenz gegeben ein Nichtausweis und gegeben die rationalen Erwartungen des Agenten dar. Entscheidend dafür, welche Informationen der Prinzipal unter Informationssystem I_3 offenlegt, sind folglich die beiden a posteriori Erwartungswerte $\Delta_\mu(S)$ und $\Delta_\mu(N)$.

Im Folgenden soll angenommen werden, dass $0 < \Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$ gilt. Die Annahme $\Delta_\mu > 0$ sagt aus, dass die a priori erwartete Produktivität in Aufgabe X höher ist als in Aufgabe Y. Diese Annahme erfolgt ohne Beschränkung der Allgemeinheit.[7] Aus der Annahme $\Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$ folgt, dass der Agent unter dem Informationssystem I_1 beide Aufgaben bearbeitet. Hierdurch wird sichergestellt, dass der Agent unter Informationssystem I_3 für jede a posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz $\Delta_\mu(S) < \Delta_\mu$ eine gleichmäßigere Allokation der Arbeitszeit wählt. Der Spezialfall, bei dem sowohl unter Informationssystem I_1 als auch unter I_3 die Spezialisierungslösung gewählt wird, wenn $\Delta_\mu(S) < \Delta_\mu$ gilt, muss somit nicht berücksichtigt werden.

Die Anreize des Prinzipals, Informationen strategisch zurückzuhalten, ergeben sich aus dem in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Interessenkonflikt zwischen ihm und dem Agenten. Da die Offenlegung der Produktivitätsinformationen dazu führen kann, dass der Agent mehr Arbeitszeit in der weniger produktiven Aufgabe einsetzt, kann der Interessenkonflikt durch das Feedback verschärft werden. Somit hat der Prinzipal einen Anreiz, nur diejenigen Informationen offenzulegen, die den Agenten motivieren, eine Arbeitszeitallokation zu wählen, die näher an der vom Prinzipal präferierten Spezialisierungslösung liegt.

Die Offenlegung eines beobachteten Berichts ist für den Prinzipal nachteilig, wenn der Agent als Reaktion auf das Feedback eine gleichmäßigere Allokation der Arbeitszeit wählt, jedoch immer noch in der gemäß den a priori Erwartungen produktiveren Aufgabe mehr Arbeitseinsatz erbringt. Dies ist immer dann der Fall, wenn die a posteriori Erwartung über die Produktivitätsdifferenz geringer ist als die a priori Erwartung hierüber, jedoch noch das gleiche Vorzeichen aufweist, d.h. wenn $0 < \Delta_\mu(S) < \Delta_\mu$ gilt. Für diesen Fall wählt der Agent zwar unter beiden Informationssystemen mehr Arbeitseinsatz in der produktiveren Aufgabe X, d.h. es gilt $e_X^* > e_Y^*$ gemäß (4.1) und $e_X^S > e_Y^S$ gemäß (4.2), jedoch ist die der Aufgabe X gewidmete Arbeitszeit unter Informationssystem I_3 geringer als unter I_1, d.h. $e_X^* > e_X^S$ (und gleichermaßen $e_Y^* < e_Y^S$). Nach der Offenlegung des Feedbackberichts widmet der Agent somit der weniger produktiven Aufgabe mehr Arbeitszeit, als wenn kein Feedback gegeben wird, sodass ein geringeres erwartetes Ergebnis resultiert. In allen anderen Zuständen hat die Offenlegung des Berichts einen (schwach) positiven Wert für den Prinzipal. Gilt $\Delta_\mu(S) \geq \Delta_\mu > 0$, bestätigt der Feedbackbericht, dass die Produktivität in Aufgabe X höher ist als in Aufgabe Y. Zusätzlich offenbart er, dass die Produktivitätsdifferenz zwischen den Aufgaben höher ist als a priori erwartet, sodass der Agent nach Erhalt des Feedbacks eine Arbeitszeitallokation wählt, die näher an der Spezialisierungslösung liegt. Gilt im Gegensatz hierzu $\Delta_\mu > 0 \geq \Delta_\mu(S)$, legt das Feedback offen, dass der Agent in derje-

7 Die nachfolgenden Ergebnisse lassen sich ebenso für $\Delta_\mu < 0$ bestimmen. Für $\Delta_\mu = 0$ legt der Prinzipal jegliche Informationen offen, da der Agent für jedes $\Delta_\mu(S) \neq \Delta_\mu$ eine Arbeitszeitallokation wählt, die näher an der Spezialisierungslösung liegt.

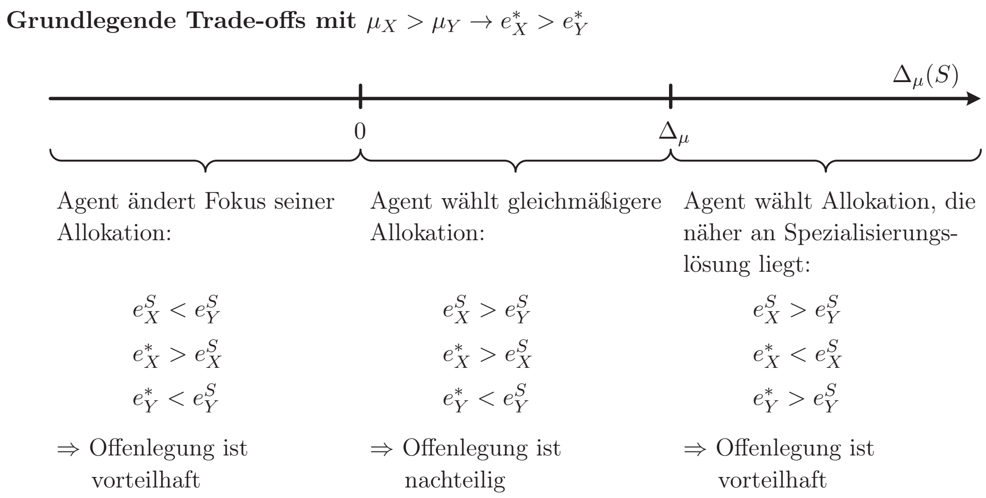


Abbildung 4.3: Grundlegende Trade-offs bei der strategischen Offenlegungsentscheidung des Prinzipals.

nigen Aufgabe produktiver ist, die gemäß den a priori Erwartungen noch als weniger produktive Aufgabe eingestuft wurde. Somit ist die Veröffentlichung des Zwischenberichts für den Prinzipal von Vorteil, da hierdurch verhindert wird, dass sich der Agent auf die gemäß den neuen Informationen weniger produktive Aufgabe fokussiert. Abbildung 4.3 fasst die grundlegenden Trade-offs zusammen.

4.4 Benchmark: *Unraveling* bei einer perfekten internen Unternehmensrechnung

Bevor die gleichgewichtige Offenlegungsstrategie des Prinzipals unter dem imperfekten Informationssystem I_3 bestimmt wird, analysiert dieser Abschnitt zunächst den Benchmark einer perfekten internen Unternehmensrechnung, die dem Prinzipal Signal S mit Sicherheit berichtet, d.h. $\phi = 0$.

Zu Beginn wird hierfür beschrieben, wie in dem betrachteten Modellrahmen dieses Kapitels ein Gleichgewicht gekennzeichnet ist. In einem Gleichgewicht gilt folgendes:

1. Der Agent wählt seinen Arbeitseinsatz nach Erhalt des Berichts des Prinzipals basierend auf $\Delta_\mu(S)$ bzw. $\Delta_\mu(N)$ wie in (4.2) spezifiziert.

2. Der Agent formt rationale Vermutungen über die Entscheidung des Prinzipals, beobachtete Informationen nicht offenzulegen.
3. Der Prinzipal maximiert das auf den Zwischenbericht des Informationssystems, σ, bedingte erwartete Ergebnis unter Antizipation von 1. und 2.

Gilt $\phi = 0$, ist jeder Nichtausweis durch den Prinzipal strategisch. Da dies dem Agenten bewusst ist, kann er aus der Beobachtung eines Nichtausweises folgern, dass die zurückgehaltenen Informationen bei deren Veröffentlichung zu einer für den Prinzipal nachteiligen Anpassung der Arbeitszeitallokation geführt hätten.[8] Diese in der Beobachtung eines Nichtausweises enthaltene implizite Information berücksichtigt der Agent bei der Revision seiner Erwartungen. Ähnlich wie in Milgrom (1981) kann gezeigt werden, dass der Prinzipal im Gleichgewicht den Zwischenbericht vollständig offenlegt. Dieses Resultat ist in der Literatur als *unraveling* bekannt.[9]

Ob die Offenlegung von Informationen zu für den Prinzipal nachteiligen Reaktionen bei dem Agenten führt, hängt, wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt wurde, vom Verhältnis der a priori erwarteten Produktivitätsdifferenz Δ_μ zur a posteriori erwarteten Produktivitätsdifferenz $\Delta_\mu(S)$ ab. Dem Agenten ist bekannt, dass der Prinzipal einen Anreiz hat, Signale nicht offenzulegen, für die $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \Delta_\mu$ gilt. Vermutet der Agent, dass der Prinzipal diejenigen Signale zurückhält, für die $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}$ mit $\widehat{\Delta} \leq \Delta_\mu$ gilt, wählt er bei Beobachtung eines Nichtausweises seine Arbeitseinsätze in der zweiten Periode basierend auf

$$\Delta_\mu(N) = E\left[\widetilde{\Delta}_p \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right].$$

Da $\Delta_\mu(S)$ der bedingte Erwartungswert von $\widetilde{\Delta}_p$ gegeben der Beobachtung von S ist, gilt

$$E\left[\widetilde{\Delta}_p \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] = E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]. \tag{4.3}$$

In einem Gleichgewicht hält der Prinzipal Informationen in der Art zurück, dass $\widehat{\Delta} = \Delta_\mu(N)$ gilt, d.h. der Agent würde bei einer Offenlegung der zurückgehaltenen Informationen eine geringere (oder gleich hohe) Produktivitätsdifferenz erwarten als bei Beobachtung eines Nichtausweises. Für jedes $\widehat{\Delta} > 0$ gilt jedoch $\widehat{\Delta} > \Delta_\mu(N)$. Im Gleichgewicht ist somit $\widehat{\Delta} = 0$ die einzige Lösung für $\widehat{\Delta} = \Delta_\mu(N)$. Folglich wählt der Prinzipal bei der perfekten internen Unternehmensrechnung die vollständige Offenlegung der beobachteten Informationen.

8 Gürtler/Harbring (2010) belegen in einem Experiment, dass Agenten solche rationalen Erwartungen bilden.

9 Vgl. Milgrom (1981), Grossman/Hart (1980) und Grossman (1981).

4.5 Gleichgewichtige Offenlegung bei einer imperfekten internen Unternehmensrechnung

4.5.1 Allgemeine Bestimmungsgleichung für das Nichtausweisintervall

Das im vorhergehenden Abschnitt gezeigte *unraveling*-Resultat verliert seine Gültigkeit, sobald der Agent nicht mehr mit Sicherheit weiß, ob der Prinzipal über die Feedbackinformationen verfügt. Ist dies der Fall, kann der Agent von der Beobachtung eines Nichtausweises nicht eindeutig auf ein strategisches Zurückhalten von Informationen schließen. Dem Agenten ist bewusst, dass ein Nichtausweis auch dann erfolgt, wenn dem Prinzipal selbst keine Informationen vorliegen. Vermutet der Agent, dass der Prinzipal diejenigen beobachteten Informationen zurückhält, die bei Offenlegung zu $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}$ führen würden, erwartet er bei Beobachtung eines Nichtausweises eine Produktivitätsdifferenz von

$$\Delta_\mu(N) = \frac{\phi\Delta_\mu + (1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)E\left[\Delta_\mu(S)\middle|0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]}{\phi + (1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)} \tag{4.4}$$

mit

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right) = \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right\}\right).$$

Hierbei berücksichtigt der Agent, dass der Nichtausweis zweierlei Gründe haben kann. Dem Agenten ist bekannt, dass der Prinzipal mit Wahrscheinlichkeit ϕ keinen Bericht S vom Informationssystem erhält. Mit Wahrscheinlichkeit $(1-\phi)$ beobachtet der Prinzipal jedoch einen Zwischenbericht, der mit einer Wahrscheinlichkeit von $F_N\left(\widehat{\Delta}\right)$ bei einer Offenlegung zu $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}$ führt. Der Agent vermutet folglich, dass der Prinzipal mit Wahrscheinlichkeit $(1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)$ das Signal zwar beobachtet, es aber nicht offenlegt. Die Wahrscheinlichkeit eines Nichtausweises beträgt somit aus Sicht des Agenten $\phi + (1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)$. Beobachtet der Agent einen Nichtausweis, erwartet er, dass mit Wahrscheinlichkeit $\frac{\phi}{\phi+(1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)}$ der Grund hierfür darin liegt, dass der Prinzipal selbst keine Informationen besitzt. Der Agent kann dann aus der Beobachtung des Nichtausweises keine Informationen ableiten und erwartet weiterhin, dass seine Produktivitätsdifferenz Δ_μ beträgt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{(1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)}{\phi+(1-\phi)F_N\left(\widehat{\Delta}\right)}$ erwartet der Agent jedoch, dass der Nichtausweis daher rührt, dass der Prinzipal beobachtete Informationen strategisch zurückhält. In diesem Fall kann der Agent aus der Beobachtung des Nichtausweises Informationen über seine Produktivitätsdifferenz ableiten. Da der Agent weiß, dass der Prinzipal nur diejenigen Informationen zurückhält, die bei Offenlegung zu einer a posteriori erwarteten Produktivitätsdifferenz führen, die im Intervall $\left[0, \widehat{\Delta}\right]$ liegt, beträgt die vom Agenten erwartete Produktivitätsdifferenz $E\left[\Delta_\mu(S)\middle|0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]$. Der auf die Beobachtung des Nichtausweises bedingte Erwartungswert über die Produktivitätsdifferenz $\widetilde{\Delta}_p$ bestimmt sich folglich wie in (4.4) dargestellt.

Im Gleichgewicht wählt der Prinzipal die obere Grenze des Nichtausweisintervalls $\widehat{\Delta}$ bezüglich der a posteriori erwarteten Produktivitätsdifferenz derart, dass sie der vom Agenten erwarteten Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung eines Nichtausweises entspricht, d.h. $\widehat{\Delta} = \Delta_\mu(N)$.

Proposition 4.1 *Im Gleichgewicht hält der Prinzipal diejenigen Produktivitätsberichte S zurück, für die* $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}$ *gilt, wobei* $\widehat{\Delta}$ *wie folgt definiert ist:*

$$\widehat{\Delta} = \frac{\phi\Delta_\mu + (1-\phi) F_N\left(\widehat{\Delta}\right) E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]}{\phi + (1-\phi) F_N\left(\widehat{\Delta}\right)}. \tag{4.5}$$

Komparative Statik: Es gilt $\frac{d\widehat{\Delta}}{d\phi} > 0$, $\lim_{\phi\to 0}\widehat{\Delta} = 0$ *und* $\lim_{\phi\to 1}\widehat{\Delta} = \Delta_\mu$.

Beweis. Siehe Anhang C.2. ■

Gemäß Proposition 4.1 gilt, dass das Nichtausweisintervall des Prinzipals umso größer ist, je höher die Wahrscheinlichkeit ist, dass die interne Unternehmensrechnung keine Produktivitätsinformationen generiert.[10] Ist die interne Unternehmensrechnung mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit nicht informativ, d.h. $\phi \to 1$, kann der Prinzipal, wenn er dennoch einen Zwischenbericht erhält, diesen in optimaler Weise zurückhalten, d.h. er hält jegliche Informationen zurück, die zu $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \Delta_\mu$ führen. Ist die interne Unternehmensrechnung jedoch mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit informativ, resultiert, wie in Abschnitt 4.4 gezeigt wurde, im Gleichgewicht die vollständige Offenlegung, d.h. $\lim_{\phi\to 0}\widehat{\Delta} = 0$.

In den nächsten beiden Abschnitten wird die gleichgewichtige Offenlegungsstrategie für zwei unterschiedliche Produktivitätsberichte bestimmt. Zunächst wird ein Informationssystem untersucht, das dem Prinzipal die tatsächlichen Produktivitäten des Agenten berichtet, d.h. $S = (S_X, S_Y) = (p_X, p_Y)$. Anschließend wird ein Informationssystem betrachtet, das verzerrte Maße der tatsächlichen Produktivitäten $S = (S_X, S_Y) = (p_X + \theta_X, p_Y + \theta_Y)$ generiert. Durch den Vergleich der Ergebnisse dieser beiden Analysen kann der Einfluss der Präzision der vom Informationssystem generierten Informationen auf die Offenlegungsstrategie des Prinzipals aufgezeigt werden.

4.5.2 Gleichgewichtige Offenlegungsstrategie bei einem perfekten Produktivitätsbericht

Generiert das Informationssystem einen Produktivitätsbericht, der die tatsächlichen Produktivitäten des Agenten in den beiden Aufgaben offenlegt, d.h. $S = (S_X, S_Y) = (p_X, p_Y)$, gilt $\Delta_\mu(S) = S_X - S_Y = p_X - p_Y$. Aus Proposition 4.1 ist bekannt, dass der Prinzipal im Gleichgewicht diejenigen Berichte S zurückhält, für die $S_X - S_Y \in \left[0, \widehat{\Delta}\right]$ gilt. Um die Bestimmungsgleichung in (4.5)

[10] Dieses Resultat ist ähnlich wie in Dye (1985) und Jung/Kwon (1988), bei denen der Markt der Adressat der Veröffentlichung ist.

nach der optimalen oberen Grenze des Nichtausweisintervalls lösen zu können, muss zunächst die vom Agenten erwartete Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal den beobachteten Bericht zurückhält, $F_N\left(\widehat{\Delta}\right)$, bestimmt werden. Des Weiteren muss die vom Agenten erwartete Produktivitätsdifferenz bei Beobachtung eines Nichtausweises und Vermutung eines strategischen Zurückhaltens von Informationen durch den Prinzipal, $E\left[\Delta_\mu(S)\middle|0\leq\Delta_\mu(S)\leq\widehat{\Delta}\right]$, ermittelt werden.

Lemma 4.2 *Für $S=(p_X,p_Y)$ gilt*

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right)=\frac{\widehat{\Delta}}{2\mu_X}$$

und

$$E\left[\Delta_\mu(S)\middle|0\leq\Delta_\mu(S)\leq\widehat{\Delta}\right]=\frac{\widehat{\Delta}}{2}.$$

Beweis. Siehe Anhang C.3. ■

Mit den Ergebnissen aus Lemma 4.2 lautet die Bestimmungsgleichung für $\widehat{\Delta}$

$$\widehat{\Delta}=\frac{\phi\cdot\Delta_\mu+(1-\phi)\cdot\frac{\left(\widehat{\Delta}\right)^2}{4\mu_X}}{\phi+(1-\phi)\cdot\frac{\widehat{\Delta}}{2\mu_X}}.$$

Löst man diese Gleichung für $\Delta_\mu>0$, erhält man als eindeutige Lösung für $\phi\in[0,1)$

$$\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}=-\frac{2}{1-\phi}\cdot\left[\phi\mu_X-\sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu}\right].$$

Für $\phi=1$ folgt aus der Bestimmungsgleichung (4.5) als obere Grenze des Nichtausweisintervalls Δ_μ.

Proposition 4.2 *Im Gleichgewicht hält der Prinzipal für $\phi\in[0,1)$ diejenigen Informationen S zurück, für die $S_X-S_Y\in\left[0,-\frac{2}{1-\phi}\cdot\left[\phi\mu_X-\sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu}\right]\right]$ gilt. Für $\phi=1$ weist der Prinzipal diejenigen Berichte S nicht aus, für die $S_X-S_Y\in[0,\Delta_\mu]$ gilt.*

4.5.3 Gleichgewichtige Offenlegungsstrategie bei einem verzerrten Produktivitätsbericht

In diesem Abschnitt wird angenommen, dass der Bericht S ein (wie bereits in Abschnitt 3.4.1 betrachtetes) verzerrtes Maß der Produktivitäten des Agenten enthält, d.h. $S=(S_X,S_Y)=(p_X+\theta_X,$ $p_Y+\theta_Y)$ mit $\theta_k\sim U(-\mu_k,\mu_k)$. Zu Beginn wird wiederum die aus Sicht des Agenten bestehende Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal den beobachteten Bericht S nicht offenlegt, $F_N\left(\widehat{\Delta}\right)$, und die dann erwartete Produktivitätsdifferenz, $E\left[\Delta_\mu(S)\middle|0\leq\Delta_\mu(S)\leq\widehat{\Delta}\right]$, bestimmt.

Lemma 4.3 *Für* $(S_X, S_Y) = (p_X + \theta_X, p_Y + \theta_Y)$ *und* $\delta = S_X - S_Y$ *gilt*

$$E\left[\Delta_\mu(S)\middle|0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] = \frac{\Delta_\mu}{2} + \frac{1}{2}E\left[\delta\middle|-\Delta_\mu \leq \delta \leq 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right]$$

und

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right) = \Pr\left(\left\{-\Delta_\mu \leq \delta \leq 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right\}\right).$$

Im Gleichgewicht hält der Prinzipal diejenigen Signaldifferenzen δ *zurück, für die* $\delta \in [-\Delta_\mu, 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu]$ *gilt.*

Beweis. Siehe Anhang C.4. ■

Im Vergleich zu den perfekten Signalen aus dem vorhergehenden Abschnitt entspricht bei verzerrten Produktivitätssignalen die a posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz bei Offenlegung der Informationen, $\Delta_\mu(S)$, nicht mehr der Signaldifferenz $\delta = S_X - S_Y$. Im Beweis zu Lemma 4.3 wurde gezeigt, dass bei verzerrten Produktivitätsberichten $\Delta_\mu(S) = E[p_X|S_X] - E[p_Y|S_Y] = \frac{1}{2}(\Delta_\mu + \delta)$ gilt, sodass das Nichtausweisintervall der Signaldifferenzen $\delta \in \left[-\Delta_\mu, 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right]$ entspricht. Ein verzerrtes Produktivitätssignal führt somit zu einem erweiterten Nichtausweisintervall bezüglich der Signaldifferenzen. Dies ist intuitiv, da bei perfekter Information $\Delta_\mu(S) = S_X - S_Y$ und bei verzerrter Information $\Delta_\mu(S) = \frac{S_X - S_Y + \Delta_\mu}{2}$ gilt. Folglich passt der Agent seine Erwartung über die Produktivitätsdifferenz bei einem verzerrten Produktivitätssignal weniger stark an die veröffentlichten Informationen an. Mit den in Lemma 4.3 hergeleiteten Ergebnissen kann die Bestimmungsgleichung für die obere Grenze des Nichtausweisintervalls bezüglich $\Delta_\mu(S)$ aufgestellt werden. Gemäß Proposition 4.1 lautet diese

$$\widehat{\Delta} = \frac{\phi\Delta_\mu + (1-\phi)\Pr\left(\left\{-\Delta_\mu \leq \delta \leq 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right\}\right)\left[\frac{\Delta_\mu}{2} + \frac{1}{2}E\left[\delta\middle|-\Delta_\mu \leq \delta \leq 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right]\right]}{\phi + (1-\phi)\Pr\left(\left\{-\Delta_\mu \leq \delta \leq 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right\}\right)}.$$

Im Folgenden sei $f_\delta(\cdot)$ die Dichtefunktion der Signaldifferenz δ und $F_\delta(\cdot)$ die entsprechende Verteilungsfunktion. Die Gleichgewichtsbedingung für $\widehat{\Delta}$ lautet somit

$$\widehat{\Delta} = \frac{\phi\Delta_\mu + (1-\phi)\frac{1}{2}\left[\left\{F_\delta\left(2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right) - F_\delta(-\Delta_\mu)\right\}\Delta_\mu + \int_{-\Delta_\mu}^{2\widehat{\Delta}-\Delta_\mu}\delta \cdot f_\delta(\delta)\,d\delta\right]}{\phi + (1-\phi)\left[F_\delta\left(2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right) - F_\delta(-\Delta_\mu)\right]}. \tag{4.6}$$

Die konkrete Form der Dichtefunktion der Signaldifferenz, $f_\delta(\cdot)$, hängt von der spezifischen Beziehung zwischen den a priori erwarteten Produktivitäten μ_X und μ_Y ab. Weichen die erwarteten Produktivitäten in den beiden Aufgaben nicht stark voneinander ab, d.h. gilt $\mu_Y < \mu_X \leq 2\mu_Y$, kann das folgende Resultat hergeleitet werden.

Proposition 4.3 *Gilt* $\mu_Y < \mu_X \leq 2\mu_Y$*, ist die obere Grenze des Nichtausweisintervalls bezüglich* $\Delta_\mu(S)$ *bei einem perfekten Produktivitätsbericht (schwach) höher als bei verzerrter Information,* *d.h.* $\widehat{\Delta}_{perfekt} \geq \widehat{\Delta}_{verzerrt}$.

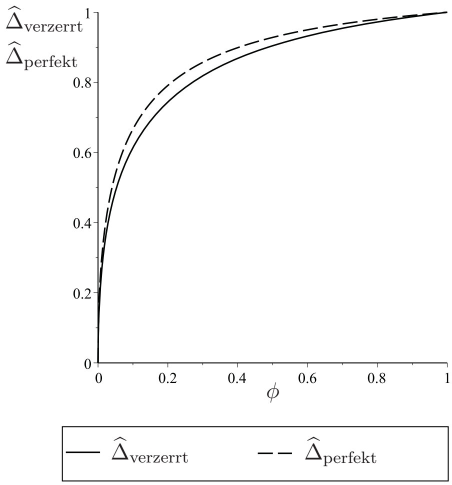
Beweis. Siehe Anhang C.5. ∎

Gemäß Proposition 4.3 werden im Gleichgewicht Informationen derart zurückgehalten, dass nach Beobachtung eines Nichtausweises die a posteriori Erwartung des Agenten über die Produktivitätsdifferenz bei verzerrten Berichten geringer ist als bei perfekten Produktivitätsberichten. Gleichzeitig bedeutet dies, dass bei verzerrten Berichten durch die Offenlegung von Informationen a posteriori Erwartungen über die Produktivitätsdifferenz zugelassen werden, die bei perfekten Produktivitätssignalen im Nichtausweisintervall enthalten sind. Der Grund hierfür ist, dass der Agent bei verzerrten Informationen die Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen zurückhält, für eine gegebene obere Grenze des Nichtausweisintervalls, ϖ, höher einschätzt als bei einem perfekten Produktivitätsbericht, d.h. $\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{verzerrt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) \geq \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right)$.[11] Folglich legt der Agent bei der Revision seiner Erwartungen über die Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung eines Nichtausweises mehr Gewicht auf die bei einem strategischen Nichtausweis erwartete Produktivitätsdifferenz, $E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]$. Da $E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] < \Delta_\mu$ gilt, fällt bei verzerrten Berichten nach Beobachtung eines Nichtausweises die a posteriori erwartete Produktivitätsdifferenz, $\Delta_\mu(N)$, geringer aus. Für den Prinzipal ist es somit bei verzerrten Produktivitätsberichten im Gleichgewicht optimal, die obere Grenze des Nichtausweisintervalls bezüglich $\Delta_\mu(S)$ zu verringern, damit der Agent nach Beobachtung eines Nichtausweises bei seiner Revision der Erwartungen mehr Gewicht auf die höhere a priori erwartete Produktivitätsdifferenz legt. In Abbildung 4.4 sind die optimalen oberen Grenzen des Nichtausweisintervalls bezüglich $\Delta_\mu(S)$ bei perfekter ($\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$) und bei verzerrter ($\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$) Information für $\mu_Y < \mu_X \leq 2\mu_Y$ dargestellt.

Weichen die a priori erwarteten Produktivitäten in den beiden Aufgaben stärker voneinander ab, d.h. gilt $2\mu_Y < \mu_X$, besteht nicht für jede Kombination von μ_X und μ_Y eine eindeutige Beziehung zwischen den optimalen oberen Intervallgrenzen des Nichtausweisbereichs bei perfekten und verzerrten Berichten. Beispielsweise kann für $(\mu_X, \mu_Y) = (20, 7)$ keine eindeutige Beziehung zwischen $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$ und $\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$ gefunden werden. Während für niedrige Werte von ϕ $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}} < \widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$ gilt, hält für höhere Werte die entgegengesetzte Beziehung, $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}} \geq \widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$.[12] Für höhere Unterschiede zwischen den a priori erwarteten Produktivitäten, wie beispielsweise für $(\mu_X, \mu_Y) = (20, 5)$, gilt für alle Werte von ϕ $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}} \leq \widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$. Beide Beispiele sind in Abbildung 4.5 dargestellt. Entscheidend dafür, ob bei perfekter oder bei verzerrter Produktivitätsinformation die obere Grenze des Nichtausweisintervalls bezüglich $\Delta_\mu(S)$ höher ist, hängt von der spezifischen Beziehung ab, die zwischen den a priori erwarteten Produktivitäten besteht. Ist der Unterschied hoch, schätzt der Agent die Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen zurückhält, bei verzerrten Produktivitätsberichten geringer ein als bei einem perfekten Produktivitätsbericht. Folglich legt er bei der Revision seiner Erwartungen nach Beobachtung eines Nichtausweises weniger Gewicht auf $E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]$ als bei einem perfekten Produktivitätsbericht. Des Weiteren ist für einen verzerrten Produktivitätsbericht der revidierte

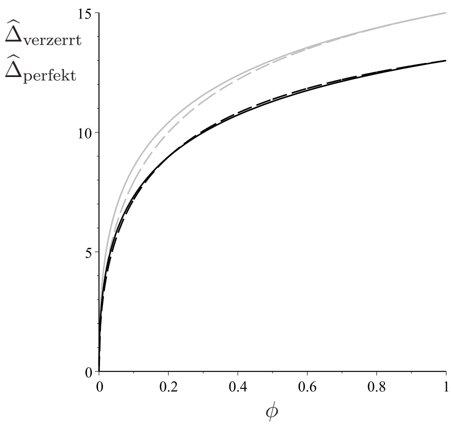
[11] Der Beweis hierzu wird im Beweis zu Proposition 4.3 in Anhang C.5 dargestellt.

[12] Die Herleitung der Berechnung von $\widehat{\Delta}$ für $2\mu_Y < \mu_X$ wird in Anhang C.6 dargestellt.



$\mu_X = 3, \mu_Y = 2$

Abbildung 4.4: Vergleich der oberen Grenzen des Nichtausweisintervalls $\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$ und $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$ für nahe beieinander liegende a priori erwartete Produktivitäten.



durchgezogene Linie: $\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$; gestrichelte Linie: $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$

schwarz: $\mu_X = 20, \mu_Y = 7$; grau: $\mu_X = 20, \mu_Y = 5$

Abbildung 4.5: Vergleich der oberen Grenzen des Nichtausweisintervalls $\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$ und $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$ für stark abweichende a priori erwartete Produktivitäten.

Erwartungswert $E\left[\Delta_\mu(S)\,\middle|\,0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \varpi\right]$ für eine gegebene obere Grenze des Nichtausweisintervalls, ϖ, stets höher als bei einem perfekten Produktivitätsbericht. Dieser Unterschied ist umso größer, je höher die a priori erwartete Produktivitätsdifferenz ist. Beide Effekte führen dazu, dass der Prinzipal bei verzerrten Produktivitätsberichten und hohen a priori erwarteten Produktivitätsdifferenzen eine höhere obere Grenze des Nichtausweisintervalls bezüglich $\Delta_\mu(S)$, $\widehat{\Delta}$, wählen kann als bei einem perfekten Produktivitätsbericht.

4.6 Wert einer imperfekten internen Unternehmensrechnung

In diesem Abschnitt wird der Wert analysiert, den die interne Unternehmensrechnung im Informationssystem I_3 für den Prinzipal hat. Hierzu wird der erwartete gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals bei Wahl des umfassenden Informationssystems I_3 mit dem erwarteten Überschuss bei Wahl des reduzierten Informationssystems I_1 verglichen. Da sich die Arbeitseinsätze der ersten Periode unter den beiden Informationssystemen entsprechen und der Turnierpreis, R, unabhängig von der Wahl des Informationssystems bezahlt wird, entspricht der Wert der imperfekten internen Unternehmensrechnung für einen repräsentativen Agenten der Differenz der unter den beiden Informationssystemen erwarteten Ergebnisse der zweiten Periode, d.h. $\Diamond V_2 = V_2(I_3) - V_2(I_1)$ mit $V_2(\cdot) = E\left[p_X e_X^{(\cdot)} + p_Y e_Y^{(\cdot)}\right]$. Somit ist es ausreichend, im Folgenden den Fokus auf die erwarteten Ergebnisse der zweiten Periode zu legen. Um die Analyse zu vereinfachen, beschränkt sich dieser Abschnitt auf den Fall der perfekten Produktivitätsinformation, $S_X = p_X$ und $S_Y = p_Y$.

Ohne die interne Unternehmensrechnung, d.h. unter Informationssystem I_1, lauten die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze des Agenten in der zweiten Periode gemäß (4.1)

$$e_X^* = \frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_\mu}{2} \text{ und } e_Y^* = \frac{T}{2} - \frac{\zeta\Delta_\mu}{2},$$

sodass der gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals

$$V_2(I_1) = (\mu_X + \mu_Y)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_\mu^2}{2}$$

beträgt. Entscheidet sich der Prinzipal jedoch für das Informationssystem I_3, können die in Tabelle 4.1 dargestellten vier Ereignisse unterschieden werden, wobei die Differenz der Produktivitätssignale $\delta = S_X - S_Y$ beträgt.[13]

[13] Die Herleitung der Eintrittswahrscheinlichkeiten ist in Anhang C.7 a) dargestellt.

Ereignis		**Eintrittswahrscheinlichkeit**
I	Offenlegung, da $\delta < 0$	$\rho_I = (1-\phi)\cdot\frac{\mu_Y}{2\mu_X}$
II	Offenlegung, da $\delta > \widehat{\Delta}$	$\rho_{II} = (1-\phi)\cdot\left(1-\frac{\widehat{\Delta}+\mu_Y}{2\mu_X}\right)$
III	Keine Offenlegung, da $0 \leq \delta \leq \widehat{\Delta}$	$\rho_{III} = (1-\phi)\cdot\frac{\widehat{\Delta}}{2\mu_X}$
IV	Keine Offenlegung, da keine Information verfügbar	$\rho_{IV} = \phi$

Tabelle 4.1: Mögliche Ereignisse bezüglich der Offenlegungsstrategie des Prinzipals.

Ereignis I beschreibt die Situation, in der der Prinzipal den von ihm beobachteten Zwischenbericht des Informationssystems an den Agenten weitergibt, da die enthaltene Information offenlegt, dass der Agent in der bisher vernachlässigten Aufgabe am produktivsten ist. Gemäß (4.2) wählt der Agent in Abhängigkeit von der übermittelten Produktivitätsdifferenz δ die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze

$$e_X^S = \begin{cases} \frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta}{2} & \text{für} \quad -\frac{T}{\zeta} \leq \delta \leq 0 \\ 0 & \text{für} \quad \delta < -\frac{T}{\zeta} \end{cases} \text{ und } e_Y^S = \begin{cases} \frac{T}{2}-\frac{\zeta\delta}{2} & \text{für} \quad -\frac{T}{\zeta} \leq \delta \leq 0 \\ T & \text{für} \quad \delta < -\frac{T}{\zeta} \end{cases}.$$

Der erwartete Überschuss des Prinzipals im Fall von Ereignis I beträgt somit

$$V_2(I_3|I) = E\left[(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}\middle|-\frac{T}{\zeta} \leq \delta \leq 0\right] + E\left[S_Y T\middle|\delta < -\frac{T}{\zeta}\right].$$

Ereignis II beschreibt die Situation, in der der Prinzipal den Zwischenbericht offenlegt, da er eine höhere Produktivitätsdifferenz offenbart als a priori erwartet. Die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze des Agenten lauten dann

$$e_X^S = \begin{cases} \frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta}{2} & \text{für} \quad \widehat{\Delta} \leq \delta \leq \frac{T}{\zeta} \\ T & \text{für} \quad \frac{T}{\zeta} < \delta \end{cases} \text{ und } e_Y^S = \begin{cases} \frac{T}{2}-\frac{\zeta\delta}{2} & \text{für} \quad \widehat{\Delta} \leq \delta \leq \frac{T}{\zeta} \\ 0 & \text{für} \quad \frac{T}{\zeta} < \delta \end{cases}.$$

Der gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals im Fall von Ereignis II beträgt

$$V_2(I_3|II) = E\left[(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}\middle|\widehat{\Delta} \leq \delta \leq \frac{T}{\zeta}\right] + E\left[S_X T\middle|\frac{T}{\zeta} < \delta\right].$$

Ereignis III beschreibt die Situation, in der keine Offenlegung des Zwischenberichts stattfindet, da dieser eine geringere Produktivitätsdifferenz ausweist als a priori erwartet. Die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze des Agenten lauten

$$e_X^S = \frac{T}{2}+\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2} \text{ und } e_Y^S = \frac{T}{2}-\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}. \tag{4.7}$$

Der gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals im Fall von Ereignis III beträgt

$$V_2\left(I_3|III\right) = E\left[\left(S_X + S_Y\right)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta \middle| 0 < \delta < \widehat{\Delta}\right].$$

Ereignis IV beschreibt ebenfalls eine Situation, in der keine Offenlegung erfolgt. Der Grund für den Nichtausweis liegt jedoch in der Tatsache, dass der Prinzipal über keine Informationen verfügt. Die gleichgewichtigen Arbeitseinsätze des Agenten entsprechen denjenigen in (4.7). Der gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals im Fall von Ereignis IV beträgt

$$V_2\left(I_3|IV\right) = E\left(p_X e_X^S + p_Y e_Y^S\right) = \left(\mu_X + \mu_Y\right)\frac{T}{2} + \Delta_\mu \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}.$$

Entscheidet sich der Prinzipal für das Informationssystem I_3, erwartet er in der zweiten Periode einen Überschuss von[14]

$$V_2\left(I_3\right) = \rho_I V_2\left(I_3\,|I\right) + \rho_{II} V_2\left(I_3\,|II\right) + \rho_{III} V_2\left(I_3\,|III\right) + \rho_{IV} V_2\left(I_3\,|IV\right).$$

Um den Wert der internen Unternehmensrechnung zu bestimmen, wird der Überschuss unter dem Informationssystem I_3 mit dem unter I_1 verglichen, $\Diamond V_2 = V_2\left(I_3\right) - V_2\left(I_1\right)$. Damit die Einführung des Informationssystems I_3 vorteilhaft ist, muss folgende notwendige Bedingung erfüllt sein.

Proposition 4.4 *Die notwendige Bedingung für die Vorteilhaftigkeit der Einführung einer imperfekten internen Unternehmensrechnung lautet* $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$. *Gilt* $\Diamond V_2|_{\phi=0} \leq 0$, *ist die Einführung der internen Unternehmensrechnung unabhängig vom Grad der Unsicherheit über die Fähigkeit des Informationssystems, Informationen zu generieren,* ϕ, *nachteilig.*

Beweis. Siehe Anhang C.8. ■

Gemäß Proposition 4.4 ist die notwendige Bedingung für eine aus der ex ante Sicht vorteilhafte interne Unternehmensrechnung, dass sie einen positiven Wert besitzt, wenn sie mit Sicherheit Berichte über die Produktivitäten des Agenten generiert, d.h. $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$. Da eine solche perfekte interne Unternehmensrechnung, wie in Abschnitt 4.4 erläutert wurde, mit einer vollständigen Offenlegung verbunden ist, bedeutet die notwendige Bedingung aus Proposition 4.4 auch, dass die vollständige Offenlegung der Informationen der internen Unternehmensrechnung im Durchschnitt mit einer vom Prinzipal gewünschten Verschiebung der Arbeitszeitallokation verbunden sein muss.

Proposition 4.5 *Die hinreichende Bedingung für eine für alle* $\phi \in [0,1]$ *vorteilhafte Einführung des umfassenden Informationssystems* I_3 *lautet* $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$ *und* $\frac{d\Diamond V_2}{d\phi} \leq 0$. *Gilt* $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$ *und für einige Werte von* ϕ $\frac{d\Diamond V_2}{d\phi} > 0$, *ist das umfassende Informationssystem* I_3 *nur für* $\phi \in [0,\phi']$ *vorteilhaft, wobei* $\phi' \in [0,1]$ $\Diamond V_2|_{\phi=\phi'} = 0$ *löst.*

14 Die Herleitung der expliziten Überschüsse in den einzelnen Ereignissen sowie die Bestimmung des expliziten Werts der internen Unternehmensrechnung werden in Anhang C.7 b) dargestellt.

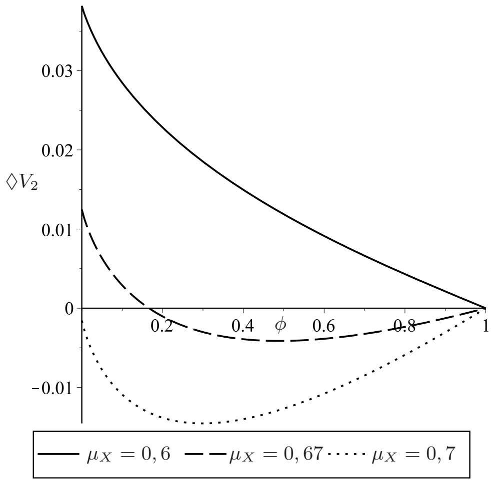


Abbildung 4.6: Wert der imperfekten internen Unternehmensrechnung.

Beweis. Im Beweis zu Proposition 4.4 wurde gezeigt, dass $\frac{d^2 \Diamond V_2}{d\phi^2} \geq 0$ und $\Diamond V_2|_{\phi=1} = 0$ gilt. Wird nun angenommen, dass $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$ gilt, können zwei Fälle unterschieden werden: 1) $\frac{d\Diamond V_2}{d\phi} \leq 0$ für alle $\phi \in [0,1]$ und 2) $\frac{d\Diamond V_2}{d\phi} > 0$ für einige ϕ. Im ersten Fall existiert kein $\phi \in [0,1)$, für das $\Diamond V_2 = 0$ gilt ($\Diamond V_2 = 0$ hält nur für $\phi = 1$). Folglich ist der Wert der internen Unternehmensrechnung immer positiv. Im zweiten Fall gilt $\Diamond V_2 = 0$ (neben $\Diamond V_2|_{\phi=1} = 0$) nur für $\phi = \phi'$. Der Wert der internen Unternehmensrechnung ist dann für alle $\phi \in [0, \phi')$ positiv, während er für alle $\phi \in (\phi', 1)$ negativ ist. In den zwei Punkten, $\phi = \phi'$ und $\phi = 1$, entspricht der mit der Einführung einer internen Unternehmensrechnung verbundene erwartete Überschuss demjenigen, wenn kein solches System implementiert wird. ■

Abbildung 4.6 veranschaulicht die Ergebnisse der Propositionen 4.4 und 4.5 für drei verschiedene Parameterkonstellationen. Ist die interne Unternehmensrechnung für den Prinzipal nicht vorteilhaft, wenn sie mit Sicherheit Informationen am Ende der ersten Periode generiert, d.h. gilt $\Diamond V_2|_{\phi=0} \leq 0$, bleibt die Einführung einer solchen internen Unternehmensrechnung für jedes Ausmaß an Unsicherheit über die Fähigkeit des Systems, Informationen zu generieren, nachteilig. Dies wird durch die gepunktete Linie in Abbildung 4.6 veranschaulicht. Lediglich wenn die interne Unternehmensrechnung mit Sicherheit nicht informativ ist ($\phi = 1$), erzielt die Einführung eines solchen Systems den gleichen erwarteten Überschuss wie unter Informationssystem I_1. Dieses Resultat gilt jedoch nur dann, wenn die Einführung der internen Unternehmensrechnung kostenlos möglich ist.

Besitzt die interne Unternehmensrechnung einen Wert, wenn es sicher ist, dass sie einen Zwischenbericht an den Prinzipal übermittelt, d.h. gilt $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$, muss die Unternehmensrechnung nicht vorteilhaft bleiben, wenn Unsicherheit darüber aufkommt, ob Informationen generiert werden.

Proposition 4.6 *Ist die Einführung des umfassenden Informationssystems mit einer internen Unternehmensrechnung für ein Intervall von ϕ für den Prinzipal vorteilhaft, d.h. $\phi \in [0,1]$ wenn $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$ und $\frac{d\Diamond V_2}{d\phi} \leq 0$ bzw. $\phi \in [0,\phi']$ wenn $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$ und für einige ϕ $\frac{d\Diamond V_2}{d\phi} > 0$, sinkt der Wert der internen Unternehmensrechnung in diesem Intervall in ϕ.*

Beweis. Aus den Propositionen 4.4 und 4.5 ist bekannt, dass $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$ gilt, wenn das Informationssystem einen Wert besitzt. Des Weiteren ist aus dem Beweis zu Proposition 4.4 bekannt, dass $\Diamond V_2$ eine streng konvexe Funktion in ϕ (außer für $\phi = 1$) ist und dass $\Diamond V_2|_{\phi=1} = 0$ gilt. Folglich gilt, dass, wenn das Informationssystem einen positiven Wert besitzt, dieser Wert in ϕ sinkt. ■

Kommt Unsicherheit darüber auf, ob die interne Unternehmensrechnung Informationen generieren kann, sinkt, wie Proposition 4.6 zeigt, der Wert der internen Unternehmensrechnung für den Prinzipal. Ist die Einführung eines solchen Systems nicht kostenlos möglich, sinken folglich ebenfalls die maximal erlaubten Kosten in ϕ. In Abbildung 4.6 stellt die durchgezogene Linie den ersten in Proposition 4.6 beschriebenen Fall dar, bei dem die Einführung der internen Unternehmensrechnung unabhängig von der Wahrscheinlichkeit eines nicht informativen Systems strikt vorteilhaft ist. Lediglich wenn das System mit Sicherheit nicht informativ ist ($\phi = 1$), erzielt dessen Einführung den gleichen erwarteten Überschuss, wie wenn kein solches System implementiert wurde. Die gestrichelte Linie in Abbildung 4.6 stellt hingegen einen Fall dar, bei dem die interne Unternehmensrechnung nur für geringe Niveaus an Unsicherheit vorteilhaft ist. In diesem spezifischen Beispiel sinkt der erwartete Überschuss des Prinzipals bis die Wahrscheinlichkeit, dass die interne Unternehmensrechnung nicht informativ ist, 16,63% beträgt. Der Überschussverlust bei höheren Wahrscheinlichkeiten für ein nicht informatives System nimmt zuerst zu und für höhere Werte der Unsicherheit wieder ab. Ist das System mit Sicherheit nicht informativ ($\phi = 1$), entspricht der erwartete Überschuss wiederum demjenigen, der ohne Einführung einer internen Unternehmensrechnung erwartet wird.

Der Wertverlust, der durch die Unsicherheit über die Fähigkeit des Systems, Informationen zu generieren, entsteht, wird hierbei jedoch durch die strategische Offenlegungsentscheidung des Prinzipals abgeschwächt. Er kann jedoch nicht vollständig ausgeglichen werden. Um den Wert der strategischen Offenlegungsentscheidung des Prinzipals zu bestimmen, wird der Überschuss unter Informationssystem I_3 bei strategischer Offenlegung mit demjenigen bei vollständiger Offenlegung verglichen. Entscheidet sich der Prinzipal für eine vollständige Offenlegung, ändert sich die Arbeitszeitwahl des Agenten in Ereignis III. Nach Erhalt des Feedbacks wählt der Agent die Arbeitseinsätze $e_X^S = \frac{T}{2} + \frac{\zeta\delta}{2}$ und $e_Y^S = \frac{T}{2} - \frac{\zeta\delta}{2}$. Der erwartete Überschuss des Prinzipals beträgt dann $V_2\left(I_3'|III\right) = E\left[\left(S_X + S_Y\right)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\delta^2}{2}\middle|0 \leq \delta \leq \widehat{\Delta}\right]$. In allen anderen Ereignissen werden die gleichen erwarteten Überschüsse erzielt.

Proposition 4.7 *Die strategische Offenlegung durch den Prinzipal besitzt einen Wert von*

$$V_2\left(I_3\right) - V_2\left(I_3'\right) = (1-\phi)\,\widehat{\Delta}^3 \frac{\zeta}{24\mu_X} \geq 0$$

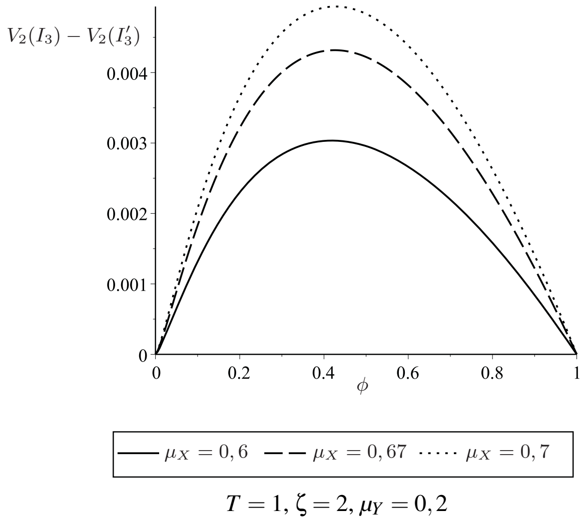


Abbildung 4.7: Wert der strategischen Offenlegung.

mit $\widehat{\Delta} = -\frac{2}{1-\phi} \cdot \left[\phi\mu_X - \sqrt{\phi^2\mu_X^2 + \phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu}\right]$. *Hierbei gilt* $\left(V_2(I_3) - V_2(I_3')\right)\big|_{\phi=0} = 0$ *und* $\left(V_2(I_3) - V_2(I_3')\right)\big|_{\phi=1} = 0$.

Beweis. Siehe Anhang C.9. ■

Ist die interne Unternehmensrechnung mit Sicherheit nicht informativ ($\phi = 1$), liegen dem Prinzipal im Feedbackzeitpunkt keine Informationen vor, die er offenlegen kann. Somit kann er in dieser Situation auch keine Informationen strategisch zurückhalten. Ist die interne Unternehmensrechnung hingegen mit Sicherheit informativ ($\phi = 0$), ist für den Prinzipal die vollständige Offenlegung optimal (*unraveling*), d.h. $\widehat{\Delta} = 0$, sodass auch hier keine Informationen strategisch zurückgehalten werden. Folglich besitzt die Möglichkeit zur strategischen Offenlegung in diesen beiden Situationen keinen Wert, d.h. $\left(V_2(I_3) - V_2(I_3')\right)\big|_{\phi=1} = 0$ und $\left(V_2(I_3) - V_2(I_3')\right)\big|_{\phi=0} = 0$. Für alle anderen Werte der Unsicherheit über die Fähigkeit der internen Unternehmensrechnung, Informationen zu generieren, $\phi \in (0,1)$, besitzt die Möglichkeit zur strategischen Offenlegung einen strikt positiven Wert. Für die Beispiele aus Abbildung 4.6 ist in Abbildung 4.7 der Wert der strategischen Offenlegungsentscheidung des Prinzipals in Abhängigkeit von ϕ dargestellt.

Wie gezeigt wurde, ist der Wert der internen Unternehmensrechnung nicht immer positiv. Dies ist der Fall, da, wenn ein solches System existiert, Informationen veröffentlicht werden müssen, die zu einer gleichmäßigeren Arbeitszeitallokation des Agenten führen und somit den Überschuss des Prinzipals verringern. Folglich ist die Einführung eines solchen Informationssystems selbst dann, wenn dies kostenlos möglich ist, für den Prinzipal nicht immer von Vorteil. Um die zugrunde liegende Intuition für dieses Ergebnis aufzuzeigen, wird im Folgenden die Überschussdifferenz für jedes Ereignis $l = I, II, III, IV$ separat betrachtet. Für die in Tabelle 4.1 definierten

Ereignisse lauten die Überschussdifferenzen $\Diamond V_2(l) = V_2(I_3|l) - V_2(I_1)$ wie folgt:

Ereignis I:

a) $\delta \leq -\frac{T}{\zeta}$:

$$\Diamond V_2(Ia) = E\left[-\delta\left(\frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_\mu}{2}\right)\middle|\delta \leq -\frac{T}{\zeta}\right]$$

b) $-\frac{T}{\zeta} \leq \delta \leq 0$:

$$\Diamond V_2(Ib) = \frac{\zeta}{2}E\left[\delta(\delta - \Delta_\mu)\middle|-\frac{T}{\zeta} \leq \delta \leq 0\right]$$

Ereignis II:

a) $\widehat{\Delta} \leq \delta \leq \frac{T}{\zeta}$:

$$\Diamond V_2(IIa) = \frac{\zeta}{2}E\left[\delta^2 - \delta\Delta_\mu\middle|\widehat{\Delta} \leq \delta \leq \frac{T}{\zeta}\right]$$

b) $\frac{T}{\zeta} \leq \delta$:

$$\Diamond V_2(IIb) = E\left[S_X T - \left((S_X + S_Y)\frac{T}{2} + \delta\frac{\zeta\Delta_\mu}{2}\right)\middle|\frac{T}{\zeta} \leq \delta\right]$$

Ereignis III:

$$\Diamond V_2(III) = \frac{\zeta}{2}E\left[\delta\left(\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right)\middle|0 \leq \delta \leq \widehat{\Delta}\right]$$

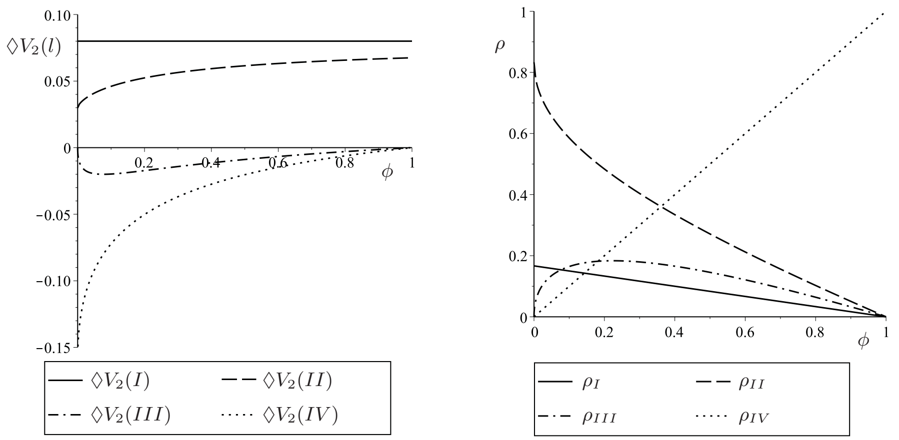
Ereignis IV:

$$\Diamond V_2(IV) = \frac{\zeta}{2}E\left[\delta\left(\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right)\right]$$

Der Wert der internen Unternehmensrechnung kann somit alternativ dargestellt werden mit

$$\Diamond V_2 = \rho_I \cdot (\Diamond V_2(Ia) + \Diamond V_2(Ib)) + \rho_{II} \cdot (\Diamond V_2(IIa) + \Diamond V_2(IIb)) + \rho_{III} \cdot \Diamond V_2(III) + \rho_{IV} \cdot \Diamond V_2(IV).$$

Die Überschussdifferenzen in den einzelnen Ereignissen und ihre Eintrittswahrscheinlichkeiten sind in Abbildung 4.8 in Abhängigkeit von ϕ dargestellt. In Ereignis I findet im Gleichgewicht eine Offenlegung der Signale $\delta = S_X - S_Y < 0$ statt. Die Überschussdifferenz $\Diamond V_2(I)$ ist strikt positiv, da die Offenlegung der Informationen den Agenten dazu anreizt, sich auf die gemäß den neuen Informationen produktivere Aufgabe zu fokussieren. Die Überschussdifferenz in Ereignis I ist hierbei unabhängig von ϕ. Die Eintrittswahrscheinlichkeit dieses Ereignisses sinkt jedoch mit der Wahrscheinlichkeit, dass die interne Unternehmensrechnung nicht informativ ist, ϕ. In Ereignis II werden die Signale $\delta > \widehat{\Delta}$ offengelegt. Die Überschussdifferenz kann sowohl positiv als auch negativ sein. Während die Offenlegung der Signale $\delta > \Delta_\mu$ zu mehr Spezialisierung und somit zu einem höheren Überschuss des Prinzipals führt, bewirkt die Veröffentlichung der Signale im Intervall $\left[\widehat{\Delta}, \Delta_\mu\right]$, dass der Agent eine gleichmäßigere Arbeitszeitallokation wählt, wodurch



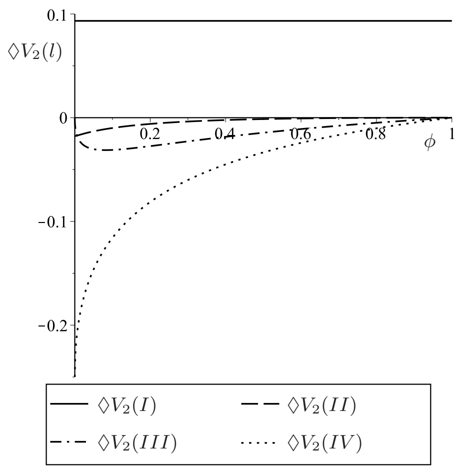
(a) Ereignisabhängige Überschussdifferenz in Abhängigkeit von ϕ

(b) Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse in Abhängigkeit von ϕ

$$T = 1, \zeta = 2, \mu_Y = 0{,}2, \mu_X = 0{,}6$$

Abbildung 4.8: Ereignisabhängige Überschussdifferenzen und Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

sich der Überschuss des Prinzipals verringert. Je näher die Arbeitszeitallokation unter Informationssystem I_1 an der Spezialisierungslösung liegt, umso nachteiliger ist der Effekt auf den erwarteten Überschuss des Prinzipals in Ereignis II. Abbildung 4.9 veranschaulicht dies für den Spezialfall, wenn sich der Agent in Abwesenheit einer internen Unternehmensrechnung in einer Aufgabe spezialisiert. Nach Einführung einer internen Unternehmensrechnung kann der Agent bei Veröffentlichung von Signalen $\delta \geq \Delta_\mu$ keine weitere Arbeitszeit in der produktiveren Aufgabe einsetzen, sondern lediglich, wie schon unter Informationssystem I_1, die gesamte zur Verfügung stehende Arbeitszeit der produktiveren Aufgabe widmen. Die Offenlegung dieser Signale hat somit keine Auswirkung auf den Überschuss des Prinzipals. Im Gegensatz hierzu verursacht die Veröffentlichung der Signale $\delta \in \left[\widehat{\Delta}, \Delta_\mu\right]$, dass der Agent eine gleichmäßigere Allokation der Arbeitszeit wählt und somit ein geringerer Überschuss des Prinzipals resultiert. In dem hier betrachteten Spezialfall bedeutet dies, dass die Einführung einer internen Unternehmensrechnung in Ereignis II den Überschuss des Prinzipals stets verringert. Unabhängig vom Vorzeichen des Effekts auf den Überschuss des Prinzipals in Ereignis II, steigt der Wert der internen Unternehmensrechnung, $\Diamond V_2\,(II)$, in ϕ. Dies ist der Fall, da je höher die Wahrscheinlichkeit ist, dass die interne Unternehmensrechnung keine verlässlichen Informationen generiert, desto mehr Signale werden vom Prinzipal zurückgehalten, d.h. $\widehat{\Delta}$ steigt. Steigt $\widehat{\Delta}$, werden nur noch sehr hohe Produktivitätsdifferenzen δ veröffentlicht. Dies führt zu einem hohen Überschuss des Prinzipals in Ereignis II aufgrund der höheren Spezialisierung des Agenten. Wie schon für Ereignis I, sinkt die



$T = 1$, $\zeta = 2$, $\mu_Y = 0,2$ und $\mu_X = 0,7$[15]

Abbildung 4.9: Ereignisabhängige Überschussdifferenzen im Spezialfall.

Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses II in ϕ. In Ereignis II tritt dies nicht nur aufgrund der Tatsache auf, dass eine nicht informative interne Unternehmensrechnung wahrscheinlicher wird, sondern zusätzlich da das steigende Nichtausweisintervall die Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses beeinflusst. In den Ereignissen III und IV findet keine Offenlegung statt: in Ereignis III ($0 \geq \delta \geq \widehat{\Delta}$) aufgrund von strategischen Überlegungen des Prinzipals und in Ereignis IV ($\sigma = \varnothing$) aufgrund einer nicht informativen internen Unternehmensrechnung. In beiden Ereignissen sind die Überschussdifferenzen negativ, da der Agent im Gleichgewicht eine Produktivitätsdifferenz $\widehat{\Delta} < \Delta_\mu$ erwartet. Zudem wird in beiden Ereignissen dieser negative Wert geringer, wenn die interne Unternehmensrechnung weniger informativ wird, da dann die Erwartung des Agenten über die Produktivitätsdifferenz nach Beobachtung eines Nichtausweises weniger stark vom a priori Erwartungswert Δ_μ abweicht. Im Grenzfall gilt gar $\lim_{\phi \to 1} \widehat{\Delta} = \Delta_\mu$.

Entscheidend für die Vorteilhaftigkeit der Einführung eines Informationssystems, das eine interne Unternehmensrechnung zur Generierung von Feedbackinformationen beinhaltet, ist folglich neben der a priori erwarteten Produktivitätsdifferenz die Wahrscheinlichkeit, mit der die interne Unternehmensrechnung verlässliche Informationen generiert. Hierbei ist es für den Prinzipal stets optimal, eine interne Unternehmensrechnung einzuführen, die mit Sicherheit Informationen liefert, auch wenn dies im Gleichgewicht zu einer vollständigen Offenlegung der generierten Informationen führt. Ist jedoch keine perfekte interne Unternehmensrechnung verfügbar, kann der Prinzipal durch eine strategische Offenlegung der generierten Informationen seinen Überschuss erhöhen.

---

15 In dieser Abbildung wird $\Delta_\mu = \frac{T}{\zeta}$ angenommen. Dies wurde in den Modellannahmen ausgeschlossen. Dieses Beispiel soll jedoch als Extremfall für die Betrachtung dienen, wenn Δ_μ lediglich infinitesimal geringer als $\frac{T}{\zeta}$ ist und sich der Agent ohne eine interne Unternehmensrechnung beinahe in einer Aufgabe spezialisiert.

Kapitel 5

Analyse von ergebnisabhängigen Entlohnungsverträgen bei knapper Arbeitszeit

5.1 Ergebnisabhängige Entlohnungsverträge als Anreizmechanismus

Anstatt Agenten über die Implementierung eines relativen Leistungsturniers zu einem hohen Arbeitseinsatz zu motivieren, kann die Anreizsetzung auch über einen ergebnisabhängigen Entlohnungsvertrag (einen sogenannten Anreizvertrag) erfolgen.[1] Die Agenten erhalten dann neben einer Fixzahlung eine von ihrer erbrachten Leistung abhängige Bonuszahlung. Diese Form der Anreizsetzung findet insbesondere in rückläufigen Wirtschaftszweigen Anwendung, in denen aufgrund der mangelnden Schaffung neuer Stellen eine Anreizsetzung über Beförderungen nicht möglich ist.[2] Relative Leistungsturniere weisen zudem Nachteile auf, die durch eine individuelle Anreizsetzung über ergebnisabhängige Entlohnungsverträge vermieden werden können. Werden relative Leistungsturniere implementiert, besteht beispielsweise die Gefahr von Kollusionen oder Sabotage unter den Turnierteilnehmern.[3] Durch den Wettkampfcharakter wird darüber hinaus verhindert, dass sich die Agenten gegenseitig unterstützen und zusammenarbeiten.[4] Um zu

1 Einen allgemeinen Überblick über diese Form der Anreizsetzung liefern u.a. Indjejikian (1999) und Gibbons (1998). Eine empirische Untersuchung findet sich in Murphy (1999).

2 Siehe Baker/Jensen/Murphy (1988).

3 Siehe u.a. Dye (1984, S. 148).

4 Siehe u.a. Gibbons/Waldman (1999, S. 2392) und Drago/Garvey (1998). Unterliegen außerdem die Ergebnisse der einzelnen Agenten keinem gemeinsamen Einfluss, kann durch die relative Leistungsmessung der Turniere kein Vorteil erzielt werden. Vielmehr wird den Agenten zusätzliches Risiko aufgebürdet, da die erwartete Entlohnung nicht nur von den idiosynkratischen Risiken des einzelnen Agenten sondern auch von denjenigen der anderen Agenten

verhindern, dass solches dysfunktionales Verhalten induziert wird, können zur Anreizsetzung anstatt eines relativen Leistungsturniers individuelle Anreizverträge implementiert werden.

Erfolgt die Anreizsetzung über einen Anreizvertrag und sind die Handlungen des Agenten beobachtbar (*first-best*-Lösung), beinhaltet der optimale Entlohnungsvertrag lediglich eine Fixzahlung, die der Agent erhält, wenn er die ihm vorgeschriebenen Handlungen ausführt. Um dem Agenten auch bei nicht beobachtbaren Handlungen Arbeitsanreize zu setzen (*second-best*-Lösung), muss die Entlohnung zusätzlich zum Fixum eine Zahlung enthalten, die von der Leistung des Agenten abhängt. In verschiedenen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass die Einführung solcher ergebnisabhängiger Entlohnungskomponenten eine motivationssteigernde Wirkung hat und zu einem Anstieg der Produktivität führt. Beispielsweise findet Lazear (2000), dass der Wechsel von einem Stundenlohn hin zu einem Stücklohn einen Produktivitätsanstieg von 35% bewirkt.[5]

Eine direkte Kopplung der Entlohnung an das vom Agenten erzielte Ergebnis ist nicht immer möglich. Gründe für die Nichtkontrahierbarkeit des Ergebnisses können sein, dass sich die unmittelbaren Konsequenzen aus den Handlungen des Agenten erst nach dem Entlohnungszeitraum realisieren oder dass die Größe zwar beobachtbar, die Durchsetzungskosten jedoch unverhältnismäßig hoch wären.[6] Letzteres gilt insbesondere für Größen, die lediglich subjektiv messbar sind oder denen kein einheitlicher Standard zur Bestimmung zugrunde liegt, wie beispielsweise dem Firmenwert von nicht börsennotierten Unternehmen. Diese Maße sind nicht von einer dritten Instanz, wie beispielsweise einem Gericht, verifizierbar und können somit nicht zur Vertragsgestaltung herangezogen werden. Während bei relativen Leistungsturnieren, wie in Abschnitt 2.1 erläutert, die Ermittlung des Turniergewinners auch auf Basis nicht verifizierbarer Größen erfolgen kann, ist bei der Anreizsetzung über einen ergebnisabhängigen Entlohnungsvertrag die Verifizierbarkeit und Durchsetzbarkeit des Vertrags zwingend notwendig. Sind die Größen, auf Basis derer die Entlohnungshöhe bestimmt wird, nicht verifizierbar, entfällt für den Agenten die Möglichkeit, am Ende der Vertragsbeziehung seine Entlohnung vor einem Gericht einzuklagen. Somit hat der Prinzipal keinen Anreiz, dem Agenten seine ihm zustehende Entlohnung zu bezahlen. Der Agent wiederum antizipiert dieses Verhalten des Prinzipals und leistet keinen Arbeitseinsatz. Die Vertragsbeziehung würde folglich aufgrund der Nichtverifizierbarkeit der Größen, auf Basis derer die Entlohnungshöhe bestimmt wird, zusammenbrechen.[7] Zur Anreizsetzung müssen daher verifizierbare Größen, sogenannte Performancemaße, herangezogen werden.

Bei der Ausgestaltung des Anreizvertrags müssen mehrere Aspekte beachtet werden. Aus Anreizgesichtspunkten wäre es optimal, dem Agenten das Unternehmen zu verpachten, da dann die Interessen des Agenten mit den Unternehmensinteressen übereinstimmen. Dies bedeutet jedoch, dass der Agent das gesamte Unternehmensrisiko tragen muss. Ist der Agent risikoavers, verlangt

abhängt (siehe u.a. Holmström (1982, S. 335) und Green/Stokey (1983, S. 351f)). Liegen zudem verlässliche Maße zur Erfolgsmessung vor, deren Generierung mit geringen Kosten verbunden ist, weist die Anreizsetzung über Turniere keine Vorteile auf (siehe u.a. Lazear/Rosen (1981, S. 842)).

5 Hierbei muss jedoch berücksichtigt werden, dass ungefähr ein Drittel dieses Anstiegs auf Selektionseffekte zurückzuführen ist, d.h. es wurden fähigere Arbeitnehmer eingestellt, während unfähigere das Unternehmen verlassen haben. Ähnliche Ergebnisse wie Lazear (2002) zeigen u.a. auch Paarsch/Shearer (2000) und Banker et al. (2001).

6 Siehe Christensen/Feltham (2005, S. 7) und Kräkel (2012, S. 93f).

7 Siehe Jost (2001, S. 13f).

er für jedes übernommene Risiko eine Kompensation in Form einer höheren Entlohnung. Aus Risikoteilungsaspekten wäre es somit optimal, dem risikoneutralen Prinzipal[8] das gesamte Risiko aufzubürden und dem risikoaversen Agenten lediglich eine Fixzahlung anzubieten. Sind die Handlungen des Agenten jedoch nicht beobachtbar, werden dem Agenten durch die Fixentlohnung keine Arbeitsanreize gesetzt. Somit entsteht bei der Ausgestaltung des Entlohnungsvertrags ein Trade-off zwischen der optimalen Anreizsetzung und der optimalen Risikoteilung. Gelingt es nicht, durch ein geeignetes Vertragsdesign auch bei nicht beobachtbaren Handlungen des Agenten die *first-best*-Arbeitseinsätze zu induzieren, verringert sich der Überschuss des Prinzipals. *Agency*-Kosten sind die Folge, die als Differenz zwischen dem in der *first-best*- und dem in der *second-best*-Lösung erwarteten Überschuss des Prinzipals definiert sind.[9]

Umfasst das Aufgabenspektrum des Agenten mehrere Aufgaben und ist das vom Agenten erzielte Ergebnis nicht kontrahierbar, ist bei der Ausgestaltung des Entlohnungsvertrags ein zusätzlicher Trade-off zu berücksichtigen. Neben den Aspekten der Anreizsetzung und Risikoteilung muss zusätzlich beachtet werden, welche Allokation des Arbeitseinsatzes auf die verschiedenen Aufgaben mit dem zur Verfügung stehenden Performancemaß induziert werden kann. Diese zusätzliche Problematik führt dazu, dass selbst bei risikoneutralen Agenten *Agency*-Kosten auftreten können. Hierbei ist die Kongruenz des Performancemaßes mit der Ergebnisgröße entscheidend. Entspricht die im Performancemaß enthaltene relative Gewichtung der in den einzelnen Aufgaben geleisteten Arbeitseinsätze derjenigen in der Ergebnisgröße, ist das Performancemaß perfekt kongruent.[10] Steht jedoch kein zum Ergebnis kongruentes Performancemaß zur Verfügung bzw. kann die Ergebnisgröße nicht durch die Kombination mehrerer Performancemaße repliziert werden, treten Fehlallokationen auf, die *Agency*-Kosten verursachen.

Fehlallokationen der Arbeitszeit können jedoch nicht nur aus der mangelnden Kongruenz von Performancemaß und Ergebnisgröße resultieren. Ebenso können Fehlallokationen aufgrund der fehlenden Berücksichtigung des Knappheitscharakters der Arbeitszeit bei der Ausgestaltung des Anreizvertrags auftreten. Einen Beleg hierfür liefern Bevins/Smet (2013), die von der Situation eines Abteilungsleiters berichten, dessen Aufgabe es ist, die Produktionsmitarbeiter zu leiten und auszubilden. Der Abteilungsleiter wendet jedoch seine gesamte Arbeitszeit dazu auf, unproduktive administrative Aufgaben zu erledigen. Als Gründe für diese Fehlallokation der Arbeitszeit identifizieren Bevins/Smet, dass Aufgaben, wie die Teilnahme an Sitzungen und das Schreiben von Berichten, bei Unterlassung ernsthafte Konsequenzen nach sich ziehen, während die Leistung des Abteilungsleiters in seiner eigentlichen Aufgabe nicht gemessen wird. Da der Abteilungsleiter lediglich eine begrenzte Arbeitszeit zur Verfügung hat, fokussiert er sich auf diejenigen Aufgaben, deren Erfüllung gemessen wird und bei Unterlassung schwere Konsequenzen nach sich ziehen. Seine nicht gemessene tatsächliche Aufgabe vernachlässigt der Abteilungsleiter, da ihm hierfür keine weitere Arbeitszeit zur Verfügung steht. Dies zeigt, dass bei der Gestaltung eines Anreizvertrags neben der Auswahl der richtigen Performancemaße auch die

8 In der Literatur zu Prinzipal-Agenten-Beziehungen wird davon ausgegangen, dass der Prinzipal risikoneutral ist, da er sein Risiko besser diversifizieren kann (siehe Salanié (2005, S. 121)).

9 Siehe Schöndube (2006, S. 11ff). Einen allgemeinen Überblick zu Prinzipal-Agenten-Beziehungen und der sich hierbei ergebenden Problematik der optimalen Vertragsgestaltung bietet u.a. Christensen/Feltham (2005), Salanié (2005) und Laffont/Martimort (2002).

10 Die Kongruenz von Performancemaßen wird u.a. in Feltham/Xie (1994) analysiert.

Berücksichtigung der Knappheit der Arbeitszeit entscheidend ist, da nur dann Fehlallokationen verhindert werden können.

In diesem Kapitel[11] wird untersucht, welche Auswirkungen eine knappe Arbeitszeit auf die Entscheidung des Agenten über seine Arbeitszeitallokation hat, wenn er über einen Anreizvertrag entlohnt wird. Hierbei wird angenommen, dass jeder Agent einen individuellen, einperiodigen Entlohnungsvertrag erhält, der unabhängig von der Leistung des anderen Agenten ist. Die Analysen können somit auf die Betrachtung eines einzelnen repräsentativen Agenten beschränkt werden. Aufbauend auf der Analyse der optimalen Arbeitszeitallokation des Agenten wird das optimale Vertragsdesign unter Berücksichtigung der knappen Arbeitszeit bestimmt. Ebenso wird analysiert, wie sich die Anforderungen an die Performancemaße bezüglich der Erreichung von Zielkongruenz[12] aufgrund der knappen Arbeitszeit ändern und welchen Wert zusätzliche Performancemaße haben.

5.2 Modellbeschreibung

In diesem Kapitel erfolgt die Anreizsetzung über individuelle, einperiodige Verträge, in denen die Entlohnung des Agenten geregelt ist. Der Fokus der folgenden Untersuchungen liegt somit auf einem einzelnen Agenten und einer einzelnen Periode. Um die Notation zu vereinfachen, wird im Folgenden auf den Agentenindex 'i' und den Zeitindex 't' verzichtet.

Der Prinzipal ist weiterhin an der Maximierung seines erwarteten Nettoüberschusses interessiert, der nun dem erwarteten Ergebnis aus der Vertragsbeziehung mit einem Agenten abzüglich der Entlohnungskosten entspricht. Das erwartete, vom Agenten in den beiden Aufgaben X und Y erzielte Ergebnis beträgt

$$E[x+y] = \mu_X e_X + \mu_Y e_Y,$$

wobei $e_k \geq 0$ der Arbeitseinsatz und $\mu_k \geq 0$ die erwartete Produktivität des Agenten in Aufgabe $k = X, Y$ darstellt. Dieses Ergebnis des Agenten sei nicht kontrahierbar, sodass verifizierbare Performancemaße für die Vertragsgestaltung herangezogen werden. Als Performancemaß können beispielsweise finanzielle Kennzahlen des Unternehmens dienen, in denen sich die verschiedenen Aufgaben des Agenten widerspiegeln. Lauten die Aufgaben des Agenten Akquisition von Neukunden und Akquisition von Folgeaufträgen, kann das Volumen der Auftragseingänge als Performancemaß herangezogen werden. Je höher der Erfüllungsgrad in den beiden Aufgaben ist, desto höher fallen das Performancemaß und folglich auch die Entlohnung des Agenten aus. Dem Prinzipal steht im Folgenden das Performancemaß

$$z = b_X e_X + b_Y e_Y + \varepsilon_z$$

[11] Dieses Kapitel basiert in Teilen auf Mauch/Schöndube (2015).

[12] In Übereinstimmung mit Itami (1975) soll der Begriff der Zielkongruenz nicht ausdrücken, dass die Ziele von Prinzipal und Agent zwangsläufig übereinstimmen müssen, sondern lediglich, dass die Handlungen des Agenten denjenigen entsprechen, die der Prinzipal wählen würde, träfe er die Entscheidung.

zur Verfügung, wobei $E[\varepsilon_z] = 0$ gilt.[13] Der Faktor b_k, $k = X,Y$, stellt hierbei die Sensitivität des Performancemaßes bezüglich des Arbeitseinsatzes in Aufgabe k dar, für die angenommen wird, dass $b_k \geq 0$ gilt.[14] Der Vektor der Sensitivitäten wird mit $\mathbf{b} = (b_X, b_Y)'$ und der Vektor der Produktivitäten mit $\mu = (\mu_X, \mu_Y)'$ bezeichnet.[15] Um triviale Lösungen auszuschließen, wird angenommen, dass mindestens eine Produktivität (μ_X, μ_Y) und eine Sensitivität (b_X, b_Y) strikt positiv ist. Zur Vereinfachung der Notation und der Interpretation der Ergebnisse wird im Folgenden die Differenz der Sensitivitäten mit $\Delta_b = b_X - b_Y$ und die Differenz der Produktivitäten, wie in den vorhergehenden Kapiteln, mit $\Delta_\mu = \mu_X - \mu_Y$ bezeichnet. Sowohl der Prinzipal als auch der Agent sind weiterhin als risikoneutral angenommen.[16] Der Disnutzen, den der Agent durch seinen Arbeitseinsatz in Aufgabe k erfährt, sei weiterhin $c(e_k) = \frac{1}{2}e_k^2$, sodass sein Gesamtarbeitsleid $C(\mathbf{e}) = \frac{1}{2}\mathbf{e}'\mathbf{e}$ mit $\mathbf{e} = (e_X, e_Y)'$ beträgt. In diesem Kapitel sei weiterhin unterstellt, dass die Arbeitszeit des Agenten knapp ist, sodass sein insgesamt geleisteter Arbeitseinsatz die verfügbare Arbeitszeit $T > 0$ nicht übersteigen kann, d.h. $e_X + e_Y \leq T$. Der Reservationsnutzen des Agenten sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit null.

Der Prinzipal bietet dem Agenten einen linearen Anreizvertrag der Form $M = m + v \cdot z$ an, wobei m die Fixzahlung und v die Beteiligungsrate darstellt. Der Nettoüberschuss des Prinzipals, an dessen Maximierung er interessiert ist, beträgt somit $E[x+y] - m - v \cdot E[z]$. Der Agent wählt seine Arbeitseinsätze hingegen derart, dass sie seine erwartete Entlohnung abzüglich des Arbeitsleids maximieren, $m + v \cdot E[z] - C(\mathbf{e})$. Durch die optimale Vertragsgestaltung kann der Prinzipal die Arbeitszeitwahl des Agenten steuern und die Interessen des Agenten an seine Interessen angleichen. Das optimale Vertragsdesign wird in den nachfolgenden Abschnitten analysiert.

5.3 Benchmark: Vertragsgestaltung bei unbeschränkter Arbeitszeit

Die optimale Vertragsgestaltung bei unbeschränkter Arbeitszeit ist bereits wohlbekannt.[17] In diesem Abschnitt werden sowohl die *first-best-* als auch die *second-best-* Lösung bei unbeschränkter Arbeitszeit für einen risikoneutralen Agenten als Benchmark für die nachfolgenden Analysen bestimmt.[18]

13 Performancemaße zu verwenden, in denen die Ergebnisse mehrerer Aufgaben aggregiert sind, ist üblich in Unternehmen (siehe u.a. Arya/Fellingham/Schroeder (2004)).

14 Beiträge zum Performancemaß als 'Sensitivitäten' zu bezeichnen, richtet sich nach der Terminologie von Banker/Datar (1989). Im Vergleich hierzu werden die Beiträge zum Ergebnis als 'Produktivitäten' bezeichnet.

15 Die Transponierte eines Vektors wird wiederum durch einen Strich gekennzeichnet.

16 Hierdurch soll wiederum ermöglicht werden, die Allokationsentscheidung des Agenten und die Möglichkeiten der Allokationssteuerung durch den Prinzipal isoliert zu analysieren. Die Betrachtung risikoneutraler Agenten ist hierbei gemäß Prendergast (1999, S. 21f) nur eine geringfügige Einschränkung. Er leitet aus den Ergebnissen anderer Studien ab, dass der Risiko-Anreiz-Trade-off zwar Auswirkungen auf die Ausgestaltung von Verträgen hat, dass dieser jedoch nicht der Haupttreiber der Ergebnisse ist und das Risiko lediglich additiv hinzukommt.

17 Vgl. u.a. Feltham/Xie (1994).

18 Die Herleitungen der Ergebnisse sind in Anhang D.1 dargestellt.

***First-best*-Lösung:**

In der *first-best*-Lösung wird unterstellt, dass der Prinzipal die Arbeitseinsätze des Agenten beobachten kann. Hierdurch ist es ihm möglich, die Entlohnungszahlung an die Handlungswahl des Agenten zu knüpfen, d.h. der Agent erhält nur dann seine Entlohnung, wenn er die vom Prinzipal vorgeschriebenen Handlungen wählt. Bei der Vertragsgestaltung muss der Prinzipal somit lediglich sicherstellen, dass der Agent den Vertrag annimmt. Dies wird erreicht, wenn der erwartete Nutzen des Agenten bei Vertragsannahme mindestens so hoch ist wie bei Ablehnung des Vertragsangebots (Teilnahmebedingung). Das Optimierungsproblem des Prinzipals lautet somit

$$\max_{\mathbf{e}} E\left[x+y\right] - m - v \cdot E\left[z\right]$$

$$\text{u.d.N.} \qquad m + v \cdot E\left[z\right] - C\left(\mathbf{e}\right) \geq 0.$$

Für den Prinzipal ist es optimal, dem Agenten eine erwartete Entlohnung anzubieten, die den Reservationsnutzen (der hier null ist) und das Arbeitsleid bei Wahl der vom Prinzipal vorgeschriebenen Handlungen gerade deckt, d.h. die Teilnahmebedingung bindet im Optimum. Das Entscheidungsproblem des Prinzipals kann somit verkürzt werden zu

$$\max_{\mathbf{e}} P\left(\mathbf{e}\right) = E\left[x+y\right] - C\left(\mathbf{e}\right) = \mu_X e_X + \mu_Y e_Y - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2}.$$

Der optimale Arbeitseinsatz des Agenten in Aufgabe $k = X, Y$ lautet $e_k^{FB} = \mu_k$, sodass der Agent im Gleichgewicht insgesamt eine Arbeitszeit in Höhe von $T^{FB} = \mu_X + \mu_Y$ für die Bearbeitung der beiden Aufgaben aufwendet. Der erwartete Nettoüberschuss des Prinzipals beträgt $P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) = \frac{\mu_X^2 + \mu_Y^2}{2}$.[19]

***Second-best*-Lösung:**

In der *second-best*-Lösung, d.h. wenn der Prinzipal den Arbeitseinsatz des Agenten nicht beobachten kann, muss neben der Teilnahmebedingung auch die Anreizbedingung $\mathbf{e}\left(v\right)$ beachtet werden. Mit dieser Anreizbedingung berücksichtigt der Prinzipal, dass der Agent für eine gegebene Beteiligungsrate v diejenigen Arbeitseinsätze $\mathbf{e}$ wählt, die seinen erwarteten Nutzen maximieren. Für die Anreizbedingung gilt

$$\mathbf{e}\left(v\right) = \arg\max_{\mathbf{e}^\circ} \left\{m + vE\left[z\left(\mathbf{e}^\circ\right)\right] - C\left(\mathbf{e}^\circ\right)\right\} = \left(vb_X, vb_Y\right)'. \tag{5.1}$$

Das Optimierungskalkül des Prinzipals unter Berücksichtigung der Teilnahme- und der Anreizbedingung lautet folglich

$$\max_{\mathbf{e},v} \left\{P\left(\mathbf{e}\right) | \mathbf{e} = \mathbf{e}\left(v\right)\right\} = \max_{\mathbf{e},v} P\left(\mathbf{e}\left(v\right)\right) \equiv \max_{v} P\left(v\right).$$

19 Die Fixzahlung m wählt der Prinzipal im optimalen Entlohnungsvertrag derart, dass die Teilnahmebedingung bindet. Dies gilt ebenso für die nachfolgende Analyse der *second-best*-Lösung sowie für die Analyse des optimalen Vertragsdesigns bei knapper Arbeitszeit. Von der Bestimmung der expliziten Höhe der optimalen Fixzahlung wird im Folgenden abgesehen.

Im Gleichgewicht bietet der Prinzipal dem Agenten einen Vertrag mit der Beteiligungsrate

$$v^{\dagger} = \frac{\mu_X b_X + \mu_Y b_Y}{b_X^2 + b_Y^2}$$

an, der zu den gleichgewichtigen *second-best*-Arbeitseinsätzen $\mathbf{e}^{\dagger} = \mathbf{e}\left(v^{\dagger}\right) = v^{\dagger}\mathbf{b}$ führt. Der erwartete Nettoüberschuss des Prinzipals beträgt somit

$$P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right) = \frac{\mu_X^2 + \mu_Y^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\mu_Y b_X - \mu_X b_Y\right)^2}{b_X^2 + b_Y^2}.$$

Die in der unbeschränkten *second-best*-Lösung vom Agenten insgesamt eingesetzte Arbeitszeit beläuft sich auf

$$T^{\dagger} = \frac{\left(\mu_X b_X + \mu_Y b_Y\right)\left(b_X + b_Y\right)}{b_X^2 + b_Y^2}.$$

Da im Modellrahmen dieser Arbeit sowohl der Prinzipal als auch der Agent als risikoneutral angenommen sind, können alle Unterschiede zwischen der *first-best*- und der *second-best*-Lösung auf unterschiedliche induzierte Arbeitseinsätze zurückgeführt werden. Aufgrund der strikten Konkavität von $P(\mathbf{e})$ und $P(v)$ stellen $\mathbf{e}^{FB}$ und $\mathbf{e}^{\dagger}$ die eindeutigen Lösungen der Optimierungskalküle dar, sodass die notwendige und hinreichende Bedingung für Zielkongruenz $\mathbf{e}^{FB} = \mathbf{e}^{\dagger}$ oder gleichermaßen $P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) = P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$ lautet.

Definition 5.1 *Als Maß für die fehlende Zielkongruenz bei Verwendung des Performancemaßes z dient $\iota = P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) - P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$. Zielkongruentes Handeln wird induziert, wenn $\iota = 0$ gilt.*

Lemma 5.1 *Bei unbeschränkter Arbeitszeit kann mit dem Performancemaß z dann und nur dann zielkongruentes Handeln induziert werden, wenn $\mu_Y b_X - \mu_X b_Y = 0$ gilt.*

Beweis. Gemäß Definition 5.1 ist das Maß für die fehlende Zielkongruenz bei Verwendung des Performancemaßes z definiert durch $\iota = P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) - P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\mu_Y b_X - \mu_X b_Y\right)^2}{b_X^2 + b_Y^2}$. Zielkongruentes Handeln wird induziert, wenn $\iota = 0$ gilt. Dies ist gegeben für $\mu_Y b_X - \mu_X b_Y = 0$. Vergleiche hierzu auch Feltham/Xie (1994). ■

Vergleicht man die vom Agenten in der *first-best*-Lösung insgesamt eingesetzte Arbeitszeit mit derjenigen in der *second-best*-Lösung, gilt

$$T^{FB} - T^{\dagger} = \frac{\left(b_X - b_Y\right)\left(\mu_Y b_X - \mu_X b_Y\right)}{b_X^2 + b_Y^2}.$$

Die beiden Gesamtarbeitszeiten, T^{FB} und $T^{\dagger}$, entsprechen sich, wenn das Performancemaß z kongruent ist und/oder die Sensitivitäten im Performancemaß für beide Aufgaben gleich sind, d.h. $b_X = b_Y$. Ob in der *first-best*- oder der *second-best*-Lösung mehr Arbeitszeit aufgebracht wird, hängt von den Produktivitäten und Sensitivitäten ab. In der *second-best*-Lösung wird dann und nur dann mehr Arbeitszeit aufgewendet, wenn $\frac{\mu_k}{\mu_{-k}} > \frac{b_k}{b_{-k}} > 1, k \in \{X,Y\}$, gilt. In der *second-best*-Lösung wird folglich mehr Arbeitszeit eingesetzt, wenn die produktivere Aufgabe im Performancemaß die höhere Sensitivität besitzt, $sgn(\Delta_b) = sgn(\Delta_\mu)$, und gleichzeitig die relative Produktivität (produktivere Aufgabe zu weniger produktive Aufgabe) höher ist als die relative Sensitivität. Nur für diese Konstellation der Produktivitäten und Sensitivitäten ist es in der *second-best*-Lösung optimal, mehr Arbeitszeit in der Aufgabe mit der geringeren Sensitivität im Performancemaß zu induzieren als in der *first-best*-Lösung, sodass eine höhere Gesamtarbeitszeit erreicht wird.

5.4 Vertragsgestaltung bei knapper Arbeitszeit

5.4.1 Analyse bei knapper Arbeitszeit

In den nachfolgenden Analysen wird unterstellt, dass der Agent bei der Wahl seiner Arbeitseinsätze (e_X, e_Y) durch eine Zeitrestriktion beschränkt wird, d.h. $e_X + e_Y \leq T$. Hierbei wird angenommen, dass die verfügbare Arbeitszeit sowohl in der *first-best*- als auch in der *second-best*-Lösung knapp ist, d.h. $T < \min\{T^{FB}, T^{\dagger}\}$. Da die Zielfunktion des Prinzipals, $P(\mathbf{e})$, streng konkav in $\mathbf{e}$ und die Zeitrestriktion linear in den Arbeitseinsätzen e_X und e_Y ist, können die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen zur Lösung des Optimierungskalküls des Prinzipals herangezogen werden. Sie stellen im hier betrachteten Modellrahmen die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die optimalen Arbeitseinsätze dar. Da die Lagrangefunktion streng konkav in $\mathbf{e}$ ist, gibt es höchstens eine Lösung für das Optimierungskalkül.[20]

5.4.2 Die zeitbeschränkte *first-best*-Lösung

Berücksichtigt der Prinzipal, dass die Arbeitszeit des Agenten knapp ist, lautet sein Optimierungsproblem bei beobachtbaren Handlungen des Agenten

$$\max_{\mathbf{e}} P(\mathbf{e}) = E[x+y] - C(\mathbf{e}) = \mu_X e_X + \mu_Y e_Y - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2}$$

$$\text{u.d.N.} \qquad 0 \leq e_X + e_Y \leq T.$$

Da die Arbeitszeit in der Art angenommen ist, dass sie die Wahl der optimalen Arbeitseinsätze des unbeschränkten Optimierungsproblems nicht ermöglicht, bindet bei knapper Arbeitszeit stets die Nebenbedingung. Die Auswertung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen liefert die optimalen *first-best*-Arbeitseinsätze.

---

20 Siehe Sundaram (2009, S. 187ff).

Proposition 5.1 *Im Optimum wird die verfügbare Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft. Die optimalen zeitbeschränkten first-best-Arbeitseinsätze lauten* $e_k^{FB,tc} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\mu_k - \mu_{-k}}{2}, T\right\}\right\}$, $k = X, Y$.[21]

Beweis. Siehe Anhang D.2. ∎

Im Vergleich zu den optimalen Arbeitseinsätzen bei unbeschränkter Arbeitszeit bestehen zwei Unterschiede. Zum einen kann die Spezialisierung in einer Aufgabe optimal sein, d.h. $e_k = 0$ und $e_{-k} = T$. Dies bedeutet gleichzeitig, dass es optimal sein kann, in einer Aufgabe keinen Arbeitseinsatz zu induzieren, obwohl diese einen positiven Beitrag zum Ergebnis leistet. Ein weiterer Unterschied besteht, wenn beide Aufgaben bearbeitet werden, d.h. wenn $e_X > 0$ und $e_Y > 0$ gilt. Wie schon bei der Turnierentlohnung ist bei knapper Arbeitszeit für die Höhe der Arbeitseinsätze nicht mehr die absolute Höhe der Produktivitäten entscheidend, sondern die Differenz zwischen den Produktivitäten in den beiden Aufgaben. Ausgehend von einer gleichmäßigen Allokation der Arbeitszeit auf die beiden Aufgaben, $\frac{T}{2}$, wird einer Aufgabe k für jede Einheit Produktivitätsvorsprung, $(\mu_k - \mu_{-k}) > 0$, eine halbe Zeiteinheit mehr und gleichermaßen für jede Einheit Produktivitätsdefizit, $(\mu_k - \mu_{-k}) < 0$, eine halbe Zeiteinheit weniger Arbeitszeit gewidmet. Um diese Interdependenz zwischen den Aufgaben zu veranschaulichen, kann die Optimalitätsbedingung 'Grenzerlös gleich Grenzkosten' für beispielsweise den Arbeitseinsatz in Aufgabe X betrachtet werden. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Arbeitszeit im Optimum vollständig ausgeschöpft wird, sodass für den Arbeitseinsatz in Aufgabe Y stets $e_Y = T - e_X$ gilt. Der Grenzerlös bezüglich des Arbeitseinsatzes in Aufgabe X beträgt $\frac{d}{d\,e_X}\left(\mu_X e_X + \mu_Y (T - e_X)\right) = \mu_X - \mu_Y$. Die Grenzkosten belaufen sich auf $\frac{d}{d\,e_X}\left(\frac{1}{2}(e_X)^2 + \frac{1}{2}(T - e_X)^2\right) = 2e_X - T$. Sowohl die Grenzerlöse als auch die Grenzkosten enthalten Opportunitätskosten, die entstehen, da die in Aufgabe X eingesetzte (marginale) Einheit Arbeitszeit nicht mehr für Aufgabe Y verwendet werden kann. Löst man die Optimalitätsbedingung, $\mu_X - \mu_Y = 2e_X - T$, nach dem Arbeitseinsatz e_X auf, erhält man den Ausdruck für den optimalen Arbeitseinsatz bei Bearbeitung beider Aufgaben, $e_X = \frac{T}{2} + \frac{\mu_X - \mu_Y}{2}$. Ist die Produktivitätsdifferenz, $\mu_X - \mu_Y$, größer oder gleich der Arbeitszeit T, wird die gesamte Arbeitszeit für die Bearbeitung der Aufgabe X verwendet. In gleicher Weise kann der Arbeitseinsatz in Aufgabe Y bestimmt werden. Die max / min-Operatoren in den optimalen Arbeitseinsätzen in Proposition 5.1 stellen sicher, dass die einer Aufgabe zugeteilte Arbeitszeit nicht größer als die insgesamt verfügbare Arbeitszeit T ausfällt bzw. nicht negativ wird.

Im Gegensatz zur Turnierentlohnung ist für den Prinzipal bei der Anreizsetzung über Anreizverträge nicht mehr unter allen Umständen die Spezialisierungslösung die von ihm präferierte Arbeitszeitallokation. Da das Arbeitsleid des Agenten in seine Zielfunktion eingeht, ist für den Prinzipal, wie auch für den Agenten, der Trade-off zwischen Nutzen und Kosten einer zusätzlichen Einheit Arbeitszeit entscheidend. Lediglich für hohe Produktivitätsunterschiede, $\mu_k - \mu_{-k} > T$, ist für den Prinzipal die Spezialisierung in einer Aufgabe optimal.

[21] Die optimalen Lösungen der zeitbeschränkten Optimierungskalküle werden mit $(\cdot, tc)$ gekennzeichnet.

5.4.3 Die zeitbeschränkte *second-best*-Lösung

Ist der Arbeitseinsatz des Agenten nicht beobachtbar, maximiert der Prinzipal seinen erwarteten Nettoüberschuss unter Berücksichtigung der Anreizbedingung für die Anstrengungswahl des Agenten, $\mathbf{e}(v)$. Diese stellt bei knapper Arbeitszeit selbst die Lösung eines (zeit-)beschränkten Optimierungskalküls dar. Das Optimierungsproblem des Prinzipals bei nicht beobachtbaren Handlungen des Agenten lautet somit

$$\begin{aligned}
\max_{\mathbf{e},v} P(\mathbf{e}) &= E[x+y] - C(\mathbf{e}) = \mu_X e_X + \mu_Y e_Y - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2} \qquad (5.2)\\
\text{u.d.N.}\quad \mathbf{e}(v) &= \arg\max_{\mathbf{e}^\circ} \{m + vE[z(\mathbf{e}^\circ)] - C(\mathbf{e}^\circ) \,|\, 0 \le e_X^\circ + e_Y^\circ \le T\}\\
&= \arg\max_{\mathbf{e}^\circ} \left\{ m + v(b_X e_X^\circ + b_Y e_Y^\circ) - \frac{(e_X^\circ)^2}{2} - \frac{(e_Y^\circ)^2}{2} \,\middle|\, 0 \le e_X^\circ + e_Y^\circ \le T \right\}.
\end{aligned}$$

Um eine explizite Formulierung der Anreizbedingung in der Form $e_X(v)$ und $e_Y(v)$ zu erhalten, wird zunächst das zugrunde liegende Optimierungsproblem des Agenten betrachtet. Im Anschluss folgt die Bestimmung der optimalen Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc}$ durch Lösen des Optimierungsproblems des Prinzipals.

Die Anreizbedingung gibt an, dass der Agent für eine gegebene Beteiligungsrate v diejenigen Arbeitseinsätze (e_X, e_Y) wählt, die seinen Nutzen unter Beachtung der Zeitrestriktion maximieren. Um die Analyse zu vereinfachen, kann zunächst folgendes Resultat hergeleitet werden, das die optimale Beteiligungsrate von unten beschränkt.

Lemma 5.2 *Im second-best-Optimum gilt* $v^{\dagger,tc} \ge \frac{T}{b_X+b_Y}$.

Beweis. Gilt $v^{\dagger,tc} < \frac{T}{b_X+b_Y}$, verhält sich der Agent gemäß der unbeschränkten Anreizbedingung $e_k = v^{\dagger,tc} b_k$, $k = X,Y$ (vgl. (5.1)). Da jedoch die verfügbare Arbeitszeit knapp ist, d.h. $T < T^\dagger$, und die Zielfunktion des Prinzipals, $P(v)$, streng konkav in v ist, kann der Prinzipal seinen Nettoüberschuss steigern, indem er die Beteiligungsrate solange erhöht, bis die Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft wird, d.h. bis $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y}$ gilt. Folglich kann $v^{\dagger,tc} < \frac{T}{b_X+b_Y}$ niemals optimal sein. ■

Aus diesem Lemma folgt unmittelbar, dass im Optimum $v^{\dagger,tc} > 0$ gilt. Des Weiteren führt das Lemma zu folgendem Korollar.

Korollar 5.1 *Im second-best-Optimum wird die Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft, d.h.* $e_X^{\dagger,tc} + e_Y^{\dagger,tc} = T$.

Dieses Resultat folgt intuitiv aus der streng konkaven Zielfunktion des Prinzipals und der Annahme einer knappen Arbeitszeit, d.h. einer Arbeitszeit, die nicht ausreicht, um die optimalen Arbeitseinsätze des unbeschränkten Optimierungsproblems zu wählen. Unter Verwendung der Ergebnisse von Lemma 5.2 und Korollar 5.1 kann die explizite Form der Anreizbedingung bestimmt werden.

Lemma 5.3 *Die Anreizbedingung in der zeitbeschränkten second-best-Lösung, gegeben* $v \geq \frac{T}{b_X + b_Y}$*, lautet*

$$e_k(v) = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{v(b_k - b_{-k})}{2}, T\right\}\right\},\ k = X, Y.$$

Beweis. Siehe Anhang D.3. ■

Hieran ist zu erkennen, dass der Agent, wie schon bei der Anreizsetzung über ein relatives Leistungsturnier, Opportunitätskosten bei der Wahl seiner Arbeitseinsätze e_X und e_Y berücksichtigt. Jede Stunde, die er für die Bearbeitung der Aufgabe X einsetzt, steht ihm nicht mehr für die Bearbeitung der Aufgabe Y zur Verfügung, und umgekehrt. Somit enthält der Grenzerlös der Arbeitszeit, die für Aufgabe X verwendet wird, Opportunitätskosten in Höhe von vb_Y, die dadurch entstehen, dass die Zeit nicht mehr in Aufgabe Y eingesetzt werden kann. Gleichermaßen enthält der Grenzerlös der Arbeitszeit, die für Aufgabe Y eingesetzt wird, Opportunitätskosten in Höhe von vb_X. Die Berücksichtigung von Opportunitätskosten führt zu Anreizbedingungen, die sich von den Anreizbedingungen bei unbeschränkter Arbeitszeit fundamental unterscheiden. Verfügt der Agent über eine unbeschränkte Arbeitszeit, kann der Prinzipal Arbeitseinsätze lediglich in einem konstanten Verhältnis $\frac{e_X}{e_Y}$ motivieren, das dem Verhältnis der Sensitivitäten $\frac{b_X}{b_Y}$ entspricht (vgl. (5.1)). Erhöht der Prinzipal die Beteiligungsrate, um mehr Arbeitseinsatz in Aufgabe X zu induzieren, setzt er dem Agenten gleichzeitig Anreize, mehr Arbeitseinsatz in Aufgabe Y zu leisten. Ist die Arbeitszeit jedoch knapp, sodass der Agent bei seiner Arbeitszeitwahl Opportunitätskosten berücksichtigt, bewirkt eine Erhöhung der Beteiligungsrate, dass der Agent mehr Arbeitszeit in der Aufgabe mit der höheren Sensitivität im Performancemaß erbringt und gleichzeitig den Arbeitseinsatz in der anderen Aufgabe verringert. Folglich kann der Prinzipal bei knapper Arbeitszeit das Anreizverhältnis $\frac{e_X}{e_Y}$ durch die Wahl der Beteiligungsrate beeinflussen.

Unter Berücksichtigung von Lemma 5.2 und Lemma 5.3 lautet das Optimierungsproblem des Prinzipals

$$\begin{aligned}
&\max_{\mathbf{e},v} P(\mathbf{e}) = E[x+y] - C(\mathbf{e}) = \mu_X e_X + \mu_Y e_Y - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2} \qquad (5.3)\\
&\text{u.d.N.} \quad e_X = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{v\Delta_b}{2}, T\right\}\right\}\\
&\qquad\quad\; e_Y = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{v\Delta_b}{2}, T\right\}\right\}\\
&\qquad\quad\; v \geq \frac{T}{b_X + b_Y}.
\end{aligned}$$

Für die optimale Beteiligungsrate kann das folgende Resultat hergeleitet werden.

Proposition 5.2

a) *Es sei* $\widehat{v} \equiv \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}$. *Gilt* $b_X \neq b_Y$, *ist die Beteiligungsrate*

$$v^{\dagger,tc} = \begin{cases} \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} & \textit{für} \quad \widehat{v} \geq \frac{T}{b_X + b_Y} \\ \frac{T}{b_X + b_Y} & \textit{für} \quad \widehat{v} < \frac{T}{b_X + b_Y} \end{cases}$$

eine optimale Lösung des Optimierungsproblems. Für $\widehat{v} \geq \frac{T}{|\Delta_b|}$ *ist die optimale Beteiligungsrate nicht eindeutig. Vielmehr ist jede Beteiligungsrate* $v \geq \frac{T}{|\Delta_b|}$ *optimal.*

b) *Für* $b_X = b_Y \equiv b$ *gilt für die optimale Beteiligungsrate* $v^{\dagger,tc} \geq \frac{T}{2b}$.

Beweis. Siehe Anhang D.4. ■

Die optimale Beteiligungsrate in Proposition 5.2 a) unterscheidet zwei Fälle. Vergleicht man die Anreizbedingung in Lemma 5.3 mit den *first-best*-Arbeitseinsätzen aus Proposition 5.1, ist zu erkennen, dass diese für $v = \widehat{v} = \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}$ übereinstimmen. Ist $\widehat{v}$ ausreichend hoch, sodass die Nutzung der gesamten Arbeitszeit motiviert wird, d.h. $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X + b_Y}$, induziert die Beteiligungsrate $v = \widehat{v}$ die *first-best*-Arbeitszeitallokation. Gilt jedoch $\widehat{v} < \frac{T}{b_X + b_Y}$, ist die Beteiligungsrate $v = \widehat{v}$ zu gering, um den Agenten zum Ausschöpfen der verfügbaren Arbeitszeit zu motivieren. Die optimale Beteiligungsrate lautet dann $v = \frac{T}{b_X + b_Y}$. Mit dieser Beteiligungsrate stellt der Prinzipal sicher, dass der Agent keinen Anreiz hat, produktive Arbeitszeit ungenutzt zu lassen. Diese beiden Fälle werden im nächsten Kapitel unter Zuhilfenahme von Beispielen und graphischen Veranschaulichungen ausführlich diskutiert.

Sind die Sensitivitäten im Performancemaß für beide Aufgaben identisch ($b_X = b_Y \equiv b$), teilt der Agent für eine ausreichend hohe Beteiligungsrate $v \geq \frac{T}{2b}$ seine gesamte Arbeitszeit gleichmäßig auf die beiden Aufgaben auf, d.h. $e_X = e_Y = \frac{T}{2}$. Würde der Prinzipal eine geringere Beteiligungsrate wählen, würde der Agent ebenfalls in beiden Aufgaben einen gleich hohen Arbeitseinsatz leisten, die Arbeitszeit dabei aber nicht vollständig ausschöpfen. Dies ist für den Prinzipal jedoch nie optimal. Für $b_X = b_Y$ kann der Prinzipal folglich, ähnlich wie im Fall von unbeschränkter Arbeitszeit, die Allokation der Arbeitszeit auf die beiden Aufgaben durch die Wahl der Beteiligungsrate nicht steuern. Der Unterschied zum Fall mit unbeschränkter Arbeitszeit liegt jedoch darin, dass bei knapper Arbeitszeit keine eindeutige optimale Beteiligungsrate existiert, während es bei unbeschränkter Arbeitszeit eine solche gibt: $v^\dagger = \frac{\mu_X + \mu_Y}{2b}$. Ohne Zeitbeschränkung stellt die Beteiligungsrate $v^\dagger$ sicher, dass, gegeben $b_X = b_Y$, die gesamte Arbeitszeit $(e_X + e_Y)$ der gesamten Produktivität $(\mu_X + \mu_Y)$ entspricht. Da in dem hier betrachteten Modellrahmen, die Arbeitszeit per Annahme knapp ist, $T < \mu_X + \mu_Y$, muss die optimale Beteiligungsrate die insgesamt eingesetzte Arbeitszeit nicht auf die gesamte Produktivität beschränken, sodass keine eindeutige Lösung für die Beteiligungsrate existiert.

5.5 Aspekte der Zielkongruenz bei knapper Arbeitszeit

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse aus den vorhergehenden Analysen zur Vertragsgestaltung unter dem Gesichtspunkt der Zielkongruenz untersucht und interpretiert. Anhand von Beispielen und graphischen Veranschaulichungen werden die Ergebnisse und deren zugrunde liegende Intuition illustriert.

Bei knapper Arbeitszeit beinhaltet die optimale Beteiligungsrate in der *second-best*-Lösung zwei Fälle, die in Proposition 5.2 a) dargestellt sind. Zunächst wird der Fall betrachtet, wenn $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ gilt, d.h. wenn $\widehat{v}$ ausreichend hoch ist, um den Agenten zum Ausschöpfen der Arbeitszeit zu motivieren. Bei einer Beteiligungsrate von $v = \widehat{v}$ wählt der Agent die *first-best*-Allokation der Arbeitszeit, sodass Zielkongruenz erreicht wird. Ist $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ erfüllt, stellt die Beteiligungsrate $\widehat{v}$ jedoch nicht immer die eindeutige Lösung dar. Für $\widehat{v} \geq \frac{T}{|\Delta_b|}$ ($\Leftrightarrow \left|\Delta_\mu\right| \geq T$) wird gemäß Lemma 5.3 und Proposition 5.1 sowohl in der *first-best-* als auch in der *second-best*-Lösung die Spezialisierung in der produktiveren Aufgabe gewählt. In der *second-best*-Lösung ist hierzu jedoch nicht unbedingt die Beteiligungsrate $\widehat{v}$ erforderlich. Vielmehr induzieren alle Beteiligungsraten $v \geq \frac{T}{|\Delta_b|}$ die gewünschte Arbeitszeitallokation. Wird mit $\widehat{v}$ die vollständige Nutzung der Arbeitszeit induziert, d.h. gilt $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$, lautet die optimale Beteiligungsrate

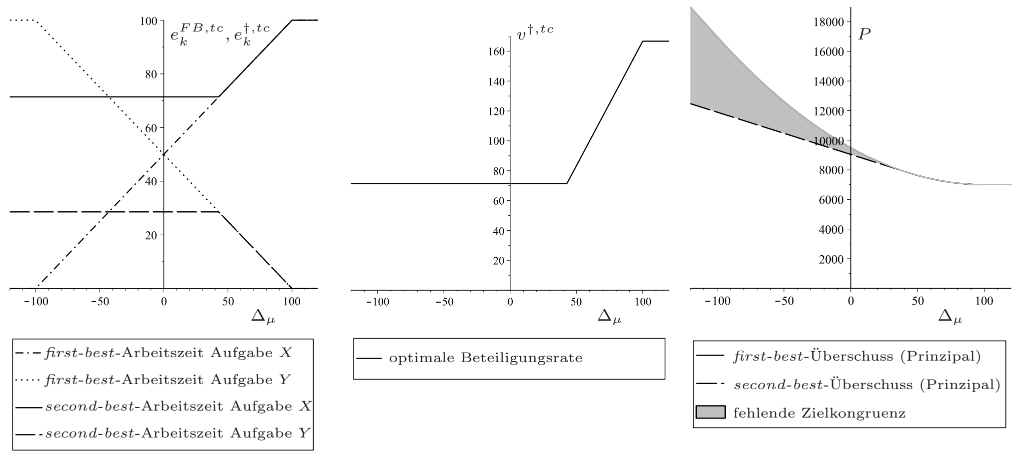
$$v^{\dagger,tc} \begin{cases} = \widehat{v} & \text{für} \quad -T \leq \Delta_\mu \leq T \\ \geq \frac{T}{|\Delta_b|} & \qquad\text{sonst} \end{cases}, \tag{5.4}$$

mit der stets Zielkongruenz erzielt wird.

Beispiel 5.1 [22] *Es sei angenommen, dass* $T = 100$, $b_X = 1$, $b_Y = \frac{4}{10}$ *und* $\mu_X = 120$ *gilt. Für diese Parameterkonstellation sind in Abbildung 5.1 (a) die first-best- und second-best- Arbeitszeitallokationen des Agenten, (b) die optimale Beteiligungsrate der second-best-Lösung und (c) der first-best- und second-best-Überschuss des Prinzipals in Abhängigkeit von der Differenz der Produktivitäten,* Δ_μ, *dargestellt. Für* $\Delta_\mu \geq 42\frac{6}{7}$ ($\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$) *lautet die optimale Beteiligungsrate* $\widehat{v} = \frac{\Delta_\mu}{0{,}6}$. *Diese steigt in* Δ_μ *bis* $\widehat{v} = \frac{T}{\Delta_b} = \frac{500}{3}$ *bzw.* $\Delta_\mu = 100$. *Für* $\Delta_\mu > 100$ *induziert jede Beteiligungsrate* $v \geq \frac{T}{\Delta_b} = \frac{500}{3}$ *die Spezialisierung in Aufgabe* X. *Teil (c) der Abbildung 5.1 zeigt, dass mit dem Performancemaß für* $\Delta_\mu \geq 42\frac{6}{7}$ *zielkongruentes Handeln induziert werden kann.*

Im zweiten Fall aus Proposition 5.2 a), $\widehat{v} < \frac{T}{b_X+b_Y}$, motiviert die Beteiligungsrate $v = \widehat{v}$ den Agenten nicht mehr zum Ausschöpfen der Arbeitszeit. Die Agenten wählen für $\widehat{v} \geq 0$ die Arbeitseinsätze $e_k(\widehat{v}) = b_k\widehat{v}$ bzw. für $\widehat{v} < 0$ die Arbeitseinsätze $e_k = 0$, $k = X,Y$. Die insgesamt induzierte Arbeitszeit wäre geringer als die verfügbare Arbeitszeit T, da entweder, wenn $sgn(\Delta_\mu) = sgn(\Delta_b)$ gilt, die Sensitivitätsdifferenz Δ_b im Vergleich zur Produktivitätsdifferenz Δ_μ zu hoch ist oder die Sensitivitäts- und die Produktivitätsdifferenz unterschiedliche Vorzeichen haben. In beiden Fällen ist es für den Prinzipal optimal, die Beteiligungsrate $v = \frac{T}{b_X+b_Y}$ zu wählen. Hierdurch stellt er

[22] In Anhang D.5 werden in einer Übersicht die Gleichgewichtslösungen bei unbeschränkter und bei knapper Arbeitszeit zusammengefasst.



(a) Arbeitszeitallokation in der *first-best-* und *second-best*-Lösung

(b) optimale Beteiligungsrate (*second-best*-Lösung)

(c) Überschuss des Prinzipals

$$T = 100, b_X = 1, b_Y = \frac{4}{10} \text{ und } \mu_X = 120$$

Abbildung 5.1: Vergleich der *first-best-* und *second-best*-Lösung in Abhängigkeit von der Produktivitätsdifferenz Δ_μ.

sicher, dass der Agent die ihm zur Verfügung stehende Arbeitszeit ausschöpft und die Arbeitseinsätze $e_X = \frac{b_X T}{b_X+b_Y}$ und $e_Y = \frac{b_Y T}{b_X+b_Y}$ wählt, d.h. der Agent teilt seine Arbeitszeit gemäß den relativen Sensitivitäten auf die beiden Aufgaben auf. Eine geringere Beteiligungsrate als $v = \frac{T}{b_X+b_Y}$ würde in einer Verschwendung produktiver Arbeitszeit resultieren. Bei einer höheren Beteiligungsrate würde der Agent mehr Arbeitszeit der 'falschen' Aufgabe widmen, d.h. entweder mehr Zeit der weniger produktiven Aufgabe oder zu viel Arbeitszeit der produktiveren Aufgabe. Da die mit dieser Beteiligungsrate induzierten Arbeitseinsätze nicht den *first-best*-Arbeitseinsätzen entsprechen, kann für $\widehat{v} < \frac{T}{b_X+b_Y}$ keine Zielkongruenz erreicht werden.

Beispiel 5.1 (Forts.): *Wie in Abbildung 5.1 (c) zu erkennen ist, ist für* $\widehat{v} < \frac{T}{b_X+b_Y}$ $(\Leftrightarrow \Delta_\mu < 42\frac{6}{7})$ *der Überschuss des Prinzipals in der second-best-Lösung geringer als in der first-best-Lösung. Es liegt folglich keine Zielkongruenz vor. Die optimale Beteiligungsrate lautet für alle* $\Delta_\mu < 42\frac{6}{7}$ $v = \frac{T}{b_X+b_Y} = \frac{500}{7}$. *Hierdurch wird sichergestellt, dass die Agenten die Arbeitszeit vollständig ausschöpfen. Jedoch allozieren die Agenten die Arbeitszeit gemäß den relativen Sensitivitäten, die von den relativen Produktivitäten abweichen. Wie in Abbildung 5.1 (a) dargestellt ist, widmet der Agent zu viel Arbeitszeit der Aufgabe mit der höheren Sensitivität (Aufgabe* X*) und zu wenig Arbeitszeit der Aufgabe mit der geringeren Sensitivität (Aufgabe* Y*).*

Für $b_X = b_Y$ wählt der Agent für eine ausreichend hohe Beteiligungsrate $v \geq \frac{T}{2b}$ die Arbeitseinsätze $e_X = e_Y = \frac{T}{2}$. Eine Feinabstimmung der Arbeitszeitallokation durch die Wahl der Beteiligungsrate ist nicht möglich. Folglich wird immer dann kein zielkongruentes Handeln induziert, wenn $\mu_X \neq \mu_Y$ gilt und somit eine gleichmäßige Aufteilung der Arbeitszeit in der *first-best*-Lösung nicht optimal ist.

Aus diesen Ausführungen kann folgende Proposition als Schlussfolgerung gezogen werden.

Proposition 5.3 *Bei knapper Arbeitszeit wird mit einem Performancemaß dann und nur dann zielkongruentes Handeln induziert, wenn* $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ *für* $\Delta_b \neq 0$ *gilt. Für* $\Delta_b = 0$ *wird dann und nur dann Zielkongruenz erreicht, wenn* $\Delta_\mu = 0$ *gilt.*

Beweis. Siehe Anhang D.6. ■

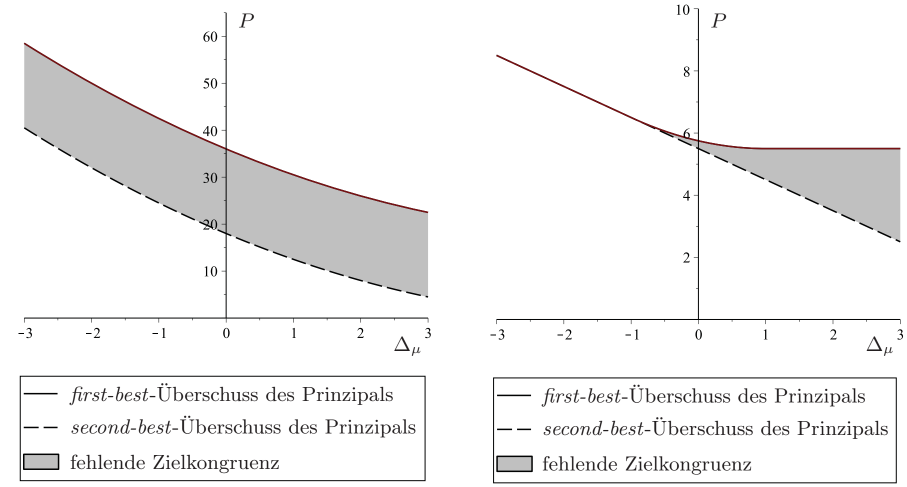
Eine notwendige Bedingung dafür, dass $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ gilt und somit auch eine notwendige Bedingung für das Vorliegen von Zielkongruenz ist, dass die produktivere Aufgabe im Performancemaß die höhere Sensitivität besitzt. Das Vorzeichen der Differenz der Produktivitäten, Δ_μ, muss folglich dem Vorzeichen der Differenz der Sensitivitäten, Δ_b, entsprechen, d.h. $sgn(\Delta_\mu) = sgn(\Delta_b)$. Andernfalls würde $\widehat{v} < 0$ resultieren, womit kein Arbeitseinsatz motiviert werden würde. Vergleicht man die Bedingungen für das Vorliegen von Zielkongruenz bei knapper Arbeitszeit mit denen bei unbeschränkter Zeit, kann folgende Proposition abgeleitet werden.

Proposition 5.4 *Kann mit einem Performancemaß bei unbeschränkter Arbeitszeit zielkongruentes Handeln induziert werden, d.h. ist das Performancemaß kongruent, wird mit diesem Performancemaß auch bei knapper Arbeitszeit Zielkongruenz erzielt.*

Beweis. Ist die Arbeitszeit unbeschränkt, ist ein Performancemaß dann und nur dann kongruent, wenn $\frac{\mu_X}{\mu_Y} = \frac{b_X}{b_Y}$ gilt. Setzt man diese Beziehung für $\Delta_b \neq 0$ in $\widehat{v}(b_X + b_Y)$ ein, erhält man $\mu_X + \mu_Y$. Per Annahme gilt bei knapper Arbeitszeit $T < \mu_X + \mu_Y$, sodass $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ immer erfüllt ist, wenn $\frac{\mu_X}{\mu_Y} = \frac{b_X}{b_Y}$ gilt. Für $\Delta_b = 0$ wird mit einem Performancemaß bei unbeschränkter Arbeitszeit dann und nur dann zielkongruentes Handeln induziert, wenn $\Delta_\mu = 0$ gilt, wie es auch bei knapper Arbeitszeit der Fall ist. ■

Während mit jedem Performancemaß, mit dem bei unbeschränkter Zeit zielkongruentes Handeln induziert werden kann, auch bei knapper Arbeitszeit Zielkongruenz erzielt wird, gilt diese Beziehung nicht auch umgekehrt. Wie im vorangegangenen Abschnitt bereits erläutert wurde, kann der Prinzipal bei unbeschränkter Arbeitszeit lediglich Arbeitseinsätze in einem konstanten Verhältnis induzieren. Ist der Agent jedoch zeitbeschränkt und schöpft er die ihm zur Verfügung stehende Arbeitszeit aus, berücksichtigt er bei seiner Arbeitszeitwahl Opportunitätskosten. Hierdurch entsteht die Möglichkeit für den Prinzipal, durch die Wahl der Beteiligungsrate die Arbeitszeitallokation des Agenten zu steuern. Folglich kann die Zeitbeschränkung des Agenten zu einer Annäherung der Arbeitszeitwahl des Agenten an das vom Prinzipal bevorzugte Handeln führen. Des Weiteren sind die Anforderungen an ein Performancemaß bezüglich der Erreichung von Zielkongruenz bei knapper Arbeitszeit schwächer als bei unbeschränkter Arbeitszeit des Agenten.

Als Beispiel hierfür kann die Situation betrachtet werden, in der das Performancemaß lediglich eine der beiden Aufgaben misst, beispielsweise $b_X = 0$ und $b_Y > 0$, während beide Produktivitäten, μ_X und μ_Y, positiv sind. In Abbildung 5.2 ist für diesen Fall der Unterschied zwischen dem *first-best-* und *second-best-*Überschuss des Prinzipals und somit das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz bei unbeschränkter und bei knapper Arbeitszeit dargestellt. Ohne Zeitbeschränkung kann mit einem Performancemaß, das nur eine der beiden Aufgaben misst, nie Zielkongruenz erzielt werden (siehe Abbildung 5.2 (a)). Liegt jedoch eine Zeitrestriktion vor, bedeutet die Nichtmessbarkeit einer produktiven Aufgabe nicht zwangsläufig, dass kein zielkongruentes Handeln induziert werden kann. Für $b_X = 0$ wählt der Agent in der zeitbeschränkten *second-best*-Lösung die Spezialisierung in Aufgabe Y, d.h. $e_X = 0$ und $e_Y = T$. Dies ist auch in der *first-best*-Lösung optimal, wenn $\mu_Y - \mu_X > T$ gilt. Folglich wird mit einem Performancemaß, das eine produktive Aufgabe nicht messen kann, immer dann zielkongruentes Handeln induziert, wenn die Produktivität in der nicht messbaren Aufgabe ausreichend gering im Vergleich zur Produktivität der anderen Aufgabe und zur verfügbaren Arbeitszeit ist. Dies ist in Abbildung 5.2 (b) dargestellt. Für $\Delta_\mu < -1$ wird trotz Nichtmessbarkeit der Aufgabe X Zielkongruenz erreicht.



(a) Überschuss des Prinzipals bei unbeschränkter Arbeitszeit des Agenten

(b) Überschuss des Prinzipals bei knapper Arbeitszeit des Agenten

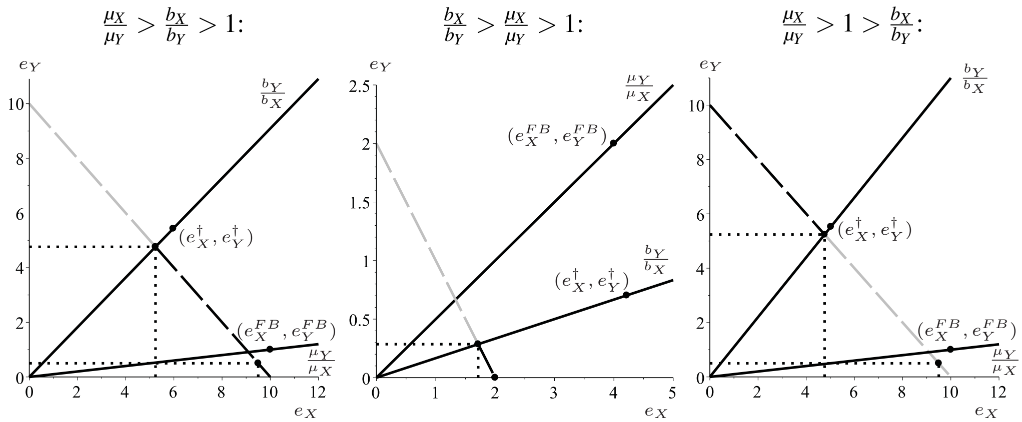
$$T = 1,\ b_X = 0,\ b_Y = 1,\ \mu_X = 6$$

Abbildung 5.2: Überschüsse des Prinzipals bei unbeschränkter und bei knapper Arbeitszeit.

Während in der *first-best*-Lösung eine Zeitbeschränkung stets negativ für den Prinzipal ist, ist dies in der *second-best*-Lösung nicht immer der Fall. Als wichtiges Resultat kann gezeigt werden, dass der Prinzipal in der *second-best*-Lösung durch die knappe Arbeitszeit des Agenten und der daraus resultierenden Annäherung an die Zielkongruenz im Gleichgewicht einen höheren Überschuss erzielen kann als bei unbeschränkter Arbeitszeit.

Proposition 5.5

a) Der gleichgewichtige Nettoüberschuss des Prinzipals bei knapper Arbeitszeit des Agenten



(a) $T = 10, \mu_X = 10, \mu_Y = 1, b_X = 4{,}4$, $b_Y = 4$ (b) $T = 2$, $\mu_X = 4$, $\mu_Y = 2$, $b_X = 6$, $b_Y = 1$ (c) $T = 10, \mu_X = 10, \mu_Y = 1, b_X = 4$, $b_Y = 4{,}4$

Abbildung 5.3: Optimale Arbeitseinsätze bei unbeschränkter und bei knapper Arbeitszeit.

kann denjenigen bei unbeschränkter Arbeitszeit übersteigen, d.h. $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$. *Die notwendige Bedingung hierfür lautet* $\frac{\mu_k}{\mu_{-k}} > \frac{b_k}{b_{-k}} > 1$.

b) Für $\frac{\mu_k}{\mu_{-k}} > \frac{b_k}{b_{-k}} > 1$ *beträgt die optimale Zeitbeschränkung aus Sicht des Prinzipals* $T = T^{FB} = \mu_X + \mu_Y$, *wodurch stets* $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$ *resultiert.*

Beweis. Siehe Anhang D.7. ■

In der Literatur wird die knappe Arbeitszeit von Managern ausschließlich als Problem dargestellt, das zu finanziellen Einbußen führt.[23] Dennoch kann in der Realität nicht beobachtet werden, dass sich Unternehmen bemühen, dieses Problem vollständig zu lösen. Proposition 5.5 gibt einen ersten Hinweis darauf, warum es unter Umständen für ein Unternehmen von Vorteil sein kann, den Managern nicht ausreichend Arbeitszeit zur Verfügung zu stellen. Die knappe Arbeitszeit der Agenten ermöglicht es dem Prinzipal, die gewünschte Allokation aus einer größeren Menge an implementierbaren Allokationen zu wählen und somit Arbeitszeitallokationen zu induzieren, die bei unbeschränkter Arbeitszeit nicht motiviert werden können. Hierdurch kann das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz verringert und somit der Überschuss des Prinzipals gesteigert werden.

Um die der Proposition 5.5 zugrunde liegende Intuition aufzuzeigen, sind in Abbildung 5.3 drei Beispiele dargestellt, mithilfe derer die Ergebnisse näher beleuchtet werden. In allen drei Beispielen wird angenommen, dass $\mu_X > \mu_Y$[24] und $\frac{\mu_X}{\mu_Y} \neq \frac{b_X}{b_Y}$ gilt, wobei letzteres sicherstellt, dass bei unbeschränkter Arbeitszeit kein zielkongruentes Handeln induziert werden kann.

23 Vgl. Bregman (2013) und Mankins/Brahm/Caimi (2014).

24 Diese Annahme wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit getroffen. Die gleichen Resultate können für $\mu_X < \mu_Y$ gezeigt werden.

Verfügt der Agent über eine unbeschränkte Arbeitszeit, induziert der Prinzipal in der *first-best*-Lösung die Arbeitseinsätze $\left(e_X^{FB}, e_Y^{FB}\right) = (\mu_X, \mu_Y)$ mit einem Anreizverhältnis von $\frac{e_Y^{FB}}{e_X^{FB}} = \frac{\mu_Y}{\mu_X}$. In der *second-best*-Lösung kann der Prinzipal Arbeitseinsätze motivieren, die ein Anreizverhältnis von $\frac{e_Y^\dagger}{e_X^\dagger} = \frac{b_Y}{b_X}$ aufweisen. Die optimalen Arbeitseinsätze lauten dann $\left(e_X^\dagger, e_Y^\dagger\right) = \left(v^\dagger b_X, v^\dagger b_Y\right)$. In den Abbildungen 5.3 (a)-(c) werden mit den durchgezogenen Linien alle Arbeitseinsätze (e_X, e_Y) dargestellt, die ein Anreizverhältnis von $\frac{e_Y}{e_X} = \frac{\mu_Y}{\mu_X}$ bzw. $\frac{e_Y}{e_X} = \frac{b_Y}{b_X}$ aufweisen. Des Weiteren sind die optimalen *first-best*- und *second-best*-Arbeitszeitallokationen als Punkte auf diesen Linien eingetragen. Ist die Arbeitszeit knapp, stellt der Prinzipal in der *second-best*-Lösung durch Wahl einer geeigneten Beteiligungsrate sicher, dass der Agent die verfügbare Arbeitszeit ausschöpft. Somit liegt bei knapper Arbeitszeit die optimale Arbeitszeitallokation auf der in den Abbildungen 5.3 (a)-(c) eingezeichneten gestrichelten Linie, für die $e_X + e_Y = T$ gilt.

Die Erläuterungen zu den Ergebnissen aus Proposition 5.5 sind in drei Teile untergliedert:

1. Es gilt $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > \frac{b_X}{b_Y} > 1$, d.h. die produktivere Aufgabe besitzt die höhere Sensitivität im Performancemaß, wobei die relative Produktivität höher als die relative Sensitivität ist.
2. Es gilt $\frac{b_X}{b_Y} > \frac{\mu_X}{\mu_Y} > 1$, d.h. auch hier besitzt die produktivere Aufgabe die höhere Sensitivität im Performancemaß, jedoch ist nun die relative Sensitivität höher als die relative Produktivität.
3. Es gilt $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > 1 > \frac{b_X}{b_Y}$, d.h. die weniger produktive Aufgabe hat die höhere Sensitivität im Performancemaß.

Im ersten Fall (Abbildung 5.3 (a)) kann der Prinzipal bei knapper Arbeitszeit durch die Wahl der Beteiligungsrate v die *second-best*-Arbeitseinsätze $e_X \in \left[\frac{b_X T}{b_X + b_Y}, T\right]$ und $e_Y = T - e_X$ induzieren. Diese Kombinationen von Arbeitseinsätzen sind in der Abbildung durch den unteren (schwarzen) Teil der Zeitrestriktionslinie dargestellt. Da in dieser Fallunterscheidung $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > \frac{b_X}{b_Y} > 1$ gilt, liegen die bei knapper Arbeitszeit induzierbaren Arbeitseinsätze (schwach) unterhalb der Linie der relativen Sensitivität, $\frac{b_Y}{b_X}$, und schneiden die darunterliegende Linie der relativen Produktivität, $\frac{\mu_Y}{\mu_X}$. Der Prinzipal kann folglich eine Arbeitszeitallokation induzieren, die ein Anreizverhältnis aufweist, das näher am unbeschränkten *first-best*-Verhältnis $\frac{\mu_Y}{\mu_X}$ liegt als das unbeschränkte *second-best*-Verhältnis $\frac{b_Y}{b_X}$. Durch die knappe Arbeitszeit des Agenten wird somit das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz verringert. Im Zahlenbeispiel von Abbildung 5.3 (a) lauten bei unbeschränkter Arbeitszeit die optimalen *first-best*-Arbeitseinsätze $\left(e_X^{FB} = 10, e_Y^{FB} = 1\right)$, mit einem Anreizverhältnis von $\frac{e_Y^{FB}}{e_X^{FB}} = \frac{1}{10}$, und die *second-best*-Arbeitseinsätze $\left(e_X^\dagger = \frac{1320}{221}, e_Y^\dagger = \frac{1200}{221}\right)$, mit einem Anreizverhältnis von $\frac{e_Y^\dagger}{e_X^\dagger} = \frac{10}{11}$. Die jeweiligen erwarteten Überschüsse des Prinzipals betragen $P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) = 50{,}5$ und $P\left(\mathbf{e}^\dagger\right) \approx 32{,}58$. Ist die Arbeitszeit knapp, kann der Prinzipal die *second-best*-Arbeitseinsätze $e_X \in \left[\frac{110}{21}, 10\right]$ und $e_Y = 10 - e_X$ durch Wahl einer Beteiligungsrate $v \in \left[\frac{25}{21}, \infty\right)$ induzieren. Die optimale *second-best*-Arbeitszeitallokation bei knapper Arbeitszeit lautet $\left(e_X^{\dagger,tc} = 9{,}5\ , e_Y^{\dagger,tc} = 0{,}5\right)$, bei der der Prinzipal einen Überschuss von $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = 50{,}25$

erzielt. Dieser Überschuss entspricht dem *first-best*-Überschuss bei knapper Arbeitszeit und ist höher als in der unbeschränkten *second-best*-Lösung, $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = 50,25 > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right) \approx 32,58$. Folglich ist in diesem Beispiel der Vorteil aus der Annäherung an die Zielkongruenz höher als der Nachteil aus der geringeren Gesamtarbeitszeit.

Betrachtet man den zweiten Fall, in dem $\frac{b_X}{b_Y} > \frac{\mu_X}{\mu_Y} > 1$ gilt (Abbildung 5.3 (b)), liegt die Linie der relativen Sensitivität, $\frac{b_Y}{b_X}$, unterhalb der Linie der relativen Produktivität, $\frac{\mu_Y}{\mu_X}$. Die unter knapper Arbeitszeit induzierbaren Allokationen liegen weiterhin (schwach) unterhalb der $\frac{b_Y}{b_X}$-Linie, schneiden nun jedoch nicht mehr die $\frac{\mu_Y}{\mu_X}$-Linie. Folglich ist der Abstand des Anreizverhältnisses der beschränkten *second-best*-Arbeitseinsätze zum unbeschränkten *first-best*-Verhältnis immer mindestens genauso hoch wie der Abstand zwischen dem unbeschränkten *first-best*- und *second-best*-Verhältnis. Der Prinzipal wählt die Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y}$, mit der er Arbeitseinsätze induziert, deren Verhältnis dem unbeschränkten *second-best*-Anreizverhältnis entspricht. Folglich kann die knappe Arbeitszeit das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz nicht verringern, sodass sich der Prinzipal bei unbeschränkter Arbeitszeit stets besserstellt.

Als letzten Fall wird die Situation betrachtet, in der $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > 1 > \frac{b_X}{b_Y}$ gilt. Wie schon im ersten Fall liegt nun die Linie der relativen Sensitivität, $\frac{b_Y}{b_X}$, oberhalb der Linie der relativen Produktivität, $\frac{\mu_Y}{\mu_X}$. Da jedoch $b_X < b_Y$ gilt, kann der Prinzipal bei knapper Arbeitszeit durch die Wahl der Beteiligungsrate lediglich die Arbeitseinsätze $e_X \in \left[0, \frac{b_X T}{b_X+b_Y}\right]$ und $e_Y = T - e_X$ induzieren, die oberhalb der Linie der relativen Sensitivität, $\frac{b_Y}{b_X}$, liegen und die Linie der relativen Produktivität, $\frac{\mu_Y}{\mu_X}$, nicht mehr schneiden. Somit ist wie auch im zweiten Fall, bei dieser Konstellation von Produktivitäten und Sensitivitäten der Abstand des induzierbaren Anreizverhältnisses zum unbeschränkten *first-best*-Verhältnis immer mindestens so hoch wie der Abstand zwischen dem unbeschränkten *first-best*- und *second-best*-Verhältnis. Wiederum wählt der Prinzipal die Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y}$ und induziert hierdurch Arbeitseinsätze mit dem gleichen Anreizverhältnis wie in der unbeschränkten *second-best*-Lösung. Da auch in diesem dritten Fall das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz durch die knappe Arbeitszeit nicht verringert wird, kann der Überschuss des Prinzipals nie höher sein als in der unbeschränkten *second-best*-Lösung.

Zusammenfassend gilt, dass $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ die notwendige und hinreichende Bedingung für Zielkongruenz bei knapper Arbeitszeit darstellt (mit Ausnahme des Falls $b_X = b_Y$). Ist dies erfüllt, induziert die Beteiligungsrate $v = \widehat{v}$ die *first-best*-Arbeitszeitallokation. Dieses Ergebnis steht in starkem Kontrast zur klassischen Kongruenz, bei der die spezielle Beziehung $\frac{\mu_X}{\mu_Y} = \frac{b_X}{b_Y}$ zwischen den Produktivitäten und Sensitivitäten bestehen muss. Gilt hingegen $\widehat{v} < \frac{T}{b_X+b_Y}$, motiviert $v = \widehat{v}$ den Agenten nicht mehr zum Ausschöpfen der verfügbaren Arbeitszeit. Der Prinzipal wählt in dieser Situation die Beteiligungsrate $v = \frac{T}{b_X+b_Y}$, mit der er sicherstellt, dass der Agent die verfügbare Arbeitszeit vollständig zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einsetzt. Zielkongruenz kann hierdurch jedoch nicht erreicht werden.

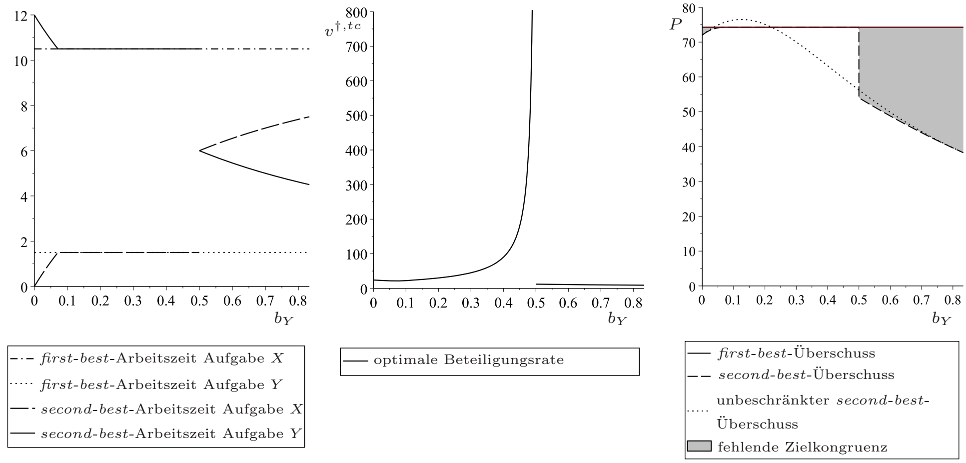
Die knappe Arbeitszeit führt dazu, dass der Agent bei seiner Handlungswahl Opportunitätskosten berücksichtigt. Hierdurch wird es dem Prinzipal ermöglicht, das Anreizverhältnis, $\frac{e_X}{e_Y}$, durch die Wahl der Beteiligungsrate zu steuern, sodass das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz im Vergleich zum Fall von unbeschränkter Arbeitszeit verringert werden kann. Ist dieser Effekt ausreichend hoch im Vergleich zur Einschränkung der Arbeitszeit, kann ein positiver Gesamteffekt auf den Überschuss des Prinzipals resultieren. Wird ein geeigneter Anreizvertrag implementiert, in dem der Knappheitscharakter der Arbeitszeit des Agenten berücksichtigt wird, ist die Auswirkung der knappen Arbeitszeit auf den Unternehmenserfolg folglich nicht so schwerwiegend wie in der Literatur diskutiert. In manchen Situationen kann die knappe Arbeitszeit des Agenten den *second-best*-Unternehmenserfolg gar steigern. Die aus Sicht des Prinzipals optimale Arbeitszeit eines Agenten stellt immer diejenige Zeit dar, die in der unbeschränkten *first-best*-Situation induziert wird.

Ein abschließendes Beispiel fasst die Ergebnisse nochmals zusammen.

Beispiel 5.2 *Zunächst wird angenommen, dass $T = 12$, $\mu_X = 12$, $\mu_Y = 3$, $b_X = 0,5$ und $b_Y = 0,4$ gilt. Die first-best-Arbeitseinsätze bei knapper Arbeitszeit lauten dann*

$$\begin{aligned} e_X^{FB,tc} &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T+\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\} = 10,5 \text{ und} \\ e_Y^{FB,tc} &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T-\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\} = 1,5. \end{aligned}$$

Da $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ $(90 > 13\frac{1}{3})$ gilt, stellt $v^{\dagger,tc} = \widehat{v} = 90$ die optimale Beteiligungsrate in der second-best-Lösung dar, mit der die first-best-Arbeitseinsätze $e_X^{\dagger,tc} = 10,5$ und $e_Y^{\dagger,tc} = 1,5$ induziert werden. Das Maß für die fehlende Zielkongruenz ist folglich null. Bei unbeschränkter Arbeitszeit induziert der Prinzipal die Arbeitseinsätze $e_X^{\dagger} = 8,78$ und $e_Y^{\dagger} = 7,02$, sodass die Gesamtarbeitszeit $15,8 > 12$ beträgt. Der second-best-Überschuss des Prinzipals beträgt bei knapper Arbeitszeit des Agenten $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = 74,25$ und ist somit höher als der second-best-Überschuss bei unbeschränkter Arbeitszeit, $P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right) \approx 63,22$. Die Einbußen durch eine verringerte Gesamtarbeitszeit können folglich durch die aus der knappen Arbeitszeit resultierenden Vorteile aus der Annäherung an die Zielkongruenz ausgeglichen werden.
Wird angenommen, dass $b_Y = 0,05$ beträgt, während alle anderen Annahmen gleich bleiben, gilt $\widehat{v} = 20 < \frac{T}{b_X+b_Y} = 21\frac{9}{11}$. Würde nun $\widehat{v}$ zur Anreizsetzung herangezogen werden, würde der Agent die Arbeitszeit nicht vollständig ausschöpfen ($e_X = 10$, $e_Y = 1$). Die optimale Beteiligungsrate lautet folglich $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y} = \frac{240}{11}$, die zu den Arbeitseinsätzen $e_X^{\dagger,tc} = \frac{120}{11}$ und $e_Y^{\dagger,tc} = \frac{12}{11}$ führt. Zielkongruenz kann somit nicht erreicht werden (siehe Abbildung 5.4 (c)).
In Abbildung 5.4 (a) sind die first-best- und second-best-Arbeitseinsätze in den beiden Aufgaben bei knapper Arbeitszeit in Abhängigkeit von b_Y dargestellt. Damit die Annahme einer knappen Arbeitszeit erfüllt ist, muss b_Y im Intervall $\left[0, \frac{5}{6}\right]$ liegen. Die first-best-Arbeitseinsätze sind unabhängig von b_Y und als horizontale Linien eingezeichnet. Beginnend mit $b_Y = 0$ fällt der second-best-Arbeitseinsatz in Aufgabe X, $e_X^{\dagger,tc} = \frac{b_X T}{b_X+b_Y}$, und steigt der Arbeitseinsatz in Aufgabe Y, $e_Y^{\dagger,tc} = \frac{b_Y T}{b_X+b_Y}$, bis zu dem Punkt $b_Y = \frac{1}{14}$. Für $\frac{1}{14} \leq b_Y \leq \frac{1}{2}$ werden die first-best-Arbeitseinsätze mithilfe von $\widehat{v}$ induziert. Im Intervall $\frac{1}{2} < b_Y \leq \frac{5}{6}$ lautet die optimale Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y}$ und induziert ähnlich wie im ersten Intervall in b_Y sinkende Arbeitseinsätze in Aufgabe X und steigende Arbeitseinsätze in Aufgabe Y. Für den Spezialfall $b_X = b_Y = \frac{1}{2}$ werden die Arbeitseinsätze $e_X^{\dagger,tc} = e_Y^{\dagger,tc} = 6$ induziert. Zur Veranschaulichung der Ergebnisse ist in Abbil-



(a) Arbeitszeitallokation in der *first-best-* und *second-best*-Lösung (b) optimale Beteiligungsrate (*second-best*-Lösung) (c) Überschuss des Prinzipals

$$T = 12,\ \mu_X = 12,\ \mu_Y = 3,\ b_X = \tfrac{1}{2}$$

Abbildung 5.4: Vergleich der *first-best-* und *second-best*-Lösung in Abhängigkeit von der Sensitivität b_Y.

dung 5.4 (b) die optimale Beteiligungsrate (mit Ausnahme des Falls $b_Y = 0,6$*) und in Abbildung 5.4 (c) der Überschuss des Prinzipals in der first-best- und der second-best-Lösung sowie das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz in Abhängigkeit von* b_Y *dargestellt.*

5.6 Wert zusätzlicher Performancemaße

5.6.1 Definition eines zusätzlichen Performancemaßes

Kann mit einem einzelnen Performancemaß kein zielkongruentes Handeln induziert werden, kann das Hinzuziehen eines geeigneten weiteren Performancemaßes bei unbeschränkter Arbeitszeit das Problem der fehlenden Zielkongruenz lösen und erhöht somit den Überschuss des Prinzipals. In diesem Abschnitt wird der Wert eines zusätzlichen Performancemaßes untersucht, wenn die Arbeitszeit des Agenten knapp ist. Hierzu wird angenommen, dass mit dem bisherigen Performancemaß z keine Zielkongruenz erreicht werden kann. Zur Anreizsetzung steht jedoch ein weiteres Performancemaß q zur Verfügung. Hierbei soll gelten

$$q = a_X e_X + a_Y e_Y + \varepsilon_q$$

mit $E[\varepsilon_q] = 0$, $Cov[\varepsilon_z, \varepsilon_q] = 0$, $\Delta_a = a_X - a_Y$ und $\mathbf{a} = (a_X, a_Y)' \geq \mathbf{0}$. Der lineare Anreizvertrag nimmt nun die Form $M(z,q) = m + vz + uq$ an, wobei u die Beteiligungsrate für das Performancemaß q ist.[25] Im Gegensatz zu den vorherigen Abschnitten kann bei Vorliegen mehrerer Performancemaße eine der optimalen Beteiligungsraten negativ sein. Welche Auswirkung eine Beschränkung der Beteiligungsraten auf nicht negative Werte hat, wird in den zwei nachfolgenden Abschnitten untersucht. Hierzu wird zunächst angenommen, dass die beiden Beteiligungsraten v und u beliebige Werte annehmen können. Im Anschluss daran wird aufgezeigt, wie sich das Vertragsdesign und das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz ändern, wenn die Beteiligungsraten auf nicht negative Werte beschränkt werden.

5.6.2 Vertragsgestaltung bei unbeschränkten Beteiligungsraten

Zunächst wird angenommen, dass die Beteiligungsraten v und u beliebige Werte annehmen können. Sind die Sensitivitätsvektoren **a** und **b** linear unabhängig, kann bei unbeschränkter Arbeitszeit durch das zusätzliche Performancemaß stets Zielkongruenz erreicht werden.

Lemma 5.4 [26] *Existiert kein κ für das $\mathbf{a} = \kappa\mathbf{b}$ gilt, wird bei unbeschränkter Arbeitszeit Zielkongruenz, d.h. $\iota(z,q) = 0$, mit den Beteiligungsraten $v^\dagger = \frac{\mu_Y a_X - \mu_X a_Y}{a_X b_Y - a_Y b_X}$ und $u^\dagger = \frac{\mu_X b_Y - \mu_Y b_X}{a_X b_Y - a_Y b_X}$ erreicht. Existiert ein Wert κ, für den $\mathbf{a} = \kappa\mathbf{b}$ gilt, hat das zusätzliche Performancemaß keinen Wert, sodass die in Abschnitt 5.4.3 dargestellte Lösung bei Verwendung eines einzelnen Performancemaßes resultiert.*[27]

Beweis. Siehe Anhang D.8. ■

Hierbei ist jedoch zu betonen, dass das Ergebnis in Lemma 5.4 voraussetzt, dass die Beteiligungsraten negative Werte annehmen können.

Um eine Analyse der optimalen *first-best-* und *second-best*-Lösungen bei knapper Arbeitszeit durchzuführen, wird auch in diesem Abschnitt angenommen, dass $T < \min\{T^{FB}, T^\dagger\}$ gilt.[28] Das Optimierungsproblem des Prinzipals lautet dann vergleichbar zu (5.2):

$$\max_{\mathbf{e},v,u} P(\mathbf{e}) = E[x+y] - C(\mathbf{e}) = \mu_X e_X + \mu_Y e_Y - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2}$$

---

25 Diese Form des Anreizvertrags spiegelt die in der Realität beobachteten Entlohnungsverträge von Managern wider. Murphy (1999) zeigt, dass die meisten Entlohnungsverträge von CEOs zwei oder mehr Performancemaße enthalten, die additiv in den Entlohnungsplan eingehen.

26 Dieses Resultat stellt einen Spezialfall des Lemmas 1 in Feltham/Xie (1994) für einen risikoneutralen Agenten dar.

27 Im Folgenden wird durch $\mathbf{a} \neq \kappa\mathbf{b}$ ausgedrückt, dass kein κ existiert, für das $\mathbf{a} = \kappa\mathbf{b}$ gilt. Durch $\mathbf{a} = \kappa\mathbf{b}$ wird hingegen ausgedrückt, dass ein solches κ existiert.

28 Betrachtet man lediglich linear unabhängige Performancemaße, ist die Annahme $T < T^{FB}$ ausreichend, um eine Analyse unter knapper Arbeitszeit durchzuführen, da dann in der unbeschränkten *second-best*-Lösung stets die *first-best*-Lösung erreicht wird (siehe Lemma 5.4).

u.d.N.

$$\begin{aligned}\mathbf{e}(v,u) &= \arg\max_{\mathbf{e}^\circ}\left\{m+vE\left[z\left(\mathbf{e}^\circ\right)\right]+uE\left[q\left(\mathbf{e}^\circ\right)\right]-C\left(\mathbf{e}^\circ\right)\middle|\, 0\le e_X^\circ+e_Y^\circ\le T\right\} \\ &= \arg\max_{\mathbf{e}^\circ}\left\{\begin{array}{c} m+\left(vb_X+ua_X\right)e_X^\circ+\left(vb_Y+ua_Y\right)e_Y^\circ \\ -\frac{1}{2}\left(e_X^\circ\right)^2-\frac{1}{2}\left(e_Y^\circ\right)^2\end{array}\middle|\, 0\le e_X^\circ+e_Y^\circ\le T\right\} \quad (5.5)\end{aligned}$$

Besteht keine Zeitbeschränkung, wählt der Agent in der *second-best*-Lösung für gegebene Beteiligungsraten v und u die Arbeitseinsätze $e_X = vb_X + ua_X$ und $e_Y = vb_Y + ua_Y$. Da es, wie in Abschnitt 5.4.3 bereits erläutert, bei knapper Arbeitszeit für den Prinzipal stets optimal ist, den Agenten zum Ausschöpfen der verfügbaren Arbeitszeit zu motivieren, muss im optimalen Entlohnungsvertrag $v(b_X+b_Y)+u(a_X+a_Y)\ge T$ gelten. Bei Verwendung zweier Performancemaße zur Anreizsetzung gilt zudem folgendes Resultat.

Proposition 5.6 *Gilt* $\mathbf{a}\ne\kappa\mathbf{b}$*, kann jede Allokation der Zeit* T *auf die beiden Aufgaben* X *und* Y *induziert werden. Gilt* $\mathbf{a}=\kappa\mathbf{b}$*, besitzt das zusätzliche Performancemaß keinen Wert, sodass die Lösung aus Abschnitt 5.4.3 resultiert.*

Beweis. Siehe Anhang D.9. ■

Korollar 5.2 *Gilt* $\mathbf{a}\ne\kappa\mathbf{b}$ *kann bei knapper Arbeitszeit die beschränkte first-best-Lösung mithilfe der Performancemaße* z *und* q *erreicht werden, sodass* $\iota(z,q)=0$ *folgt.*

Können zwei Performancemaße zur Anreizsetzung herangezogen werden, wird folglich entweder die *first-best*-Lösung oder die Lösung aus Abschnitt 5.4.3 mit einem einzelnen Performancemaß erreicht.

Zur Veranschaulichung der Herleitung der optimalen Beteiligungsraten ist in Abbildung 5.5 eine $e_Y - e_X$-Ebene abgebildet. Gilt $\mathbf{a}\ne\kappa\mathbf{b}$, können alle Kombinationen von Arbeitseinsätzen in dieser Ebene durch eine geeignete Wahl der Beteiligungsraten u und v induziert werden (vgl. Proposition 5.6). Zusätzlich ist in Abbildung 5.5 die Zeitrestriktionslinie $e_X = T - e_Y$ eingezeichnet. Alle Punkte auf oder unterhalb dieser Linie, d.h. alle Punkte der schattierten Fläche sowie deren Ränder, übersteigen die verfügbare Arbeitszeit nicht. Da in der zeitbeschränkten *first-best*-Lösung die Arbeitszeit stets ausgeschöpft wird, befindet sich die optimale *first-best*-Arbeitszeitallokation $\left(e_X^{FB,tc}, e_Y^{FB,tc}\right)$ auf der Linie $e_X = T - e_Y$. Für $e_X + e_Y = v(b_X+b_Y)+u(a_X+a_Y)\le T$ wählt der Agent seine Arbeitseinsätze gemäß $e_X = vb_X + ua_X$ und $e_Y = vb_Y + ua_Y$, sodass eine optimale *second-best*-Lösung für $\mathbf{a}\ne\kappa\mathbf{b}$ durch Lösen der Gleichungen

$$\begin{aligned} vb_X+ua_X &\stackrel{!}{=} e_X^{FB,tc}=\max\left\{0,\min\left\{\frac{T+\Delta_\mu}{2},T\right\}\right\} \text{ und} \quad (5.6)\\ vb_Y+ua_Y &\stackrel{!}{=} e_Y^{FB,tc}=\max\left\{0,\min\left\{\frac{T-\Delta_\mu}{2},T\right\}\right\}\end{aligned}$$

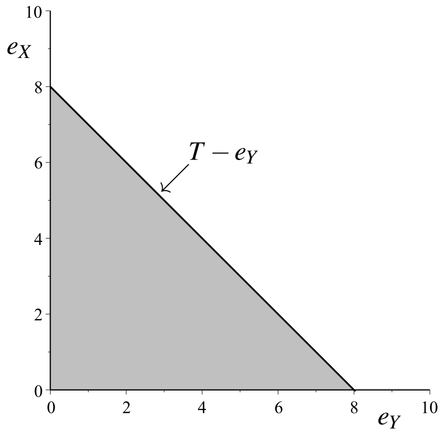


Abbildung 5.5: Induzierbare Arbeitszeitallokationen bei Verwendung zweier Performancemaße.

gefunden werden kann. Die Beteiligungsraten u und v ($u, v \neq 0$), die dieses Gleichungssystem lösen, lauten

$$\begin{array}{lll} v^{\dagger,tc} = \frac{a_X T}{a_X b_Y - a_Y b_X}, & u^{\dagger,tc} = \frac{b_X T}{a_Y b_X - a_X b_Y} & \text{für } \Delta_\mu < -T \\ v^{\dagger,tc} = \frac{\Delta_a T - \Delta_\mu (a_X + a_Y)}{2(a_X b_Y - a_Y b_X)}, & u^{\dagger,tc} = \frac{\Delta_b T + \Delta_\mu (b_X + b_Y)}{2(a_X b_Y - a_Y b_X)} & \text{für } -T \leq \Delta_\mu \leq T \\ v^{\dagger,tc} = \frac{a_Y T}{a_Y b_X - a_X b_Y}, & u^{\dagger,tc} = \frac{b_Y T}{a_X b_Y - a_Y b_X} & \text{für } T < \Delta_\mu. \end{array} \tag{5.7}$$

Diese optimale Lösung in (5.7) ist jedoch nicht die eindeutige Lösung, da sie unter der Annahme

$$\underbrace{vb_X + ua_X}_{e_X} + \underbrace{vb_Y + ua_Y}_{e_Y} = v(b_X + b_Y) + u(a_X + a_Y) = T$$

bestimmt wurde. Für $v(b_X + b_Y) + u(a_X + a_Y) > T$ ist die Arbeitseinsatzwahl des Agenten nicht mehr durch $e_X = vb_X + ua_X$ und $e_Y = vb_Y + ua_Y$ abgebildet. Um die optimalen Beteiligungsraten allgemein für $v(b_X + b_Y) + u(a_X + a_Y) \geq T$ zu bestimmen, können zunächst die Anreizbedingungen des Agenten gemäß folgender expliziter Form ausgedrückt werden.

Lemma 5.5 *Für $v(b_X + b_Y) + u(a_X + a_Y) \geq T$ und $\mathbf{a} \neq \kappa \mathbf{b}$ lauten die Anreizbedingungen des Agenten bei knapper Arbeitszeit*

$$\begin{aligned} e_X(v,u) &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{v\Delta_b + u\Delta_a}{2}, T\right\}\right\} \text{ und} \\ e_Y(v,u) &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{v\Delta_b + u\Delta_a}{2}, T\right\}\right\}. \end{aligned}$$

Beweis. Da es für den Prinzipal stets optimal ist, wenn der Agent die verfügbare Arbeitszeit ausschöpft, gilt $e_Y = T - e_X$. Somit können die Anreizbedingungen aus (5.5) umgeschrieben werden zu

$$\begin{aligned} e_X(v,u) &= \arg\max_{e_X^\circ} \left\{ \begin{array}{c} m + (vb_X + ua_X)\, e_X^\circ + (vb_Y + ua_Y)(T - e_X^\circ) \\ -\frac{1}{2}(e_X^\circ)^2 - \frac{1}{2}(T - e_X^\circ)^2 \end{array} \middle| \, 0 \le e_X^\circ \le T \right\} \text{ und} \\ e_Y(v,u) &= T - e_X(v,u). \end{aligned}$$

Aus $\frac{\partial}{\partial e_X^\circ}\left(m + (vb_X + ua_X)\, e_X^\circ + (vb_Y + ua_Y)(T - e_X^\circ) - \frac{1}{2}(e_X^\circ)^2 - \frac{1}{2}(T - e_X^\circ)^2\right) = v\Delta_b + u\Delta_a + T - 2e_X^\circ \stackrel{!}{=} 0$ und unter Berücksichtigung von $e_k \in [0,T]$, $k = X,Y$, resultieren die angeführten Anreizbedingungen. ∎

Die optimalen Beteiligungsraten bei linear unabhängigen Performancemaßen erfüllen die folgenden Bedingungen.

Proposition 5.7 *Gilt* $\mathbf{a} \neq \kappa \mathbf{b}$, *erfüllen die optimalen Beteiligungsraten*

$$\begin{array}{lll} v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \le -T & \textit{für} & \Delta_\mu < -T \\ v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a = \Delta_\mu & \textit{für} & -T \le \Delta_\mu \le T \\ v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \ge T & \textit{für} & T < \Delta_\mu \end{array}$$

unter der Nebenbedingung $v^{\dagger,tc}(b_X + b_Y) + u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y) \ge T$.

Beweis. Siehe Anhang D.10. ∎

Für die optimalen Beteiligungsraten gilt hierbei die folgende Beziehung.

Proposition 5.8 *Kann mit keinem der beiden Performancemaße, z und q, bei alleiniger Verwendung zielkongruentes Handeln induziert werden und gilt* $\mathbf{a} \neq \kappa \mathbf{b}$, *besteht für die Vorzeichen der optimalen Beteiligungsraten folgender Zusammenhang.*

a) *Für* $-T \le \Delta_\mu \le T$:

i) *Für* $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) > (<)\ 0$ *gilt:*

$$\begin{array}{llll} v^{\dagger,tc} > 0, & u^{\dagger,tc} < 0 & \textit{für} & \frac{a_X}{a_Y} > (<) \frac{b_X}{b_Y} \\ v^{\dagger,tc} < 0, & u^{\dagger,tc} > 0 & \textit{für} & \frac{a_X}{a_Y} < (>) \frac{b_X}{b_Y} \end{array}$$

ii) *Für* $sgn(\Delta_a) \neq sgn(\Delta_b)$ *gilt* $v^{\dagger,tc} > 0$ *und* $u^{\dagger,tc} > 0$.

b) *Für* $|\Delta_\mu| > T$ *(und* $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) \neq sgn(\Delta_\mu)$*) gilt für* $\Delta_\mu < (>)\ 0$:

$$\begin{array}{llll} v^{\dagger,tc} > 0, & u^{\dagger,tc} < 0 & \textit{für} & \frac{a_X}{a_Y} > (<) \frac{b_X}{b_Y} \\ v^{\dagger,tc} < 0, & u^{\dagger,tc} > 0 & \textit{für} & \frac{a_X}{a_Y} < (>) \frac{b_X}{b_Y} \end{array}$$

Beweis. Siehe Anhang D.11. ■

Kann bei alleiniger Verwendung des Performancemaßes z bzw. q keine Zielkongruenz erreicht werden, ist es für den Prinzipal optimal, beide Performancemaße in den Anreizvertrag aufzunehmen. Besitzt die gleiche Aufgabe in beiden Performancemaßen die höhere Sensitivität, d.h. gilt $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b)$, ist immer eine der beiden optimalen Beteiligungsraten negativ. Zunächst wird der Fall betrachtet, wenn in der *first-best*-Lösung die Bearbeitung beider Aufgaben optimal ist, d.h. es gilt $-T \leq \Delta_\mu \leq T$ (siehe Proposition 5.8 a)). Weist die Aufgabe k in beiden Performancemaßen eine höhere Sensitivität als Aufgabe $-k$ auf, wird demjenigen Performancemaß die negative Beteiligungsrate zugewiesen, das die höhere relative Sensitivität $\frac{k}{-k}$ aufweist. Besitzt diejenige Aufgabe, die in Performancemaß z die höhere Sensitivität aufweist in Performancemaß q die geringere Sensitivität oder umgekehrt, d.h. gilt $sgn(\Delta_a) \neq sgn(\Delta_b)$, sind beide Beteiligungsraten strikt positiv. Ist in der *first-best*-Lösung eine Spezialisierungslösung optimal (Proposition 5.8 b)), kann mit den beiden Performancemaßen nur dann nicht schon bei alleiniger Nutzung zielkongruentes Handeln induziert werden, wenn in beiden Maßen die produktivere Aufgabe die geringere Sensitivität aufweist, d.h. wenn $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) \neq sgn(\Delta_\mu)$ gilt. Ist dies gegeben, wird wiederum demjenigen Performancemaß eine negative Beteiligungsrate zugewiesen, dessen relative Sensitivität am höchsten ist.

5.6.3 Vertragsgestaltung bei nicht negativen Beteiligungsraten

In der Realität werden meist Entlohnungsverträge beobachtet, die keine negativen Beteiligungsraten beinhalten.[29] Um die in dieser Arbeit vorgenommene Analyse näher an die Realität anzupassen, wird in diesem Abschnitt der Fall betrachtet, wenn lediglich nicht negative Beteiligungsraten Bestandteil des Anreizvertrags sein dürfen, d.h. $v, u \geq 0$.[30] Aus Proposition 5.8 kann unmittelbar das folgende Korollar abgeleitet werden.

Korollar 5.3 *Kann mit beiden Performancemaßen bei alleiniger Nutzung kein zielkongruentes Handeln induziert werden und gilt* $\mathbf{a} \neq \kappa\mathbf{b}$*, kann bei lediglich nicht negativen Beteiligungsraten,* $v \geq 0$ *und* $u \geq 0$*, dann und nur dann Zielkongruenz erreicht werden, wenn* $sgn(\Delta_a) \neq sgn(\Delta_b)$ *gilt.*

Die Implikation aus Korollar 5.3 ist, dass bei einem Informationssystem, das lediglich Performancemaße generiert, mit denen kein zielkongruentes Handeln induziert werden kann, diese Performancemaße eine unterschiedliche Rangfolge der Aufgaben gemäß den im Performancemaß

29 Experimentelle Studien (vgl. Brink/Rankin (2013), Frederickson/Waller (2005), Hannan/Hoffman/Moser (2005) und Luft (1994)) geben Erklärungsansätze, warum in der Realität kaum negative Beteiligungsraten beobachtet werden können. In den Experimenten wird gezeigt, dass Manager bei gleicher erwarteter Entlohnungshöhe Bonusverträge gegenüber Verträgen mit Bestrafungsmechanismen bevorzugen. Des Weiteren wird gezeigt, dass sich bei Bestrafungsmechanismen der Indifferenzwert erhöht, ab dem Manager bereit sind, Verträge anzunehmen. Hierdurch müssen Managern bei Verwendung von Bestrafungsmechanismen höhere Entlohnungen bezahlt werden, wodurch sich das Unternehmensergebnis verringert.

30 Vgl. Baker/Gibbons/Murphy (1994).

enthaltenen Sensitivitäten aufweisen sollten. Andernfalls würde bei ausschließlich nicht negativen Beteiligungsraten entweder zu viel Arbeitszeit der weniger produktiven Aufgabe gewidmet (wenn $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) \neq sgn(\Delta_\mu)$ gilt) oder zu viel Arbeitszeit in der produktiveren Aufgabe eingesetzt (wenn $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) = sgn(\Delta_\mu)$ gilt). Nur dann, wenn die Rangfolge der Aufgaben gemäß den Sensitivitäten für die einzelnen Performancemaße unterschiedlich ist, wird es dem Prinzipal ermöglicht, eine Feinabstimmung der Anreize vorzunehmen, sodass die *first-best*-Lösung mithilfe von nicht negativen Beteiligungsraten erreicht werden kann.

Kann bei Verwendung beider Performancemaße keine Zielkongruenz erreicht werden, nimmt der Prinzipal lediglich ein einzelnes Performancemaß in den Anreizvertrag auf, sodass das zusätzliche Performancemaß q nicht notwendigerweise einen Wert für den Prinzipal hat.

Proposition 5.9 *Wird angenommen, dass mit keinem der beiden Performancemaße, z und q, zielkongruentes Handeln induziert werden kann,* $\mathbf{a} \neq \kappa \mathbf{b}$ *sowie* $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b)$ *gilt, sodass mit lediglich nicht negativen Beteiligungsraten keine Zielkongruenz erreicht werden kann, verwendet der Prinzipal lediglich das Performancemaß zur Anreizsetzung, das die geringste relative Differenz der Sensitivitäten aufweist, d.h.*

$$\left(v^{\dagger,tc}, u^{\dagger,tc}\right) = \begin{cases} v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y} & u^{\dagger,tc} = 0 \quad \text{für} \quad \frac{|\Delta_b|}{b_X+b_Y} \leq \frac{|\Delta_a|}{a_X+a_Y} \\ v^{\dagger,tc} = 0 & u^{\dagger,tc} = \frac{T}{a_X+a_Y} \quad \text{für} \quad \frac{|\Delta_b|}{b_X+b_Y} \geq \frac{|\Delta_a|}{a_X+a_Y} \end{cases} .$$

Folglich besitzt das zusätzliche Performancemaß q nur dann einen Wert für den Prinzipal, wenn $\frac{|\Delta_a|}{a_X+a_Y} < \frac{|\Delta_b|}{b_X+b_Y}$ *gilt.*[31] *Jedoch kann auch dann keine Zielkongruenz erreicht, sondern lediglich das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz verringert werden.*

Beweis. Siehe Anhang D.12. ■

Gilt $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) \neq sgn(\Delta_\mu)$, wendet der Agent mehr Arbeitszeit für die Aufgabe mit der geringeren Produktivität auf. Folglich ist der Fokus der vom Agenten gewählten Allokation in der *second-best*-Lösung für den Prinzipal nicht wünschenswert. Gilt $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) = sgn(\Delta_\mu)$, ist die relative Sensitivität in den Performancemaßen im Vergleich zur relativen Produktivität zu hoch. In beiden Fällen wären negative Beteiligungsraten notwendig, um den verzerrten Anreizen entgegenzuwirken. Sind negative Beteiligungsraten jedoch ausgeschlossen, stellt sich der Prinzipal am besten, wenn er eine möglichst gleichmäßige Allokation der Arbeitszeit auf die beiden Aufgaben induziert und gleichzeitig sicherstellt, dass die verfügbare Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft wird. Proposition 5.9 zeigt, dass dann im optimalen Anreizvertrag nur das Performancemaß Verwendung findet, das die geringere relative Sensitivitätsdifferenz aufweist. Hierdurch wird das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz minimiert. Dieses Resultat wird zum Abschluss des Kapitels an einem Beispiel illustriert.

Beispiel 5.3 *Es sei angenommen, dass* $\mu_X = 70$ *und* $\mu_Y = 100$ *(*$\Delta_\mu = -30$*) gilt, die verfügbare Arbeitszeit* $T = 100$ *beträgt und die beiden Performancemaße* $z = 7e_X + e_Y + \varepsilon_z$ *(*$\Delta_b = 6$*) und*

[31] Entsprechen sich die relativen Sensitivitätsdifferenzen, d.h. gilt $\frac{|\Delta_a|}{a_X+a_Y} = \frac{|\Delta_b|}{b_X+b_Y}$, ist der Prinzipal indifferent zwischen der Verwendung des Performancemaßes z, der Verwendung des Performancemaßes q und der Verwendung beider Performancemaße.

$q = 5e_X + 3e_Y + \varepsilon_q$ *(*$\Delta_a = 2$*) zur Verfügung stehen.*
Die first-best-Arbeitseinsätze lauten $e_X^{FB,tc} = 35$ *und* $e_Y^{FB,tc} = 65$*. Der Überschuss des Prinzipals beträgt* $P\left(\mathbf{e}^{FB,tc}\right) = 6.225$*. Steht lediglich das Performancemaß z zur Verfügung, lautet die optimale Beteiligungsrate* $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y} = 12{,}5$*. Hiermit werden die second-best-Arbeitseinsätze* $e_X^{\dagger,tc} = 87{,}5$ *und* $e_Y^{\dagger,tc} = 12{,}5$ *induziert, sodass der Überschuss des Prinzipals* $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = 3.468{,}75$ *beträgt. Hierbei stellt* $e_X^{\dagger,tc} = 87{,}5$ *den kleinstmöglichen Arbeitseinsatz dar, der bei der ausschließlichen Verwendung des Performancemaßes z induziert werden kann, wenn gleichzeitig die vollständige Nutzung der Arbeitszeit sichergestellt wird. Wird das Performancemaß z zur Anreizsetzung verwendet, resultiert ein Verlust durch die fehlende Zielkongruenz von* $\iota = 2.756{,}25$*.*
Ist zusätzlich das Performancemaß q zur Anreizsetzung verfügbar, lauten die optimalen Beteiligungsraten $v^{\dagger,tc} = 0$ *und* $u^{\dagger,tc} = \frac{T}{a_X+a_Y} = 12{,}5$*, da* $\frac{|\Delta_b|}{b_X+b_Y} = \frac{3}{4} > \frac{1}{4} = \frac{|\Delta_a|}{a_X+a_Y}$ *gilt. Die second-best-Arbeitseinsätze lauten dann* $e_X^{\dagger,tc} = 62{,}5$ *und* $e_Y^{\dagger,tc} = 37{,}5$*. Der Überschuss des Prinzipals beträgt* $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = 5.468{,}75$*. Somit beläuft sich das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz auf* $\iota = 756{,}25$*, das wesentlich geringer ist als bei der Verwendung des Performancemaßes z. Zielkongruenz kann nicht erreicht werden, jedoch kann durch die Wahl des Performancemaßes mit der geringeren relativen Sensitivitätsdifferenz das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz verringert werden.*

Kapitel 6

Zusammenfassung und Fazit

Zielsetzung dieser Arbeit war es, die Auswirkungen der Knappheit der Arbeitszeit von Agenten auf deren Entscheidungskalküle zu untersuchen und aufbauend hierauf die Wirkungsweise von Anreiz- und Informationssystemen zu analysieren. Als Anreizsysteme wurden sowohl relative Leistungsturniere als auch lineare Anreizverträge betrachtet. In beiden Fällen spielt die optimale Ausgestaltung und Nutzung von Informationssystemen eine entscheidende Rolle. Informationssysteme liefern Berichte über die von den Agenten erbrachte Leistung, die benötigt werden, um die Entlohnungshöhe der Agenten zu bestimmen. Darüber hinaus können Informationssysteme eingesetzt werden, um Feedbackberichte zu generieren. Beide Funktionen der Informationssysteme wurden in dieser Arbeit untersucht.

In den Kapiteln 2 bis 4 wurde die Anreizsetzung über ein zweiperiodiges relatives Leistungsturnier zwischen zwei Agenten beleuchtet. Für die Ermittlung des Turniergewinners war die Leistung der Agenten in zwei Aufgaben entscheidend, für deren Bearbeitung sie nur eine knappe Arbeitszeit zur Verfügung hatten. Die von den Agenten in den Aufgaben erzielten Ergebnisse waren sowohl von deren Arbeitseinsätzen als auch von deren Produktivitäten abhängig. Hierbei waren die Produktivitäten allen Parteien unbekannt, jedoch besaßen alle die gleichen a priori Erwartungen hierüber. In Kapitel 2 konnte gezeigt werden, dass die Agenten bei ihrer Entscheidung über die Allokation ihrer knappen Arbeitszeit Opportunitätskosten berücksichtigen, da jede Stunde, die sie zur Bearbeitung einer Aufgabe einsetzen, nicht mehr für die Bearbeitung der anderen Aufgabe zur Verfügung steht. Des Weiteren wägen die Agenten bei der Wahl ihrer Arbeitseinsätze zwischen einer Erhöhung der Gewinnwahrscheinlichkeit und einer Erhöhung des Arbeitsleids ab. Für geringe Unterschiede zwischen den in den beiden Aufgaben erwarteten Produktivitäten ist es für die Agenten optimal, beide Aufgaben zu bearbeiten. Der Prinzipal bevorzugt hingegen eine Spezialisierung in der produktiveren Aufgabe, da er das Arbeitsleid der Agenten nicht tragen muss. Somit tritt zwischen dem Prinzipal und den Agenten ein Interessenkonflikt auf, der zu einem verringerten Überschuss des Prinzipals führt. Wie am Ende des zweiten Kapitels gezeigt wurde, kann dieser Interessenkonflikt durch eine Kopplung des Turnierpreises an das erzielte Ergebnis abgeschwächt werden, ohne dass der Prinzipal höhere erwartete Entlohnungskosten auf sich nehmen muss.

Der Interessenkonflikt zwischen dem Prinzipal und den Agenten kann auch mithilfe anderer Instrumente beeinflusst werden. Insbesondere der Einsatz zusätzlicher Informationssysteme spielt hierbei eine wichtige Rolle. In Kapitel 3 dieser Arbeit wurde untersucht, ob die Implementierung eines zusätzlichen Informationssystems, das Feedbackinformationen generiert, zu einer Abschwächung des Interessenkonflikts beitragen kann. Wie gezeigt werden konnte, erzeugt das Feedback nach seiner Veröffentlichung einen Informationseffekt. Aufgrund der neuen Informationslage revidieren die Agenten ihre Erwartungen bezüglich ihrer Produktivitäten in den beiden Aufgaben sowie ihrer Wahrscheinlichkeit, das Turnier zu gewinnen, und passen ihre Arbeitseinsätze an diese revidierten Erwartungen an. Die Anpassung der Arbeitszeitallokation kann sowohl positive als auch negative Auswirkungen auf den Überschuss des Prinzipals haben. Anhand des Beispiels eines verzerrten Produktivitätsfeedbacks konnte gezeigt werden, dass die Einführung eines Feedbackmechanismus für den Prinzipal aus der ex ante Sicht vorteilhaft ist, wenn der ex ante Interessenkonflikt ausreichend hoch und die verfügbare Arbeitszeit ausreichend restriktiv ist. Nur dann ist die Wahrscheinlichkeit für ein Ausschöpfen der Arbeitszeit nach Erhalt des Feedbacks und das Potenzial für eine Erhöhung des Überschusses des Prinzipals durch eine stärker fokussierte Arbeitszeitallokation der Agenten ausreichend hoch.

Neben dem Informationseffekt bewirkt das Feedback zusätzlich einen *signal-jamming* Effekt, wenn das Feedback von den zuvor erbrachten Arbeitseinsätzen der Agenten abhängt. Es konnte gezeigt werden, dass die Agenten durch die Ankündigung einer zu einem späteren Zeitpunkt stattfindenden Veröffentlichung des Zwischenstands im Turnier einen Anreiz haben, in der produktiveren Aufgabe einen höheren Arbeitseinsatz zu leisten. Hierdurch versuchen die Agenten ihrem Kontrahenten eine höhere Produktivität zu signalisieren. Während sich die Agenten im Gleichgewicht nicht gegenseitig täuschen können, profitiert der Prinzipal von der stärkeren Fokussierung der Agenten auf die produktivere Aufgabe, da hierdurch der Interessenkonflikt verringert und sein Überschuss gesteigert wird.

Wird ein Informationssystem zur Generierung von Feedbackinformationen implementiert, liefert dieses auch Informationen, die nach Veröffentlichung zu nachteiligen Reaktionen der Agenten führen. Somit hat der Prinzipal einen Anreiz, diese nachteiligen Informationen vor den Agenten zu verbergen. Die Entscheidung des Prinzipals, beobachtete Feedbackinformationen nicht auszuweisen, wurde in Kapitel 4 anhand eines Produktivitätsfeedbacks untersucht. Generiert das Informationssystem mit Sicherheit Feedbackinformationen, ist es für den Prinzipal im Gleichgewicht optimal, die Berichte des Informationssystems vollständig offenzulegen (*unraveling*). Ist das Informationssystem jedoch imperfekt, sodass es nicht mit Sicherheit Informationen generiert, legt der Prinzipal die Informationen strategisch offen. Es konnte gezeigt werden, dass je höher die Wahrscheinlichkeit ist, dass das Informationssystem keine Informationen generiert, desto mehr nachteilige Informationen kann der Prinzipal vor dem Agenten verbergen. Zudem ist die a priori erwartete Produktivitätsdifferenz entscheidend dafür, ob der Prinzipal bei perfekten oder verzerrten Berichten mehr nachteilige Informationen zurückhalten kann. Für geringe a priori erwartete Produktivitätsdifferenzen stellt sich der Prinzipal bei perfekten Feedbackberichten stets besser. Je höher jedoch die a priori erwartete Produktivitätsdifferenz ist, umso mehr nachteilige Informationen kann der Prinzipal bei einem verzerrten Produktivitätsbericht zurückhalten.

Die Einführung eines imperfekten Informationssystems ist für den Prinzipal nicht immer vorteilhaft. Die Unsicherheit über die Fähigkeit des Informationssystems, Informationen zu generieren, beeinflusst den Wert des Informationssystems für den Prinzipal maßgeblich. Ist die Einführung eines perfekten Informationssystems nachteilig für den Prinzipal, kann die Implementierung dieses Informationssystems nie vorteilhaft werden, wenn Unsicherheit darüber aufkommt, ob Informationen generiert werden. Ist die Einführung eines perfekten Informationssystems vorteilhaft, sinkt dessen Wert mit der Wahrscheinlichkeit für ein Ausbleiben von Informationen. Der Wertverlust aufgrund der Unsicherheit kann jedoch durch eine strategische Offenlegung von Informationen durch den Prinzipal abgeschwächt, wenn auch nicht vollständig ausgeglichen werden.

In Kapitel 5 dieser Arbeit wurde die Wirkung und die optimale Ausgestaltung von individuellen, linearen Anreizverträgen untersucht. Hierbei konnte gezeigt werden, dass der Knappheitscharakter der Arbeitszeit des Agenten bei der Wahl des Vertragsdesigns berücksichtigt werden muss, um Fehlallokationen zu vermeiden. Aufgrund der knappen Arbeitszeit berücksichtigt der Agent auch bei dieser Form der Anreizsetzung Opportunitätskosten bei der Wahl seiner Arbeitseinsätze. Dies ermöglicht es dem Prinzipal das Anreizverhältnis durch die Wahl der Beteiligungsrate zu beeinflussen und somit die gewünschte Arbeitszeitallokation aus einer größeren Menge an induzierbaren Arbeitseinsätzen zu wählen. Durch die mögliche Steuerung des Anreizverhältnisses ergeben sich schwächere Anforderungen an die Performancemaße bezüglich der Erreichung von Zielkongruenz. Es konnte gezeigt werden, dass die Vorteile der knappen Arbeitszeit aus der Annäherung an die Zielkongruenz die Nachteile aus einer geringeren Gesamtarbeitszeit überwiegen können, sodass der Prinzipal einen höheren Überschuss erzielt als bei unbeschränkter Arbeitszeit des Agenten.

Steht kein Performancemaß zur Verfügung, mit dem zielkongruentes Handeln induziert werden kann, stellt sich die Frage nach dem Wert zusätzlicher Performancemaße. Es konnte anhand einer Erweiterung auf zwei Performancemaße gezeigt werden, dass Zielkongruenz erreicht werden kann, wenn die Performancemaße linear unabhängige Sensitivitätsvektoren aufweisen. Geht in beide Performancemaße der Arbeitseinsatz der gleichen Aufgabe mit der stärkeren Gewichtung ein, ist für das Erreichen der Zielkongruenz zwingend notwendig, dass die Beteiligungsraten negative Werte annehmen können. Sind die Beteiligungsraten jedoch auf nicht negative Werte beschränkt, kann Zielkongruenz nur dann erreicht werden, wenn die Rangfolge der Aufgaben gemäß ihren Sensitivitäten im Performancemaß für die zwei verwendeten Performancemaße unterschiedlich ist. Besitzt die gleiche Aufgabe in beiden Performancemaßen die höhere Sensitivität, kann durch den Einbezug eines weiteren Performancemaßes in den Entlohnungsvertrag kein Vorteil erzielt werden. Im optimalen Entlohnungsvertrag mit nicht negativen Beteiligungsraten ist dann nur das Performancemaß enthalten, das die geringere relative Sensitivitätsdifferenz aufweist.

Um die Analysen dieser Arbeit anschaulich zu halten und die grundlegenden Trade-offs aufzuzeigen, wurde ein vereinfachter Modellrahmen gewählt. So wurden beispielsweise Risikoaspekte bei den Analysen beider Anreizmechanismen bewusst außer Acht gelassen, um die Auswirkungen der knappen Arbeitszeit der Agenten isoliert analysieren zu können. Während bei der Turnierentlohnung bei additiv separierbaren Nutzenfunktionen die Risikoeinstellung der Agenten die Ergebnisse nicht beeinflusst, hat sie bei der Anreizsetzung über ergebnisabhängige Entlohnungsverträge Auswirkungen auf das optimale Vertragsdesign. Die sich zusätzlich ergebenden Effekte bei Berücksichtigung risikoaverser Agenten bedürfen weiterer Analysen.

Einen bei der Analyse der Wirkung von Feedback in Turnieren unberücksichtigten Aspekt stellt der in anderen Arbeiten, wie beispielsweise in Ederer (2010), aufgezeigte Evaluationseffekt des Feedbacks dar. Dieser Effekt besagt, dass der durch das Feedback offengelegte Unterschied zwischen den Agenten entscheidend für das Ausmaß der Anpassung der Arbeitseinsätze nach Erhalt des Feedbacks ist. Zeigt das Feedback, dass beide Agenten noch Chancen auf den Turniergewinn haben, verstärkt sich die Intensität des Wettbewerbs unter den Agenten und erhöht deren Arbeitsanreize. Offenbart das Feedback jedoch, dass der im Turnier Führende nicht mehr eingeholt werden kann, bestehen nach Erhalt des Feedbacks für die Agenten keine weiteren Leistungsanreize. Durch die Annahme gleichverteilter Zuteilungsfehler wurde dieser Effekt in der vorliegenden Arbeit von der Analyse ausgeschlossen. Es wird jedoch erwartet, dass der Evaluationseffekt bei knapper Arbeitszeit und einem multidimensionalen Aufgabenspektrum in ähnlicher Weise wirkt, wie der Informationseffekt. Aufgrund der knappen Arbeitszeit und der hierdurch zwischen den Aufgaben bestehenden Interdependenz ist entscheidend, in welchem Aufgabenturnier die Intensität des Wettbewerbs um den Aufgabengewinn durch das Feedback erhöht wird. Zeigt das Feedback an, dass die Ergebnisse der Agenten in der weniger produktiven Aufgabe auf einem ähnlichen Niveau liegen, während in der produktiven Aufgabe ein Agent bereits mit großem Abstand führt, verzerrt das Feedback die Arbeitszeitallokation der Agenten hin zur weniger produktiven Aufgabe. Somit kann der Evaluationseffekt bei knapper Arbeitszeit und mehrdimensionalem Aufgabenspektrum zu einer Verschärfung des Interessenkonflikts führen. Gleichermaßen kann es aber auch den Interessenkonflikt verringern, wenn offengelegt wird, dass die Intensität des Wettbewerbs in der produktiveren Aufgabe hoch ist, während das Turnier um die weniger produktive Aufgabe bereits entschieden ist. Die Interaktion zwischen dem Informations- und dem Evaluationseffekt bedarf jedoch weiterer Untersuchungen, um die Frage der Vorteilhaftigkeit der Einführung eines Feedbackmechanismus abschließend klären zu können.

Einen weiteren in der Analyse dieser Arbeit nicht beachteten Aspekt stellen die Kosten der Implementierung eines Informationssystems dar. Der Einbezug der Implementierungskosten kann jedoch zu einem weiteren Trade-off führen. Ist die Einführung eines imperfekten Informationssystems weniger kostspielig als die Einführung eines Informationssystems, das mit Sicherheit Informationen generiert, können diese Einsparungen zusammen mit dem Gewinn aus der strategischen Offenlegung der Informationen die Vorteile des kostspieligeren perfekten Informationssystems übersteigen. Somit kann ein optimales Ausmaß an Unsicherheit über die Fähigkeit des Informationssystems, Informationen zu generieren, bestimmt werden. Dieser Aspekt sollte in weiterführenden Untersuchungen Beachtung finden.

Trotz dieser Limitationen der Analyse können wichtige Implikationen für die Wirkungsweise und optimale Ausgestaltung von Anreizmechanismen und Informationssystemen abgeleitet werden. Es konnte gezeigt werden, dass die in der Realität beobachteten Fehlallokationen der Arbeitszeit[1] auf eine fehlende Berücksichtigung des Knappheitscharakters der Arbeitszeit bei der Ausgestaltung von Anreizmechanismen zurückgeführt werden können. Insbesondere die von den

[1] Vgl. u.a. Bevins/Smet (2013).

Agenten bei ihrer Handlungswahl berücksichtigten Opportunitätskosten verändern die optimale Anreizsetzung. Bei der Ausgestaltung der Anreizmechanismen ist zu beachten, dass nicht in allen Aufgaben gleichzeitig mehr Arbeitseinsatz induziert werden kann, sondern jeder Anreiz für die Bearbeitung einer Aufgabe eine Abschwächung der Anreize für die Bearbeitung anderer Aufgaben nach sich zieht. Diese Interdependenz zwischen den Aufgaben wirkt sich auch auf die Art und Weise aus, wie Feedback die Arbeitseinsätze der Agenten beeinflusst, wenn sich diese einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum gegenübersehen. Während in bisherigen modelltheoretischen Analysen[2] Feedback lediglich als Instrument zur Erhöhung der Arbeitsanreize angesehen wurde, zeigt diese Arbeit, dass bei knapper Arbeitszeit der Agenten Feedbackmechanismen zusätzlich zur Steuerung der Arbeitszeitallokation herangezogen werden können. Zudem konnte gezeigt werden, dass bei der Wahl des für den Feedbackmechanismus benötigten Informationssystems perfekte Informationssysteme den teilweise nicht informativen Systemen vorzuziehen sind. Wird das Informationssystem hingegen eingesetzt, um Performancemaße zu generieren, sollte es derart ausgestaltet werden, dass es Performancemaße generiert, in denen jeweils eine andere Aufgabe mit der höchsten Gewichtung eingeht, sodass selbst bei der Verwendung von ausschließlich nicht negativen Beteiligungsraten Zielkongruenz erreicht werden kann.

Diese Arbeit liefert eine erste Analyse der Auswirkungen der in der Realität beobachteten Zeitknappheit von Managern auf die Wirkungsweise von Anreizmechanismen und Informationssystemen bei einem mehrdimensionalen Aufgabenspektrum. Die Ergebnisse dieser Arbeit bilden somit die Basis für weitere analytische und experimentelle Untersuchungen. Es konnten jedoch bereits in diesem vereinfachten Modellrahmen aufgezeigt werden, dass durch die Berücksichtigung der knappen Arbeitszeit der Manager bei der Anreizsetzung und der Ausgestaltung von Informationssystemen, wie beispielsweise dem internen Rechnungswesen, Fehlallokationen verhindert werden können und hierdurch das Unternehmensergebnis gesteigert werden kann.

[2] Vgl. u.a. Ederer (2010) und Aoyagi (2010).

Anhang A

Beweise zu Kapitel 2

A.1 Herleitung der Turniergewinnwahrscheinlichkeit bei bestehender Korrelation zwischen den Zuteilungsfehlern

Es sei angenommen, dass die Zuteilungsfehler der Dichtefunktion $f_{\varepsilon_X,\varepsilon_Y}$ folgen, mit $\varepsilon_X \in [-\bar{\varepsilon}_X, \bar{\varepsilon}_X]$ und $\varepsilon_Y \in [-\bar{\varepsilon}_Y, \bar{\varepsilon}_Y]$. Die Wahrscheinlichkeit, dass Agent i das Turnier gewinnt, beträgt

$$\begin{aligned}
\Pr(\{Turniergewinn\}) &= \Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\} \cap \left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \cdot \left[\Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i}\right\} \cap \left\{\widetilde{y}^i < \widetilde{y}^{-i}\right\}\right) + \Pr\left(\left\{\widetilde{x}^i < \widetilde{x}^{-i}\right\} \cap \left\{\widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i}\right\}\right)\right] \\
&= \Pr(\{\varepsilon_X > \Phi_X\} \cap \{\varepsilon_Y > \Phi_Y\}) \\
&\quad + \frac{1}{2} \cdot [\Pr(\{\varepsilon_X > \Phi_X\} \cap \{\varepsilon_Y < \Phi_Y\}) + \Pr(\{\varepsilon_X < \Phi_X\} \cap \{\varepsilon_Y > \Phi_Y\})]
\end{aligned}$$

mit $\Phi_X = -\frac{1}{2}\left(p_X^i \sum_{t=1}^2 e_{tX}^i - p_X^{-i} \sum_{t=1}^2 e_{tX}^{-i}\right)$ und $\Phi_Y = -\frac{1}{2}\left(p_Y^i \sum_{t=1}^2 e_{tY}^i - p_Y^{-i} \sum_{t=1}^2 e_{tY}^{-i}\right)$. Somit gilt

$$\begin{aligned}
\Pr(\{Turniergewinn\}) &= \int_{\Phi_X}^{\bar{\varepsilon}_X} \int_{\Phi_Y}^{\bar{\varepsilon}_Y} f_{\varepsilon_X,\varepsilon_Y} d\varepsilon_Y d\varepsilon_X \\
&\quad + \frac{1}{2} \cdot \left[\int_{\Phi_X}^{\bar{\varepsilon}_X} \int_{-\bar{\varepsilon}_Y}^{\Phi_Y} f_{\varepsilon_X,\varepsilon_Y} d\varepsilon_Y d\varepsilon_X + \int_{-\bar{\varepsilon}_X}^{\Phi_X} \int_{\Phi_Y}^{\bar{\varepsilon}_Y} f_{\varepsilon_X,\varepsilon_Y} d\varepsilon_Y d\varepsilon_X \right].
\end{aligned}$$

Nach Umformen folgt für die Turniergewinnwahrscheinlichkeit

$$\Pr(\{Turniergewinn\}) = \frac{1}{2} \cdot \left[\int_{\Phi_X}^{\bar{\varepsilon}_X} \int_{-\bar{\varepsilon}_Y}^{\bar{\varepsilon}_Y} f_{\varepsilon_Y|\varepsilon_X} d\varepsilon_Y \cdot f_{\varepsilon_X} d\varepsilon_X + \int_{\Phi_Y}^{\bar{\varepsilon}_Y} \int_{-\bar{\varepsilon}_X}^{\bar{\varepsilon}_X} f_{\varepsilon_X|\varepsilon_Y} d\varepsilon_X \cdot f_{\varepsilon_Y} d\varepsilon_Y\right].$$

Da $\int_{-\bar{\varepsilon}_Y}^{\bar{\varepsilon}_Y} f_{\varepsilon_Y|\varepsilon_X} d\varepsilon_Y = 1$ und $\int_{-\bar{\varepsilon}_X}^{\bar{\varepsilon}_X} f_{\varepsilon_X|\varepsilon_Y} d\varepsilon_X = 1$ gilt, entspricht die Turniergewinnwahrscheinlichkeit der gewichteten Summe der Aufgabengewinnwahrscheinlichkeiten, d.h.

$$\Pr(\{Turniergewinn\}) = \frac{1}{2} \cdot \left[\int_{\Phi_X}^{\bar{\varepsilon}_X} f_{\varepsilon_X} d\varepsilon_X + \int_{\Phi_Y}^{\bar{\varepsilon}_Y} f_{\varepsilon_Y} d\varepsilon_Y \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[F_{\varepsilon_X}(-\Phi_X) + F_{\varepsilon_Y}(-\Phi_Y) \right],$$

wie auch bei unabhängig verteilten Zuteilungsfehlern. ■

A.2 Beweis zu Proposition 2.2

Die Lagrangefunktion des Optimierungskalküls lautet

$$\begin{aligned} L \;=\; & \frac{R}{2} \cdot \left[\begin{array}{l} E\left[F_{\varepsilon_X}\left(\frac{1}{2}\left(p_X^i \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tX}^i - p_X^{-i} \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tX}^{-i}\right)\right)\right] \\ +E\left[F_{\varepsilon_Y}\left(\frac{1}{2}\left(p_Y^i \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tY}^i - p_Y^{-i} \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tY}^{-i}\right)\right)\right] \end{array} \right] \\ & -\frac{1}{2} \cdot \sum_{t=1}^{2} \left(\left(e_{tX}^i\right)^2 + \left(e_{tY}^i\right)^2 \right) - \sum_{t=1}^{2} \lambda_t \cdot \left(e_{tX}^i + e_{tY}^i - T\right), \end{aligned}$$

wobei λ_t der Lagrangemultiplikator der Nebenbedingung für Periode $t = 1,2$ darstellt. Die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen für Periode $t = 1,2$ lauten

$$\begin{array}{llll} \frac{\partial L}{\partial e_{tX}^i} = \zeta\mu_X - e_{tX}^i - \lambda_t \leq 0, & \frac{\partial L}{\partial e_{tX}^i} \cdot e_{tX}^i = 0 & \text{und} & e_{tX}^i \geq 0, \\ \frac{\partial L}{\partial e_{tY}^i} = \zeta\mu_Y - e_{tY}^i - \lambda_t \leq 0, & \frac{\partial L}{\partial e_{tY}^i} \cdot e_{tY}^i = 0 & \text{und} & e_{tY}^i \geq 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_t} = T - e_{tX}^i - e_{tY}^i \geq 0, & \frac{\partial L}{\partial \lambda_t} \cdot \lambda_t = 0 & \text{und} & \lambda_t \geq 0. \end{array}$$

Da die Zielfunktion streng konkav ist und die knappe Arbeitszeit die Agenten daran hindert, die optimalen Arbeitseinsätze des unbeschränkten Optimierungsproblems zu wählen, schöpfen die Agenten die ihnen zur Verfügung stehende Arbeitszeit in jeder Periode voll aus, d.h. es gilt $\frac{\partial L}{\partial \lambda_t} = 0 \Leftrightarrow e_{tY}^i = T - e_{tX}^i, t = 1,2$.

Entscheidet sich der Agent dafür, beide Aufgaben zu bearbeiten, d.h. $e_{tX}^i, e_{tY}^i > 0$, folgen aus den Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen $\left(\frac{\partial L}{\partial e_{tX}^i} = 0 \text{ und } \frac{\partial L}{\partial e_{tY}^i} = 0\right)$ $e_{tX}^i = \frac{T}{2} + \frac{\zeta(\mu_X - \mu_Y)}{2}$, $e_{tY}^i = \frac{T}{2} - \frac{\zeta(\mu_X - \mu_Y)}{2}$ und $\lambda_t = \frac{\zeta(\mu_X + \mu_Y)}{2} - \frac{T}{2}$. Diese Arbeitseinsätze stellen die optimale Lösung dar, wenn $e_{tX}^i > 0 \Leftrightarrow \mu_X - \mu_Y > -\frac{T}{\zeta}$, $e_{tY}^i > 0 \Leftrightarrow \mu_X - \mu_Y < \frac{T}{\zeta}$ und $\lambda_t \geq 0 \Leftrightarrow \mu_X + \mu_Y \geq \frac{T}{\zeta}$ gilt.

Im Gegensatz hierzu ist es für den Agenten optimal, nur Aufgabe k zu bearbeiten, d.h. $e_{tk}^i = T$, $e_{t,-k}^i = 0$ und $\lambda_t = \zeta\mu_k - T$, wenn $\frac{\partial L}{\partial e_{t,-k}^i} \leq 0 \;\Leftrightarrow\; \mu_k - \mu_{-k} \geq \frac{T}{\zeta}$ und $\lambda_t \geq 0 \;\Leftrightarrow\; \mu_k \geq \frac{T}{\zeta}$ gilt. Die Bedingung $\lambda_t \geq 0$ ist hierbei immer erfüllt, wenn $\mu_k - \mu_{-k} \geq \frac{T}{\zeta}$ gilt, da die erwartete Produktivität μ_{-k} per Definition strikt positiv ist.

Da das Optimierungsproblem symmetrisch für beide Agenten ist, gilt zudem im Optimum $e_{tk}^{i,*} = e_{tk}^{-i,*} = e_{tk}^*$.

Diese Ergebnisse können in den optimalen Arbeitseinsätze

$$\begin{aligned} e_{tX}^{*} &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_{\mu}}{2}, T\right\}\right\} \text{ und} \\ e_{tY}^{*} &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta\Delta_{\mu}}{2}, T\right\}\right\} \end{aligned}$$

mit $\zeta = \frac{R}{8h}$ und $\Delta_{\mu} = \mu_X - \mu_Y$ zusammengefasst werden. ■

A.3 Beweis zu Proposition 2.3

Um die optimalen Arbeitseinsätze zu bestimmen, wenn mehrere Aufgaben zur Bearbeitung stehen, können die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen herangezogen werden. Diese lauten

$$R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}^{i}}\right)^{*} - e_{tk''}^{i} - \lambda_t \leq 0,$$

$$\left(R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}^{i}}\right)^{*} - e_{tk''}^{i} - \lambda_t\right) \cdot e_{tk''}^{i} = 0$$

und $e_{tk''}^{i} \geq 0$ für alle $k'' \in K$ und $t = 1,2$ sowie

$$T - \sum_{k \in K} e_{tk}^{i} \geq 0,$$

$$\left(T - \sum_{k \in K} e_{tk}^{i}\right) \cdot \lambda_t = 0$$

und $\lambda_t \geq 0$ für alle $t = 1,2$.

Für alle bearbeiteten Aufgaben $k'' \in K'$ gilt $R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}^{i}}\right)^{*} - e_{tk''}^{i} - \lambda_t = 0$

$$\Leftrightarrow \quad e_{tk''}^{i} = R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}^{i}}\right)^{*} - \lambda_t. \tag{A.1}$$

Da die knappe Arbeitszeit die Wahl der optimalen unbeschränkten Arbeitseinsätze verhindert, wird im Gleichgewicht stets die Arbeitszeit ausgeschöpft. Folglich gilt in jeder Periode $T - \sum_{k \in K} e_{tk}^{i} = 0$. Da in allen nicht bearbeiteten Aufgaben ein Arbeitseinsatz von null geleistet wird, kann dieser Term verkürzt werden zu $T - \sum_{k \in K'} e_{tk}^{i} = 0$. Nach Einsetzen von (A.1) und Umformen gilt $\lambda_t = \frac{R \cdot \Xi \cdot \sum_{k'} \mu_{k'} - T}{n'}$ mit $\Xi = \frac{1}{4h} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \binom{n-1}{\Omega-1}$. Somit lautet der optimale Arbeitseinsatz in einer bearbeiteten Aufgabe k''

$$e_{tk''}^{i,*} = \frac{T}{n'} + \frac{R \cdot \left(\frac{\partial \Pr(\{Turniergewinn\})}{\partial e_{tk''}^{i}} \right)^{*}}{\mu_{k''}} \cdot \frac{(n'-1) \cdot \mu_{k''} - \sum_{k' \neq k''} \mu_{k'}}{n'}.$$

Aufgrund der Symmetrie der Optimierungskalküle der Agenten gilt zudem $e_{tk''}^{i,*} = e_{tk''}^{-i,*} = e_{tk''}^{*}$. ■

A.4 Herleitungen zu Abschnitt 2.5

a) Strenge Konkavität der Zielfunktion:

Zu zeigen ist, dass die Zielfunktion streng konkav ist für

$$h > \frac{\gamma}{3} \left(\mu_X^2 + \mu_Y^2 + \frac{1}{2} \sqrt{4\mu_X^4 + \mu_X^2 \mu_Y^2 + 4\mu_Y^4} \right).$$

Der erwartete Nutzen des Agenten i beträgt

$$\begin{aligned}
U_i^{\pi} &= \frac{1}{2} \cdot E\left[R^{\pi} \cdot \left(\Pr\left(\{ \widetilde{x}^i > \widetilde{x}^{-i} \} \right) + \Pr\left(\{ \widetilde{y}^i > \widetilde{y}^{-i} \} \right) \right) \right] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{2} \left[\left(e_{tX}^i \right)^2 + \left(e_{tY}^i \right)^2 \right] \\
&= \frac{\gamma}{8h} \cdot \left[\begin{array}{c}
w \left(4h + \mu_X \cdot \sum_{t=1}^2 \left(e_{tX}^i - e_{tX}^{-i} \right) + \mu_Y \cdot \sum_{t=1}^2 \left(e_{tY}^i - e_{tY}^{-i} \right) \right) \\
+4h \left(\mu_X \cdot \sum_{t=1}^2 \left(e_{tX}^i + e_{tX}^{-i} \right) + \mu_Y \cdot \sum_{t=1}^2 \left(e_{tY}^i + e_{tY}^{-i} \right) \right) \\
+\frac{4}{3} \mu_X^2 \left(\sum_{t=1}^2 e_{tX}^i \right)^2 + 2\mu_X \mu_Y \left(\sum_{t=1}^2 e_{tX}^i \right) \left(\sum_{t=1}^2 e_{tY}^i \right) \\
+\frac{4}{3} \mu_Y^2 \left(\sum_{t=1}^2 e_{tY}^i \right)^2 - \frac{4}{3} \mu_X^2 \left(\sum_{t=1}^2 e_{tX}^{-i} \right)^2 \\
-2\mu_X \mu_Y \left(\sum_{t=1}^2 e_{tX}^{-i} \right) \left(\sum_{t=1}^2 e_{tY}^{-i} \right) - \frac{4}{3} \mu_Y^2 \left(\sum_{t=1}^2 e_{tY}^{-i} \right)^2
\end{array} \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{2} \left[\left(e_{tX}^i \right)^2 + \left(e_{tY}^i \right)^2 \right].
\end{aligned}$$

Die Hessematrix lautet somit

$$H = \begin{pmatrix}
\frac{\gamma\mu_X^2}{3h} - 1 & \frac{\gamma\mu_X^2}{3h} & \frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} & \frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} \\
\frac{\gamma\mu_X^2}{3h} & \frac{\gamma\mu_X^2}{3h} - 1 & \frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} & \frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} \\
\frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} & \frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} & \frac{\gamma\mu_Y^2}{3h} - 1 & \frac{\gamma\mu_Y^2}{3h} \\
\frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} & \frac{\gamma\mu_X\mu_Y}{4h} & \frac{\gamma\mu_Y^2}{3h} & \frac{\gamma\mu_Y^2}{3h} - 1
\end{pmatrix}.$$

Damit die Zielfunktion streng konkav ist, müssen der erste und dritte Hauptminor negativ und der zweite und vierte Hauptminor positiv sein. Es gilt $D_1 = \frac{\gamma\mu_X^2}{3h} - 1$, $D_2 = 1 - \frac{2\gamma\mu_X^2}{3h}$,

$D_3 = -\frac{1}{72h^2}\left[72h^2 - 24\gamma h\left(2\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right]$ und

$$D_4 = \frac{1}{36h^2}\left[36h^2 - 24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right].$$

Der vierte Hauptminor ist positiv für

$$h > \frac{\gamma}{3}\left(\mu_X^2+\mu_Y^2+\frac{1}{2}\sqrt{4\mu_X^4+\mu_X^2\mu_Y^2+4\mu_Y^4}\right).$$

Ist dies gegeben, so sind auch die Anforderungen an die restlichen Hauptminoren erfüllt, sodass die Zielfunktion unter der Annahme $h > \frac{\gamma}{3}\left(\mu_X^2+\mu_Y^2+\frac{1}{2}\sqrt{4\mu_X^4+\mu_X^2\mu_Y^2+4\mu_Y^4}\right)$ streng konkav ist und somit die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen zur Lösung des Maximierungsproblems herangezogen werden können. ■

b) Knappe Arbeitszeit:

Zu zeigen ist, dass die Arbeitszeit knapp ist, wenn

$$T < \frac{3\gamma(w+4h)\left(\mu_X+\mu_Y\right)\left(6h-\gamma\mu_X\mu_Y\right)}{4\left(36h^2-24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right)}$$

gilt. Die Bedingungen erster Ordnung des unbeschränkten Optimierungskalküls lauten

$$\frac{\partial U_i^\pi}{\partial e_{1X}^i} = \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_X(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_X^2\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^i+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^i\right\}-e_{1X}^i=0, \quad (A.2)$$

$$\frac{\partial U_i^\pi}{\partial e_{2X}^i} = \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_X(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_X^2\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^i+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^i\right\}-e_{2X}^i=0, \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial U_i^\pi}{\partial e_{1Y}^i} = \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_Y(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_Y^2\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^i+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^i\right\}-e_{1Y}^i=0, \quad (A.4)$$

$$\frac{\partial U_i^\pi}{\partial e_{2Y}^i} = \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_Y(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_Y^2\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^i+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^i\right\}-e_{2Y}^i=0. \quad (A.5)$$

Aus (A.2) und (A.3) folgt $e_{1X}^i = e_{2X}^i = e_{tX}^i$. Aus (A.4) und (A.5) folgt $e_{1Y}^i = e_{2Y}^i = e_{tY}^i$. Somit können die Bedingungen erster Ordnung ausgedrückt werden durch

$$\frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_X(w+4h)+\frac{16}{3}\mu_X^2e_{tX}^i+4\mu_X\mu_Ye_{tY}^i\right\}-e_{tX}^i = 0 \text{ und}$$

$$\frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_Y(w+4h)+\frac{16}{3}\mu_Y^2e_{tY}^i+4\mu_X\mu_Ye_{tX}^i\right\}-e_{tY}^i = 0.$$

Durch Lösen dieses Gleichungssystems erhält man die optimalen Arbeitseinsätze des unbeschränkten Optimierungskalküls mit

$$
\begin{aligned}
e_{tX}^{\pi,i,unb} &= \frac{3\gamma\mu_X(w+4h)\left(6h-\gamma\mu_Y^2\right)}{4\left(36h^2-24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right)} \text{ und}\\
e_{tY}^{\pi,i,unb} &= \frac{3\gamma\mu_Y(w+4h)\left(6h-\gamma\mu_X^2\right)}{4\left(36h^2-24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right)}.
\end{aligned}
$$

Die verfügbare Arbeitszeit T ist folglich knapp, wenn

$$
T < e_{tX}^{\pi,i,unb} + e_{tY}^{\pi,i,unb} = \frac{3\gamma(w+4h)(\mu_X+\mu_Y)(6h-\gamma\mu_X\mu_Y)}{4\left(36h^2-24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2\right)}
$$

gilt. ■

A.5 Beweis zu Proposition 2.5

Die Lagrangefunktion des Optimierungskalküls lautet

$$
\begin{aligned}
L = \frac{\gamma}{8h}\cdot &\left[\begin{array}{c}
w\left(4h+\mu_X\cdot\sum_{t=1}^{2}\left(e_{tX}^{i}-e_{tX}^{-i}\right)+\mu_Y\cdot\sum_{t=1}^{2}\left(e_{tY}^{i}-e_{tY}^{-i}\right)\right)\\
+4h\left(\mu_X\cdot\sum_{t=1}^{2}\left(e_{tX}^{i}+e_{tX}^{-i}\right)+\mu_Y\cdot\sum_{t=1}^{2}\left(e_{tY}^{i}+e_{tY}^{-i}\right)\right)\\
+\frac{4}{3}\mu_X^2\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{i}\right)^2+2\mu_X\mu_Y\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{i}\right)\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{i}\right)\\
+\frac{4}{3}\mu_Y^2\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{i}\right)^2-\frac{4}{3}\mu_X^2\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{-i}\right)^2\\
-2\mu_X\mu_Y\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{-i}\right)\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{-i}\right)-\frac{4}{3}\mu_Y^2\left(\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{-i}\right)^2
\end{array}\right]\\
&-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{2}\left[\left(e_{tX}^{i}\right)^2+\left(e_{tY}^{i}\right)^2\right]-\sum_{t=1}^{2}\lambda_t\left(e_{tX}^{i}+e_{tY}^{i}-T\right),
\end{aligned}
$$

sodass die folgenden Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen resultieren:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial e_{1X}^{i}} &= \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_X(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_X^2\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{i}+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{i}\right\}-e_{1X}^{i}-\lambda_1\le 0,\\
\frac{\partial L}{\partial e_{2X}^{i}} &= \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_X(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_X^2\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{i}+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{i}\right\}-e_{2X}^{i}-\lambda_2\le 0,\\
\frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^{i}} &= \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_Y(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_Y^2\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{i}+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{i}\right\}-e_{1Y}^{i}-\lambda_1\le 0,\\
\frac{\partial L}{\partial e_{2Y}^{i}} &= \frac{\gamma}{8h}\cdot\left\{\mu_Y(w+4h)+\frac{8}{3}\mu_Y^2\sum_{t=1}^{2}e_{tY}^{i}+2\mu_X\mu_Y\sum_{t=1}^{2}e_{tX}^{i}\right\}-e_{2Y}^{i}-\lambda_2\le 0,\\
\frac{\partial L}{\partial\lambda_1} &= T-e_{1X}^{i}-e_{1Y}^{i}\ge 0,
\end{aligned}
$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = T - e^i_{2X} - e^i_{2Y} \geq 0 \quad \text{sowie}$$
$$\frac{\partial L}{\partial e^i_{tX}} \cdot e^i_{tX} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial e^i_{tY}} \cdot e^i_{tY} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_t} \cdot \lambda_t = 0 \quad \text{und}$$
$$e^i_{tX} \geq 0, \; e^i_{tY} \geq 0, \; \lambda_t \geq 0 \quad \text{für } t = 1,2.$$

Da zwischen den Perioden keine zusätzliche Information bekannt wird, ist es für die Agenten optimal, in beiden Perioden die gleiche Arbeitszeitallokation zu wählen, d.h. $e^i_{1k} = e^i_{2k} = e^i_{tk}$. Folglich können die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen verkürzt werden zu

$$\frac{\partial L}{\partial e^i_{tX}} = \frac{\gamma}{8h} \cdot \left\{ \mu_X (w+4h) + \frac{16}{3}\mu_X^2 e^i_{tX} + 4\mu_X\mu_Y e^i_{tY} \right\} - e^i_{tX} - \lambda_t \leq 0,$$
$$\frac{\partial L}{\partial e^i_{tY}} = \frac{\gamma}{8h} \cdot \left\{ \mu_Y (w+4h) + \frac{16}{3}\mu_Y^2 e^i_{tY} + 4\mu_X\mu_Y e^i_{tX} \right\} - e^i_{tY} - \lambda_t \leq 0,$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_t} = T - e^i_{tX} - e^i_{tY} \geq 0 \quad \text{sowie}$$
$$\frac{\partial L}{\partial e^i_{tX}} \cdot e^i_{tX} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial e^i_{tY}} \cdot e^i_{tY} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_t} \cdot \lambda_t = 0 \quad \text{und}$$
$$e^i_{tX} \geq 0, \quad e^i_{tY} \geq 0, \quad \lambda_t \geq 0 \quad \text{für } t = 1,2.$$

Die knappe Arbeitszeit ist derart definiert, dass sie den Agenten nicht ermöglicht, die optimalen Arbeitseinsätze des unbeschränkten Optimierungskalküls zu wählen. Im Optimum binden folglich die Nebenbedingungen, d.h. $\frac{\partial L}{\partial \lambda_t} = 0 \Leftrightarrow e^i_{tY} = T - e^i_{tX}$. Dies bedeutet, dass die verfügbare Arbeitszeit in beiden Perioden ausgeschöpft wird. Werden beide Aufgaben bearbeitet, d.h. gilt $e^i_{tX} > 0$ und $e^i_{tY} > 0$ sowie $\frac{\partial L}{\partial e^i_{tX}} = 0$ und $\frac{\partial L}{\partial e^i_{tY}} = 0$, folgt

$$\begin{aligned}
e^i_{tX} &= \frac{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_Y^2 + 6h}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right) + 6h} \cdot \frac{T}{2} + \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{8\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right) + 6h\right)}, \\
e^i_{tY} &= \frac{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_X^2 + 6h}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right) + 6h} \cdot \frac{T}{2} - \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{8\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right) + 6h\right)} \quad \text{und} \\
\lambda_t &= \frac{\gamma(w+4h)\left(3h - \frac{1}{2}\gamma\mu_X\mu_Y\right)(\mu_X+\mu_Y) - \frac{2}{3}T\left(7\gamma^2\mu_X^2\mu_Y^2 - 24\gamma h\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right) + 36h^2\right)}{8h\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right) + 6h\right)}.
\end{aligned}$$

Diese Arbeitseinsätze sind optimal, solange sie nicht die verfügbare Arbeitszeit überschreiten bzw. negativ werden. Da außerdem die Optimierungskalküle der beiden Agenten symmetrisch sind, gilt $e^{\pi,i,*}_{tk} = e^{\pi,-i,*}_{tk} = e^{\pi,*}_{tk}$. Die optimale Arbeitszeitallokation lautet folglich

$$e^{\pi,*}_{tX} = \max\left\{0, \min\left\{ \frac{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_Y^2 + 6h}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right) + 6h} \cdot \frac{T}{2} + \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X-\mu_Y)}{8\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)+6h\right)}, T \right\}\right\}$$

und

$$e_{tY}^{\pi,*} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_X^2 + 6h}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right) + 6h} \cdot \frac{T}{2} - \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{8\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right) + 6h\right)}, T\right\}\right\}. \blacksquare$$

A.6 Beweis zu Proposition 2.6

Der optimale Arbeitseinsatz des Agenten bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis $R^{äq} = \gamma\left(w + 4\left(\mu_X - \mu_Y\right)e_{tX}^{\pi,*} + 4\mu_Y T\right)$ lautet für Aufgabe X $e_{tX}^{äq,*} = \frac{T}{2} + \frac{R^{äq}(\mu_X - \mu_Y)}{16h}$ (siehe Proposition 2.2). Der Unterschied im Arbeitseinsatz in Aufgabe X unter den beiden Preisregimen beträgt folglich $e_{tX}^{\pi,*} - e_{tX}^{äq,*} = \frac{\gamma\cdot(\mu_X - \mu_Y)\cdot\Theta_1}{\Theta_2}$ mit

$$\Theta_1 = 4\left(\mu_X + \mu_Y\right)\left(2h + \gamma\mu_X\mu_Y\right)T + w\gamma\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right) + 12h\left(4h - \gamma\left(\mu_X - \mu_Y\right)^2\right) > 0$$

und

$$\Theta_2 = 32h\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 2\gamma\left(\mu_X^2 + \mu_Y^2\right) + 6h\right) > 0.$$

Mit $e_{tY}^{\pi,*} = T - e_{tX}^{\pi,*}$ und $e_{tY}^{äq,*} = T - e_{tX}^{äq,*}$ gilt $e_{tY}^{\pi,*} - e_{tY}^{äq,*} = -\frac{\gamma\cdot(\mu_X - \mu_Y)\cdot\Theta_1}{\Theta_2}$. Folglich ist das Vorzeichen der Differenz der a priori erwarteten Produktivitäten ausschlaggebend für das Vorzeichen der Differenz der Arbeitseinsätze unter den beiden Preisregimen. Es gilt $e_{tk}^{\pi,*} - e_{tk}^{äq,*} > 0$, wenn $\mu_k > \mu_{-k}$, und $e_{tk}^{\pi,*} - e_{tk}^{äq,*} < 0$, wenn $\mu_k < \mu_{-k}$. $\blacksquare$

A.7 Beweis zu Proposition 2.7

Erwartet der Agent, in Aufgabe X produktiver zu sein, d.h. gilt $\mu_X > \mu_Y$, wählt er bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis die Spezialisierungslösung $e_{tX}^{\pi,*} = T$ und $e_{tY}^{\pi,*} = 0$ für $T < \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{4\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_X^2 + 6h\right)}$. Ein äquivalenter fixer Turnierpreis beträgt dann $R^{äq'} = \gamma\cdot\left[w + 4\mu_X T\right]$. Wie im Beweis zu Proposition 2.2 gezeigt, wendet der Agent bei einem fixen Turnierpreis die gesamte Arbeitszeit für Aufgabe X auf, wenn $\mu_X - \mu_Y > \frac{8hT}{R} \Leftrightarrow R\left(\mu_X - \mu_Y\right) - 8hT > 0$ gilt. Werden in $R\left(\mu_X - \mu_Y\right) - 8hT$ die Werte für die Arbeitszeit, bei der bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis gerade diese Spezialisierungslösung gewählt wird, $T' = \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{4\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_X^2 + 6h\right)}$, und für den Turnierpreis den zu dieser Spezialisierungslösung äquivalenten Turnierpreis, $R^{äq'} = \gamma\cdot\left[w + 4\mu_X T'\right]$, eingesetzt, gilt[1]

$$R^{äq'}\left(\mu_X - \mu_Y\right) - 8hT' = -\gamma\underbrace{\left(\mu_X - \mu_Y\right)}_{>0}\underbrace{\frac{\gamma w\mu_X^2 + 12h\left(2h - \gamma\mu_X\left(\mu_X - \mu_Y\right)\right)}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_X^2 + 6h}}_{>0} < 0.$$

[1] Es wird unterstellt, dass die Arbeitszeit auch bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis knapp ist, d.h. $T' = \frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{4\left(3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_X^2 + 6h\right)} < \frac{R^{äq'}(\mu_X + \mu_Y)}{8h}$ gilt.

Folglich bearbeitet der Agent bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis für $T = T'$ beide Aufgaben, während er bei einem ergebnisabhängigen Turnierpreis bereits die Spezialisierungslösung wählt. Der Beweis für $\mu_X < \mu_Y$ verläuft analog. Die zu betrachtenden Werte lauten dann $T'' = -\frac{3\gamma(w+4h)\cdot(\mu_X-\mu_Y)}{4\left(3\gamma\mu_X\mu_Y-4\gamma\mu_Y^2+6h\right)}$ und $R^{\ddot{a}q''} = \gamma \cdot [w + 4\mu_Y T]$. Bei einem fixen Turnierpreis wählt der Agent die Randlösung $e_{tX}^* = 0$ und $e_{tY}^* = T$, wenn $\mu_X - \mu_Y < -\frac{8hT}{R} \Leftrightarrow R(\mu_X - \mu_Y) + 8hT < 0$ gilt. Einsetzen der Werte in $R(\mu_X - \mu_Y) + 8hT$ liefert

$$R^{\ddot{a}q''}(\mu_X - \mu_Y) + 8hT'' = -\gamma \underbrace{(\mu_X - \mu_Y)}_{<0} \underbrace{\frac{\gamma w \mu_Y^2 + 12h\left(2h + \gamma\mu_Y(\mu_X - \mu_Y)\right)}{3\gamma\mu_X\mu_Y - 4\gamma\mu_Y^2 + 6h}}_{>0} > 0.$$

Dies bedeutet wiederum, dass der Agent bei einer ergebnisabhängigen Entlohnung für $T = T''$ bereits die Spezialisierungslösung wählt, während er bei einem äquivalenten fixen Turnierpreis beide Aufgaben bearbeitet. ■

Anhang B

Beweise zu Kapitel 3

B.1 Beweis zu Proposition 3.1

Die Lagrangefunktion des Optimierungsproblems von Agent i in der zweiten Periode lautet

$$\begin{aligned} L \quad = \quad & \frac{R}{2} \cdot \left[\begin{array}{l} E\left[F_{\varepsilon_X}\left(\frac{1}{2}\left(p_X^i \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tX}^i - p_X^{-i} \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tX}^{-i}\right)\right) \middle| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right] \\ +E\left[F_{\varepsilon_Y}\left(\frac{1}{2}\left(p_Y^i \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tY}^i - p_Y^{-i} \cdot \sum_{t=1}^2 e_{tY}^{-i}\right)\right) \middle| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right] \end{array} \right] \\ & -\frac{1}{2} \cdot \left[\left(e_{2X}^i\right)^2 + \left(e_{2Y}^i\right)^2\right] - \lambda_2 \cdot \left(e_{2X}^i + e_{2Y}^i - T\right). \end{aligned}$$

Die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen ergeben sich somit zu

$$\begin{array}{lll} \frac{\partial L}{\partial e_{2X}^i} = \zeta \cdot E\left[p_X^i \middle| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right] - e_{2X}^i - \lambda_2 \leq 0, & \frac{\partial L}{\partial e_{2X}^i} \cdot e_{2X}^i = 0 \quad \text{und} & e_{2X}^i \geq 0, \\ \frac{\partial L}{\partial e_{2Y}^i} = \zeta \cdot E\left[p_Y^i \middle| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right] - e_{2Y}^i - \lambda_2 \leq 0, & \frac{\partial L}{\partial e_{2Y}^i} \cdot e_{2Y}^i = 0 \quad \text{und} & e_{2Y}^i \geq 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = T - e_{2X}^i - e_{2Y}^i \geq 0, & \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} \cdot \lambda_2 = 0 \quad \text{und} & \lambda_2 \geq 0. \end{array}$$

Wird zunächst angenommen, dass der Agent die ihm zur Verfügung stehende Arbeitszeit vollständig ausschöpft, d.h. bindet die Nebenbedingung ($\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0 \Leftrightarrow e_{2Y}^i = T - e_{2X}^i$), lauten, nach Durchführung ähnlicher Berechnungen wie im Beweis zu Proposition 2.2 in Anhang A.2, die optimalen Arbeitseinsätze

$$\begin{aligned} e_{2X}^i \quad &= \quad \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta \cdot \left(E\left[p_X^i \middle| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right] - E\left[p_Y^i \middle| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right]\right)}{2}, T\right\}\right\} \text{ und} \\ e_{2Y}^i \quad &= \quad \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta \cdot \left(E\left[p_X^i \middle| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right] - E\left[p_Y^i \middle| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right]\right)}{2}, T\right\}\right\}. \end{aligned}$$

Die Revision der Erwartungen über die Produktivitäten nach Erhalt des Feedbacks kann jedoch dazu führen, dass die verfügbare Arbeitszeit den Agenten nicht länger in seiner Arbeitszeitwahl beschränkt und er die Arbeitszeit nicht mehr vollständig ausschöpft, d.h. $\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} > 0$ und $\lambda_2 = 0$. Dies ist der Fall, wenn

$$E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right] + E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right] < \frac{T}{\zeta}$$

gilt. Für den Agenten ist es dann optimal, beide Aufgaben zu bearbeiten, d.h. die Arbeitseinsätze $e_{2X}^i = \zeta E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right]$ und $e_{2Y}^i = \zeta E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right]$ zu wählen, wenn $e_{2X}^i > 0$ $\Leftrightarrow$ $E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right] > 0$, $e_{2Y}^i > 0$ $\Leftrightarrow$ $E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right] > 0$ und $\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} > 0$ $\Leftrightarrow$ $E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right] + E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right] < \frac{T}{\zeta}$ gilt. Nur Aufgabe k zu bearbeiten ist optimal, wenn die revidierte Erwartung über die Produktivität in Aufgabe $-k$ kleiner oder gleich null ist, d.h. $\frac{\partial L}{\partial e_{2,-k}^i} \leq 0 \Leftrightarrow E\left[p_{-k}^i \left| S_{-k}, e_{1,-k}^i, \widehat{e_{1,-k}^{-i}}\right.\right] \leq 0$. Da der Agent jedoch weiß, dass seine Produktivität im Intervall $[0, 2\mu_{-k}]$ liegt, wird der revidierte Erwartungswert nie negativ. Die optimalen Arbeitseinsätze, wenn die verfügbare Arbeitszeit nicht vollständig ausgeschöpft wird, lauten somit $e_{2X}^i = \zeta \cdot E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right] \geq 0$ und $e_{2Y}^i = \zeta \cdot E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right] \geq 0$.

Fasst man beide Überlegungen über das Ausschöpfen der Arbeitszeit zusammen, gilt für die optimalen Arbeitseinsätze nach Erhalt des Feedbacks

$$\begin{aligned}
e_{2X}^{i,\star} &= \max\left\{0, \min\left\{\begin{array}{c} \zeta E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right], \\ \frac{T}{2} + \frac{\zeta\left(E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right] - E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right]\right)}{2}, T \end{array}\right\}\right\} \text{ und} \\
e_{2Y}^{i,\star} &= \max\left\{0, \min\left\{\begin{array}{c} \zeta E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right], \\ \frac{T}{2} - \frac{\zeta\left(E\left[p_X^i \left| S_X, e_{1X}^i, \widehat{e_{1X}^{-i}}\right.\right] - E\left[p_Y^i \left| S_Y, e_{1Y}^i, \widehat{e_{1Y}^{-i}}\right.\right]\right)}{2}, T \end{array}\right\}\right\}. \blacksquare
\end{aligned}$$

B.2 Herleitungen zu Abschnitt 3.3.2

a) Veranschaulichung der Möglichkeit der Einflussnahme auf die Arbeitszeitallokationen der zweiten Periode anhand eines linearen Revisionsprozesses:

Um zu veranschaulichen, wie durch die Wahl des Arbeitseinsatzes in der ersten Periode die Arbeitszeitallokationen der zweiten Periode beeinflusst werden können, wird vereinfachend angenommen, dass die Erwartungsrevision einem linearen Schätzer der Form[1]

$$E^i\left[p_k^i \left| S_k, e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right] = \mu_k + \beta_k^i \cdot \left(\overline{S}_k - E^i\left[S_k \left| e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]\right) \tag{B.1}$$

folgt, wobei $\overline{S}_k$ den realisierten Feedbackbericht darstellt und $\beta_k^i = \frac{Cov\left(p_k^i, S_k\right)}{Var(S_k)}$ gilt.[2] Des

[1] Der Exponent am Erwartungswertoperator gibt an, wer Erwartungen bildet.

[2] Siehe Feldman/Fox (1991, S. 246).

Weiteren sei unterstellt, dass der Feedbackbericht eine Funktion der Arbeitseinsätze der ersten Periode, e_{1k}^{i} und e_{1k}^{-i}, ist.

Zunächst wird der Einfluss des Arbeitseinsatzes eines Agenten in der ersten Periode auf seinen Arbeitseinsatz in der zweiten Periode betrachtet. Agent i revidiert in der zweiten Periode, wie in (B.1) beschrieben, seine Erwartung über seine Produktivität in Aufgabe k. Hierbei hängt der Regressionskoeffizient β_k^i und der a priori erwartete Feedbackbericht $E^i\left[S_k\left|e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]$ von dem von Agenten i in der ersten Periode gewählten Arbeitseinsatz, e_{1k}^{i}, und seiner Vermutung über den Arbeitseinsatz seines Kontrahenten in der ersten Periode, $\widehat{e_{1k}^{-i}}$, ab. Zu Beginn des Turniers, wenn Agent i seine Arbeitseinsätze für die erste Periode wählt, erwartet er, dass seine Erwartungsrevision nach Erhalt des Feedbacks gemäß

$$E^i\left[E^i\left[p_k^i\left|S_k,e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]\right]=\mu_k+\beta_k^i\cdot\underbrace{\left(E^i\left[S_k\left|e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]-E^i\left[S_k\left|e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]\right)}_{=0}$$

verläuft. Folglich entspricht seine Erwartung über den revidierten Erwartungswert der Produktivität der a priori erwarteten Produktivität, d.h. $E^i\left[E^i\left[p_k^i\left|S_k,e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]\right]=\mu_k$. Da der Agent seine eigene Erwartungsrevision nicht beeinflussen kann, ist auch die Höhe des optimalen Arbeitseinsatzes der zweiten Periode unabhängig vom eigenen gewählten Arbeitseinsatz der ersten Periode, d.h. $\frac{\partial e_{2k}^{i,\star}}{\partial e_{1k}^{i}}=0$.

Wird die Erwartungsrevision des Kontrahenten in der zweiten Periode betrachtet, gilt

$$E^{-i}\left[p_k^{-i}\left|S_k,e_{1k}^{-i},\widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]=\mu_k+\beta_k^{-i}\cdot\left(\overline{S}_k-E^{-i}\left[S_k\left|e_{1k}^{-i},\widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right).$$

Der Regressionskoeffizient β_k^{-i} und die a priori Erwartung des Agenten $-i$ über das Feedback sind nun Funktionen des tatsächlich gewählten Arbeitseinsatzes des Agenten $-i$, e_{1k}^{-i}, und dessen Vermutung über den gewählten Arbeitseinsatz des Agenten i, $\widehat{e}_{1k}^{i}$. Bildet Agent i in der ersten Periode Erwartungen darüber, wie Agent $-i$ in der zweiten Periode seine Erwartungen revidiert, gilt

$$E^i\left[E^{-i}\left[p_k^{-i}\left|S_k,e_{1k}^{-i},\widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right]=\mu_k+E^i\left[\beta_k^{-i}\right]\cdot\left(E^i\left[S_k\left|e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]-E^i\left[E^{-i}\left[S_k\left|e_{1k}^{-i},\widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right]\right),$$

wobei $E^i\left[\beta_k^{-i}\right]$ und $E^i\left[E^{-i}\left[S_k\left|e_{1k}^{-i},\widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right]$ Funktionen der Vermutungen über die Arbeitseinsätze $\widehat{e}_{1k}^{i}$ und $\widehat{e_{1k}^{-i}}$ sind, während $E^i\left[S_k\left|e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]$ eine Funktion des eigenen tatsächlich gewählten Arbeitseinsatzes, e_{1k}^{i}, und der Vermutung über den Arbeitseinsatz des Gegenspielers, $\widehat{e_{1k}^{-i}}$, darstellt. Somit egalisiert sich der Klammerterm nicht zwangsläufig, d.h. $E^i\left[S_k\left|e_{1k}^{i},\widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]\gtreqless E^i\left[E^{-i}\left[S_k\left|e_{1k}^{-i},\widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right]$. Durch den Arbeitseinsatz in der ersten Periode, kann Agent i den Feedbackbericht zu seinen Gunsten verändern. Agent $-i$ kann den Arbeitseinsatz von Agent i jedoch nicht beobachten, wodurch er die Beeinflussungsaktivität bei seiner Erwartungsrevision nicht berücksichtigen kann. Agent i hat somit eine Möglichkeit auf den optimalen Arbeitseinsatz des Gegenspielers in der zweiten Periode Einfluss zu nehmen. Die von Agent i erwartete marginale Einflussmöglichkeit ist gegeben durch

$$\frac{\partial E^i\left[E^{-i}\left[p_k^{-i}\left|S_k, e_{1k}^{-i}, \widehat{e}_{1k}^{i}\right.\right]\right]}{\partial e_{1k}^i} = E^i\left[\beta_k^{-i}\right] \cdot \frac{\partial E^i\left[S_k\left|e_{1k}^i, \widehat{e_{1k}^{-i}}\right.\right]}{\partial e_{1k}^i}. \blacksquare$$

b) Herleitung der Optimalitätsbedingungen:

In der ersten Periode lautet die Lagrangefunktion zum Optimierungsproblem von Agent i

$$\begin{aligned} L \;=\; & \frac{R}{2} \cdot \left(\begin{array}{c} E\left[F_{\varepsilon_X}\left(\frac{1}{2}\left(p_X^i \cdot \left(e_{1X}^i + e_{2X}^{i,\star}\right) - p_X^{-i} \cdot \left(e_{1X}^{-i} + e_{2X}^{-i,\star}\right)\right)\right)\right] \\ +E\left[F_{\varepsilon_Y}\left(\frac{1}{2}\left(p_Y^i \cdot \left(e_{1Y}^i + e_{2Y}^{i,\star}\right) - p_Y^{-i} \cdot \left(e_{1Y}^{-i} + e_{2Y}^{-i,\star}\right)\right)\right)\right] \end{array} \right) \\ & -\frac{1}{2}\left(e_{1X}^i\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot E\left[\left(e_{2X}^{i,\star}\right)^2\right] - \frac{1}{2}\left(e_{1Y}^i\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot E\left[\left(e_{2Y}^{i,\star}\right)^2\right] - \lambda_1 \cdot \left(e_{1X}^i + e_{1Y}^i - T\right). \end{aligned}$$

Die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen ergeben sich somit zu

$$\begin{array}{llll} \frac{\partial L}{\partial e_{1X}^i} = \zeta \cdot \left(\mu_X - \Gamma_X^i\right) - e_{1X}^i - \lambda_1 \leq 0, & \frac{\partial L}{\partial e_{1X}^i} \cdot e_{1X}^i = 0 & \text{und} & e_{1X}^i \geq 0, \\ \frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^i} = \zeta \cdot \left(\mu_Y - \Gamma_Y^i\right) - e_{1Y}^i - \lambda_1 \leq 0, & \frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^i} \cdot e_{1Y}^i = 0 & \text{und} & e_{1Y}^i \geq 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = T - e_{1X}^i - e_{1Y}^i \geq 0, & \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} \cdot \lambda_1 = 0 & \text{und} & \lambda_1 \geq 0, \end{array}$$

mit den *signal-jamming* Komponenten

$$\begin{aligned} \Gamma_X^i &= E\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2X}^{-i,\star}}{\partial e_{1X}^i}\right] + E\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2Y}^{-i,\star}}{\partial e_{1X}^i}\right] \text{ und} \\ \Gamma_Y^i &= E\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2X}^{-i,\star}}{\partial e_{1Y}^i}\right] + E\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2Y}^{-i,\star}}{\partial e_{1Y}^i}\right]. \end{aligned}$$

Wird zunächst angenommen, dass der Agent die Arbeitszeit nicht vollständig ausschöpft, d.h. $\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} > 0$ und $\lambda_1 = 0$, löst der optimale Arbeitseinsatz in Aufgabe X, $e_{1X}^{i,\star}$, die Gleichung

$$\left[\zeta \cdot \left(\mu_X - \Gamma_X^i\right) - e_{1X}^{i,\star}\right] \cdot e_{1X}^{i,\star} = 0$$

und der optimale Arbeitseinsatz in Aufgabe Y, $e_{1Y}^{i,\star}$, die Gleichung

$$\left[\zeta \cdot \left(\mu_Y - \Gamma_Y^i\right) - e_{1Y}^{i,\star}\right] \cdot e_{1Y}^{i,\star} = 0.$$

Die Lösung $e_{1X}^{i,\star} = 0$ ist optimal, wenn $\frac{\partial L}{\partial e_{1X}^i} \leq 0$ gilt. Die Lösung $e_{1Y}^{i,\star} = 0$ ist optimal, wenn $\frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^i} \leq 0$ gilt.

Wird jedoch angenommen, dass der Agent die ihm zur Verfügung stehende Arbeitszeit vollständig ausschöpft, d.h. $\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 0$ und $e_{1Y}^i = T - e_{1X}^i$, löst der optimale Arbeitseinsatz in

Aufgabe X in der ersten Periode, $e_{1X}^{i,\star}$, die Gleichungen

$$\frac{T}{2}+\frac{\zeta}{2}\cdot\left(\mu_X-\mu_Y-\left(\Gamma_X^i-\Gamma_Y^i\right)\right)-e_{1X}^{i,\star}=0$$

und $e_{1Y}^{i,\star}=T-e_{1X}^{i,\star}$, wenn es optimal ist, beide Aufgaben zu bearbeiten. Dies ist der Fall, wenn $e_{1X}^{i,\star}>0$, $e_{1Y}^{i,\star}>0$ und $\lambda_1=\zeta\cdot\left(\mu_X-\Gamma_X^i\right)-e_{1X}^{i,\star}\geq 0$. Gilt jedoch $\frac{\partial L}{\partial e_{1X}^i}\leq 0$ und $\lambda_1=\zeta\cdot\left(\mu_Y-\Gamma_Y^i\right)-T\geq 0$ ($\frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^i}\leq 0$ und $\lambda_1=\zeta\cdot\left(\mu_X-\Gamma_X^i\right)-T\geq 0$), ist die optimale Arbeitszeitallokation die Spezialisierung in einer Aufgabe, d.h. $e_{1X}^{i,\star}=0$ und $e_{1Y}^{i,\star}=T$ ($e_{1X}^{i,\star}=T$ und $e_{1Y}^{i,\star}=0$). ■

B.3 Herleitungen zu Abschnitt 3.4.1

a) Herleitung des Revisionsprozesses, wenn das Feedback verzerrte Informationen über die Produktivitäten enthält:

Gemäß den Annahmen gilt $S_k^i=p_k^i+\theta_k^i$ mit $p_k^i\sim U\left(0,2\mu_k\right)$ und $\theta_k^i\sim U\left(-\alpha_k^i,\alpha_k^i\right)$. Folglich sind die Dichtefunktionen von p_k^i und θ_k^i gegeben durch

$$\begin{aligned} f_{p_k^i} &= \begin{cases}\frac{1}{2\mu_k} & \text{für}\quad 0\leq p_k^i\leq 2\mu_k\\ 0 & \text{sonst}\end{cases} \quad \text{und}\\ f_{\theta_k^i} &= \begin{cases}\frac{1}{2\alpha_k^i} & \text{für}\quad -\alpha_k^i\leq\theta_k^i\leq\alpha_k^i\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}\quad. \end{aligned}$$

Da die Produktivität p_k^i und der Störterm θ_k^i als voneinander unabhängig angenommen sind, gilt für ihre gemeinsame Dichtefunktion

$$f_{p_k^i,\theta_k^i}=f_{p_k^i}\cdot f_{\theta_k^i}=\begin{cases}\frac{1}{4\mu_k\alpha_k^i} & \text{für}\quad 0\leq p_k^i\leq 2\mu_k \text{ und } -\alpha_k^i\leq\theta_k^i\leq\alpha_k^i\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}\quad.$$

Um die gemeinsame Dichtefunktion von p_k^i und S_k^i zu bestimmen, werden die folgenden Transformationen durchgeführt[3]:

$$\xi_1:=p_k^i\quad\text{und}\quad\xi_2:=S_k^i=p_k^i+\theta_k^i.$$

Für die Umkehrungen der Transformationen, $g\left(\cdot\right)$, gilt somit

$$\begin{aligned} p_k^i &= g_1\left(\xi_1,\xi_2\right)=\xi_1 \text{ und}\\ \theta_k^i &= g_2\left(\xi_1,\xi_2\right)=\xi_2-\xi_1. \end{aligned}$$

[3] Siehe DeGroot/Schervish (2012, S. 182f).

Die gemeinsame Dichtefunktion von p_k^i und S_k^i kann durch

$$f_{p_k^i,S_k^i}(\xi_1,\xi_2) = f_{p_k^i,\theta_k^i}\left[g_1(\xi_1,\xi_2), g_2(\xi_1,\xi_2)\right] \cdot |J|$$

bestimmt werden, wobei die Funktionaldeterminante der Umkehrung der Transformation

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial p_k^i}{\partial \xi_1} & \frac{\partial p_k^i}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \theta_k^i}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \theta_k^i}{\partial \xi_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

beträgt. Somit gilt für die gemeinsame Dichtefunktion der Produktivität p_k^i und dem Feedbacksignal $S_k^i = p_k^i + \theta_k^i$

$$f_{p_k^i,S_k^i} = \begin{cases} \frac{1}{4\mu_k \alpha_k^i} & \text{für} \quad 0 \leq p_k^i \leq 2\mu_k \text{ und } -\alpha_k^i \leq S_k^i - p_k^i \leq \alpha_k^i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Die Dichtefunktion des Feedbacksignals S_k^i kann nun bestimmt werden mit

$$f_{S_k^i} = \int f_{p_k^i}\left(p_k^i\right) \cdot f_{\theta_k^i}\left(S_k^i - p_k^i\right) dp_k^i = \begin{cases} \frac{S_k^i + \alpha_k^i}{4\mu_k \alpha_k^i} & \text{für} \quad -\alpha_k^i \leq S_k^i \leq \alpha_k^i \\ \frac{1}{2\mu_k} & \text{für} \quad \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k - \alpha_k^i \\ \frac{2\mu_k + \alpha_k^i - S_k^i}{4\mu_k \alpha_k^i} & \text{für} \quad 2\mu_k - \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k + \alpha_k^i \end{cases}.$$

Durch Anwendung des Theorems von Bayes resultiert die auf das Feedbacksignal bedingte Dichtefunktion der Produktivität

$$f_{p_k^i|S_k^i} = \begin{cases} \frac{1}{S_k^i + \alpha_k^i} & \text{für} \quad -\alpha_k^i \leq S_k^i \leq \alpha_k^i & \text{und} \quad 0 \leq p_k^i \leq S_k^i + \alpha_k^i \\ \frac{1}{2\alpha_k^i} & \text{für} \quad \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k - \alpha_k^i & \text{und} \quad S_k^i - \alpha_k^i \leq p_k^i \leq S_k^i + \alpha_k^i, \\ \frac{1}{2\mu_k + \alpha_k^i - S_k^i} & \text{für} \quad 2\mu_k - \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k + \alpha_k^i & \text{und} \quad S_k^i - \alpha_k^i \leq p_k^i \leq 2\mu_k \end{cases}$$

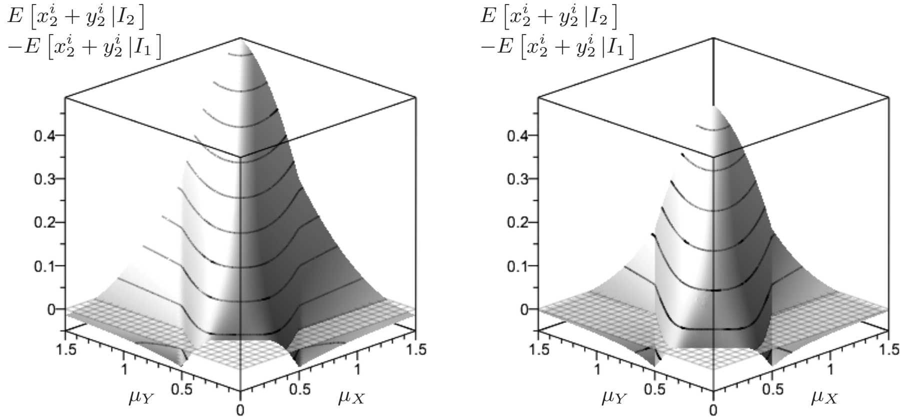
sodass sich für den bedingten Erwartungswert $E\left[p_k^i \middle| S_k^i\right] = \int p_k^i \cdot f_{p_k^i|S_k^i} dp_k^i$ der Ausdruck

$$E\left[p_k^i \middle| S_k^i\right] = \begin{cases} \frac{S_k^i + \alpha_k^i}{2} & \text{für} \quad -\alpha_k^i \leq S_k^i \leq \alpha_k^i \\ S_k^i & \text{für} \quad \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k - \alpha_k^i \\ \frac{S_k^i + 2\mu_k - \alpha_k^i}{2} & \text{für} \quad 2\mu_k - \alpha_k^i \leq S_k^i \leq 2\mu_k + \alpha_k^i \end{cases}$$

ergibt. ■

b) Variation: unverzerrtes Feedbacksignal ($\alpha_k^i = 0$):

Um die Auswirkungen der Präzision des Feedbacksignals zu veranschaulichen, werden die Resultate aus Abschnitt 3.4.1 den Resultaten bei einem unverzerrten Produktivitätssignal gegenübergestellt. Abbildung B.1 zeigt die Zugewinne bzw. Verluste bezüglich des erwar-



(a) Perfektes Produktivitätssignal ($\alpha_k^i = 0$) (b) Verzerrtes Produktivitätssignal ($\alpha_k^i = \mu_k$)

$T = 1, \zeta = 2$

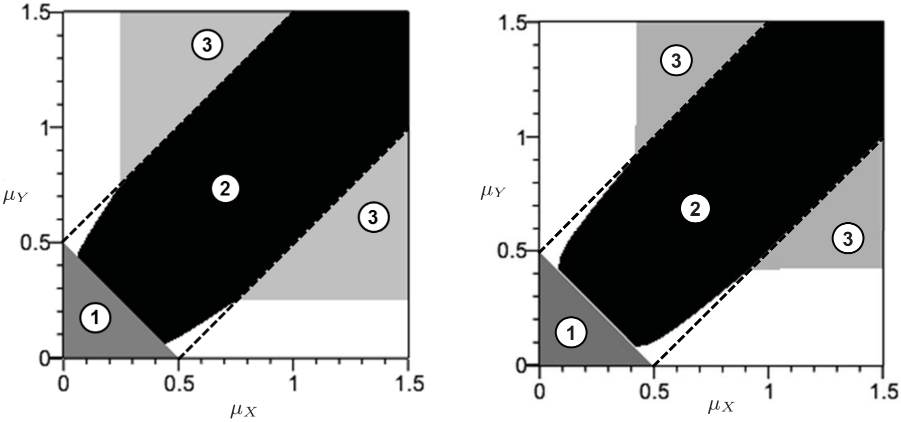
Abbildung B.1: Wert des Informationseffekts eines perfekten bzw. verzerrten Produktivitätssignals.

teten Ergebnisses der zweiten Periode, die durch die Einführung eines Feedbackmechanismus resultieren. Hieran ist zu erkennen, dass bei einem unverzerrten Produktivitätssignal, die Höhe der Ergebnissteigerung höher ausfallen kann als bei einem verzerrten Signal. Für die Verluste hingegen, zeigen sich lediglich geringe Abweichungen. Betrachtet man die unterschiedlichen Kombinationen, für die die Einführung eines Feedbackmechanismus vorteilhaft ist, ergeben sich die in Abbildung B.2 dargestellten Verhältnisse. Es ist zu erkennen, dass bei einem unverzerrten Produktivitätssignal die Einführung des Feedbackmechanismus für mehr Kombinationen von a priori erwarteten Produktivitäten vorteilhaft ist. Die grundlegende Struktur und zugrunde liegende Intuition ist jedoch analog zum verzerrten Produktivitätssignal. ■

B.4 Beweis zu Lemma 3.1

Gilt $-\frac{T}{\zeta} < \Delta_\mu < \frac{T}{\zeta}$, erwartet der Agent, dass die Arbeitseinsätze seines Kontrahenten in der zweiten Periode $e_{2X}^{-i,\star} = \frac{T}{2} + \frac{\zeta}{2}\left(E^i\left[p_X^i \,\middle|\, S_X^i, e_{1X}^i, \widehat{e}_{1X}^{-i}\right] - E^i\left[p_Y^i \,\middle|\, S_Y^i, e_{1Y}^i, \widehat{e}_{1Y}^{-i}\right]\right)$ und $e_{2Y}^{-i,\star} = T - e_{2X}^{-i,\star}$ lauten. Der Regressionskoeffizient des Erwartungsrevisionsprozesses beträgt

$$\beta_k^{-i} = \beta_k^{-i}\left(\widehat{e}_{1k}^i, e_{1k}^{-i}\right) = \frac{Cov\left(p_k^{-i}, S_k^{-i}\right)}{Var\left(S_k^{-i}\right)} = \frac{\frac{1}{3}\mu_k^2 e_{1k}^{-i}}{\frac{1}{3}\mu_k^2\left(\left(e_{1k}^{-i}\right)^2 + \left(\widehat{e}_{1k}^i\right)^2 + \frac{h^2}{\mu_k^2}\right)} = \frac{e_{1k}^{-i}}{\left(e_{1k}^{-i}\right)^2 + \left(\widehat{e}_{1k}^i\right)^2 + \frac{h^2}{\mu_k^2}},$$



(a) Perfektes Produktivitätssignal ($\alpha_k^i = 0$)

(b) Verzerrtes Produktivitätssignal ($\alpha_k^i = \mu_k$)

$T = 1, \zeta = 2$

Abbildung B.2: Schematische Darstellung des Vorteilhaftigkeitsbereichs für die Implementierung eines Feedbackmechanismus mit einem perfekten bzw. verzerrten Produktivitätssignal.

$k = X, Y$. Er ist unabhängig vom in der ersten Periode tatsächlich gewählten Arbeitseinsatz des Agenten i. Folglich gilt

$$\begin{aligned} E^i\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2X}^{-i,\star}}{\partial e_{1X}^i}\right] &= E^i\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\zeta}{2} \cdot \left(-\beta_X^{-i} \cdot p_X^i\right)\right] = -\frac{\zeta}{2}\mu_X^2 \widehat{\beta}_X^{-i} \text{ und} \\ E^i\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2Y}^{-i,\star}}{\partial e_{1X}^i}\right] &= E^i\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\zeta}{2} \cdot \beta_X^{-i} \cdot p_X^i\right] = \frac{\zeta}{2}\mu_X \mu_Y \widehat{\beta}_X^{-i}, \end{aligned}$$

sodass die *signal-jamming* Komponente bezüglich des Arbeitseinsatzes der ersten Periode in Aufgabe X

$$\Gamma_X^i = -\frac{\zeta}{2} \cdot \mu_X \cdot (\mu_X - \mu_Y) \cdot \widehat{\beta}_X^{-i}$$

beträgt. Des Weiteren gilt

$$\begin{aligned} E^i\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2X}^{-i,\star}}{\partial e_{1Y}^i}\right] &= E^i\left[p_X^{-i} \cdot \frac{\zeta}{2} \cdot \beta_Y^{-i} \cdot p_Y^i\right] = \frac{\zeta}{2}\mu_X \mu_Y \widehat{\beta}_Y^{-i} \text{ und} \\ E^i\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\partial e_{2Y}^{-i,\star}}{\partial e_{1Y}^i}\right] &= E^i\left[p_Y^{-i} \cdot \frac{\zeta}{2} \cdot \left(-\beta_Y^{-i} \cdot p_Y^i\right)\right] = -\frac{\zeta}{2}\mu_Y^2 \widehat{\beta}_Y^{-i}. \end{aligned}$$

Somit lautet die *signal-jamming* Komponente bezüglich des Arbeitseinsatzes der ersten Periode in Aufgabe Y

$$\Gamma_Y^i = \frac{\zeta}{2} \cdot \mu_Y \cdot (\mu_X - \mu_Y) \cdot \widehat{\beta}_Y^{-i}. \blacksquare$$

B.5 Beweis zu Proposition 3.3

Ist es für die Agenten vorteilhaft, die verfügbare Arbeitszeit nicht auszuschöpfen, lösen die optimalen Arbeitseinsätze im Gleichgewicht die Gleichungen

$$\left.\frac{\partial L}{\partial e_{1X}^i}\right|_{\lambda_1=0} = 0 : 16h\left(R\mu_X - 8he_{1X}^\star\right)\left(2\mu_X^2\left(e_{1X}^\star\right)^2 + h^2\right) + R^2\mu_X^3\left(\mu_X - \mu_Y\right)e_{1X}^\star = 0 \tag{B.2}$$

und

$$\left.\frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^i}\right|_{\lambda_1=0} = 0 : 16h\left(R\mu_Y - 8he_{1Y}^\star\right)\left(2\mu_Y^2\left(e_{1Y}^\star\right)^2 + h^2\right) - R^2\mu_Y^3\left(\mu_X - \mu_Y\right)e_{1Y}^\star = 0. \tag{B.3}$$

Werden die Arbeitseinsätze durch $e_{1X}' = \frac{R\mu_X}{8h} + \tau_X$ und $e_{1Y}' = \frac{R\mu_Y}{8h} + \tau_Y$ substituiert, können die Gleichungen umgeformt werden zu

$$\underbrace{\frac{\tau_X}{16\mu_X^4} \cdot \left[256h^2{\mu_X}^2 \cdot \tau_X^2 + 64hR{\mu_X}^3 \cdot \tau_X + (3\mu_X + \mu_Y){\mu_X}^3R^2 + 128h^4\right]}_{LHS_X} = \frac{R^3\Delta_\mu}{128h}$$

und

$$\underbrace{-\frac{\tau_Y}{16\mu_Y^4} \cdot \left[256h^2{\mu_Y}^2 \cdot \tau_Y^2 + 64hR{\mu_Y}^3 \cdot \tau_Y + (\mu_X + 3\mu_Y)\mu_Y^3R^2 + 128h^4\right]}_{LHS_Y} = \frac{R^3\Delta_\mu}{128h},$$

wobei $\Delta_\mu = \mu_X - \mu_Y$ gilt. Während das Vorzeichen der rechten Seite der Gleichungen vom Vorzeichen der a priori erwarteten Produktivitätsdifferenz Δ_μ abhängt, ist LHS_X positiv (negativ) für $\tau_X > 0$ ($\tau_X < 0$) und LHS_Y positiv (negativ) für $\tau_Y < 0$ ($\tau_Y > 0$). Im Punkt $\tau_X = \tau_Y = 0$ gilt

$$\left.\frac{\partial LHS_X}{\partial \tau_X}\right|_{\tau_X=0} = \frac{1}{16{\mu_X}^4} \cdot \left[(3\mu_X + \mu_Y){\mu_X}^3R^2 + 128h^4\right] > 0$$

und

$$\left.\frac{\partial LHS_Y}{\partial \tau_Y}\right|_{\tau_Y=0} = -\frac{1}{16{\mu_Y}^4} \cdot \left[(\mu_X + 3\mu_Y)\mu_Y^3R^2 + 128h^4\right] < 0,$$

wobei $\left.\frac{\partial LHS_X}{\partial \tau_X}\right|_{\tau_X=0} < -\left.\frac{\partial LHS_Y}{\partial \tau_Y}\right|_{\tau_Y=0}$ für $\Delta_\mu > 0$ und $\left.\frac{\partial LHS_X}{\partial \tau_X}\right|_{\tau_X=0} > -\left.\frac{\partial LHS_Y}{\partial \tau_Y}\right|_{\tau_Y=0}$ für $\Delta_\mu < 0$ gilt.

Für $\Delta_\mu > 0$ ($\Delta_\mu < 0$) muss τ_X um einen höheren (geringeren) Betrag erhöht (verringert) werden, als τ_Y verringert (erhöht) werden muss, um die Gleichung $LHS_X = LHS_Y$ zu lösen. Folglich gilt $\tau_X^\star + \tau_Y^\star > 0$ und $e'_{1X}(\tau_X^\star) + e'_{1Y}(\tau_Y^\star) = \frac{R(\mu_X+\mu_Y)}{8h} + \tau_X^\star + \tau_Y^\star > T$, wodurch die Annahme einer knappen Arbeitszeit verletzt wird. Gilt $\Delta_\mu > 0$ ($\Delta_\mu < 0$), können Kombinationen von τ_X und τ_Y, die $LHS_X = LHS_Y$ und $\tau_X + \tau_Y < 0$ erfüllen, nur für $\tau_X > \eta_1$ ($\tau_Y > \eta_2$) gefunden werden, wobei η_1 (η_2) die Lösung der Gleichung $LHS_X|_{\tau_X=\eta_1} = LHS_Y|_{\tau_Y=-\eta_1}$ ($LHS_X|_{\tau_X=-\eta_2} = LHS_Y|_{\tau_Y=\eta_2}$) darstellt.

Wird zunächst angenommen, dass $\Delta_\mu > 0$ gilt, löst

$$\eta_1 = \frac{R\mu_X\mu_Y}{8h\Delta_\mu} - \frac{\sqrt{R^2\mu_X^3\mu_Y^3\left(-\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y-\mu_Y^2\right)-128h^4\Delta_\mu^2\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)}}{16h\Delta_\mu\mu_X\mu_Y}$$

die Gleichung $LHS_X|_{\tau_X=\eta_1} = LHS_Y|_{\tau_Y=-\eta_1}$ (η_1 ist nur für $h^4 < \frac{R^2\mu_X^3\mu_Y^3\left(-\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y-\mu_Y^2\right)}{128\Delta_\mu^2\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)}$ definiert; ist dies nicht gegeben, gilt $LHS_X|_{\tau_X=\eta_1} < LHS_Y|_{\tau_Y=-\eta_1}$, sodass keine Lösung für die Gleichungen (B.2) und (B.3) gefunden werden kann, die die Zeitrestriktion nicht verletzt). Aus der Durchführung einer Kurvendiskussion kann hergeleitet werden, dass die linke Seite von (B.2) nur eine Nullstelle für ein $e_{1X}^\star > \frac{R\mu_X}{8h}$ aufweist. Wird $e_{1X}^\star = \frac{R\mu_X}{8h} + \eta_1$ in die linke Seite von (B.2) eingesetzt, folgt

$$-\frac{\mu_X}{512\Delta_\mu^3 h\mu_Y^3}\cdot\left[\begin{array}{c} R\mu_X\mu_Y\left[\begin{array}{c}\left(4\left(\mu_X+\mu_Y\right)^4-7\Delta_\mu^2\left(\mu_X+\mu_Y\right)^2-\Delta_\mu^4\right)16\mu_X^2\mu_Y^2R^2\\ -8192h^4\Delta_\mu^2\left(2\mu_X^2+\mu_X\mu_Y+2\mu_Y^2\right)\end{array}\right]\\ -32\left[R^2\mu_X^2\mu_Y^2\left(3\mu_X^2+10\mu_X\mu_Y+3\mu_Y^2\right)-128h^4\Delta_\mu^2\right]\cdot W\end{array}\right] < 0$$

mit $W = \sqrt{R^2\mu_X^3\mu_Y^3\left(-\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y-\mu_Y^2\right)-128h^4\Delta_\mu^2\left(\mu_X^2+\mu_Y^2\right)}$. Um die Gleichung (B.2) zu lösen, muss folglich $e_{1X}^\star$ geringer als $\frac{R\mu_X}{8h} + \eta_1$ gewählt werden. Somit kann keine Lösung für das Gleichungssystem (B.2) und (B.3) gefunden werden, die nicht die Zeitrestriktion verletzt. Der Beweis für $\Delta_\mu < 0$ kann analog gefunden werden. Folglich ist es für den Agenten optimal, die gesamte Arbeitszeit in der ersten Periode zur Bearbeitung der beiden Aufgaben einzusetzen. ■

B.6 Beweis zu Proposition 3.4

Wird die verfügbare Arbeitszeit ausgeschöpft, lösen die optimalen Arbeitseinsätze $e_{1X}^\star$ und $e_{1Y}^\star$, wenn beide Aufgaben bearbeitet werden, d.h. wenn $0 < e_{1k}^\star < T$ gilt, die Gleichungen $\frac{\partial L}{\partial e_{1X}^i} = 0$ und $\frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^i} = 0$ mit $\lambda_1 \geq 0$. Unter Beachtung des Ergebnisses von Proposition 3.3 ($e_{1X}^\star + e_{1Y}^\star = T$)

führt ein Umformen der Terme $\frac{\partial L}{\partial e_{1X}^{i}} = 0$ und $\frac{\partial L}{\partial e_{1Y}^{i}} = 0$ zu

$$\begin{aligned} 0 &= 16hR\left(\mu_X - \mu_Y\right) + 128h^2\left(T - 2e_{1X}^{\star}\right) \\ &\quad + R^2\left(\mu_X - \mu_Y\right)\frac{\mu_X^3 e_{1X}^{\star}\left(2\mu_Y^2\left(T - e_{1X}^{\star}\right)^2 + h^2\right) + \mu_Y^3\left(T - e_{1X}^{\star}\right)\left(2\mu_X^2\left(e_{1X}^{\star}\right)^2 + h^2\right)}{\left(2\mu_X^2\left(e_{1X}^{\star}\right)^2 + h^2\right)\left(2\mu_Y^2\left(T - e_{1X}^{\star}\right)^2 + h^2\right)} \end{aligned} \tag{B.4}$$

und $e_{1Y}^{\star} = T - e_{1X}^{\star}$. Wird $e_{1X}^{\star}$ in Gleichung (B.4) durch $e_{1X}'' = \frac{T}{2} + \psi \cdot \frac{R\cdot(\mu_X - \mu_Y)}{16h}$ substituiert, wobei $-\left|\frac{8hT}{R\cdot(\mu_X-\mu_Y)}\right| \leq \psi \leq \left|\frac{8hT}{R\cdot(\mu_X-\mu_Y)}\right|$ gilt (folgt aus $0 < e_{1k}^{\star} = e_{1X}'' < T$), löst der optimale Wert von ψ die Gleichung

$$4\left(1-\psi\right)\cdot\vartheta_1\cdot\vartheta_2 + 8R\cdot\left[\mu_X^3\left(8hT + \psi\Delta_\mu R\right)\cdot\vartheta_2 + \mu_Y^3\left(8hT - \psi\Delta_\mu R\right)\cdot\vartheta_1\right] = 0 \tag{B.5}$$

mit $\vartheta_1 = 4\mu_X^2\left(8hT + \psi\Delta_\mu R\right)^2 + 512h^4 > 0$ und $\vartheta_2 = 4\mu_Y^2\left(8hT - \psi\Delta_\mu R\right)^2 + 512h^4 > 0$. Der Klammerterm in Gleichung (B.5) ist für alle möglichen Werte von ψ positiv, da

$$\underbrace{\mu_X^3}_{>0}\underbrace{\left(8hT + \psi\Delta_\mu R\right)}_{\geq 0}\cdot\underbrace{\vartheta_2}_{>0} + \underbrace{\mu_Y^3}_{>0}\underbrace{\left(8hT - \psi\Delta_\mu R\right)}_{\geq 0}\cdot\underbrace{\vartheta_1}_{>0} \geq 0.$$

Der erste Term der Gleichung (B.5), $4\left(1-\psi\right)\cdot\vartheta_1\cdot\vartheta_2$, ist für alle $\psi < 1$ positiv und null für $\psi = 1$. Folglich kann Gleichung (B.5) nur für $\psi > 1$ null werden. ■

Anhang C

Beweise zu Kapitel 4

C.1 Beweis zu Lemma 4.1

Die Herleitung der optimalen Arbeitseinsätze nach Erhalt des Feedbacks r, erfolgt analog zum Beweis zu Proposition 3.1, mit dem Unterschied, dass nun unterstellt wird, dass die verfügbare Arbeitszeit stets ausgeschöpft wird. Somit entfällt die zweite Fallunterscheidung des Beweises. Legt der Prinzipal die tatsächliche Information offen, d.h. gilt $r = S$, lauten die optimalen Arbeitseinsätze in der zweiten Periode nach Beobachtung der Produktivitätsinformation S folglich

$$e_X^S = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\zeta \cdot (E[p_X|S] - E[p_Y|S])}{2}, T\right\}\right\} \text{ und} \tag{C.1}$$

$$e_Y^S = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} - \frac{\zeta \cdot (E[p_X|S] - E[p_Y|S])}{2}, T\right\}\right\}. \tag{C.2}$$

Ähnliches gilt, wenn der Prinzipal keine Informationen offenlegt $(r = N)$ und der Agent eine Produktivität von $E[p_k|N]$ erwartet. Die optimalen Arbeitseinsätze der zweiten Periode des Agenten sind dann gegeben durch (C.1) und (C.2), wobei die Arbeitszeitallokation von $E[p_X|N] - E[p_Y|N]$ anstatt von $E[p_X|S] - E[p_Y|S]$ abhängt. ■

C.2 Beweis zu Proposition 4.1

Es kann gezeigt werden, dass der Prinzipal keinen Anreiz hat, vom Nichtausweisintervall $\left[0, \widehat{\Delta}\right]$ abzuweichen, wenn der Agent erwartet, dass der obere Grenzwert des Nichtausweisbereichs $\widehat{\Delta}$ beträgt. 1) Antizipiert der Agent $\widehat{\Delta}$, könnte der Prinzipal einen Anreiz haben, Informationen zurückzuhalten, die zu einem größeren Intervall an revidierten erwarteten Produktivitätsdifferenzen führen, d.h. für die $\Delta_\mu(S) \in [0, \overline{\Delta}]$ mit $\widehat{\Delta} < \overline{\Delta}$ gilt. Da der Agent jedoch erwartet, dass $\Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}$ gilt, wenn er N beobachtet, ist das Zurückhalten von Berichten S, für die $\widehat{\Delta} < \Delta_\mu(S) \leq \overline{\Delta}$ gilt, nicht optimal, da die Offenlegung aller Berichte in diesem Intervall zu einer höheren erwarteten Produktivitätsdifferenz als $\widehat{\Delta}$ und somit zu einer Arbeitszeitallokation führen würde, die näher an der Spezialisierungslösung liegt. 2) Der Prinzipal könnte ebenso, wenn der Agent als oberer Grenzwert des Nichtausweisintervalls $\widehat{\Delta}$ vermutet, einen Anreiz haben, nur diejenigen Berichte zurückzuhalten, für die $0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \overline{\Delta}$ mit $\overline{\Delta} < \widehat{\Delta}$ gilt. Diese Abweichung vom Nichtausweisintervall $\left[0, \widehat{\Delta}\right]$ kann jedoch für den Prinzipal ebenfalls nicht optimal sein, da jedes S, für das $\overline{\Delta} \leq \Delta_\mu(S) < \widehat{\Delta}$ gilt, eine erwartete Produktivitätsdifferenz offenbart, die geringer als die gleichgewichtige Erwartung $\widehat{\Delta}$ des Agenten ist und zu einer gleichmäßigeren Arbeitszeitallokation führt, als bei Zurückhalten dieser Informationen.

Komparative Statik: $\lim_{\phi \to 1} \widehat{\Delta} = \Delta_\mu$ folgt unmittelbar, wenn in (4.5) $\phi \to 1$ gesetzt wird. Wird in (4.5) $\phi \to 0$ gesetzt, führt dies zu der Gleichung $\widehat{\Delta} = E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right]$, die, wie in Abschnitt 4.4 gezeigt wurde, die einzige Lösung $\widehat{\Delta} = 0$ besitzt. Leitet man (4.5) nach ϕ ab, erhält man

$$\frac{d\widehat{\Delta}}{d\phi} = -\frac{F_N\left(\widehat{\Delta}\right)\left(E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] - \Delta_\mu\right)}{\left(\phi + (1-\phi) F_N\left(\widehat{\Delta}\right)\right)^2} > 0.$$

Diese Ableitung ist strikt positiv, da im Gleichgewicht $E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] - \Delta_\mu < 0$ gilt. ■

C.3 Beweis zu Lemma 4.2

Mit $p_X \sim U(0, 2\mu_X)$, $p_Y \sim U(0, 2\mu_Y)$ und $\mu_X > \mu_Y$ lautet die Dichtefunktion der Signaldifferenz $\delta = S_X - S_Y = p_X - p_Y$

$$f_{p_X - p_Y}(\delta) = \begin{cases} \frac{1}{2\mu_X} + \frac{\delta}{4\mu_X\mu_Y} & \text{für} \quad -2\mu_Y \leq \delta \leq 0 \\ \frac{1}{2\mu_X} & \text{für} \quad 0 \leq \delta \leq 2(\mu_X - \mu_Y) \\ \frac{1}{2\mu_Y} - \frac{\delta}{4\mu_X\mu_Y} & \text{für} \quad 2(\mu_X - \mu_Y) \leq \delta \leq 2\mu_X \end{cases}$$

und die entsprechende Verteilungsfunktion

$$F_{p_X - p_Y}(\delta) = \begin{cases} \frac{\delta^2 + 4\mu_Y\delta + 4\mu_Y^2}{8\mu_X\mu_Y} & \text{für} \quad -2\mu_Y \leq \delta \leq 0 \\ \frac{\delta + \mu_Y}{2\mu_X} & \text{für} \quad 0 \leq \delta \leq 2(\mu_X - \mu_Y) \\ 1 - \frac{\mu_Y}{2\mu_X} - \frac{\delta^2}{8\mu_X\mu_Y} + \frac{\delta}{2\mu_Y} - \frac{\mu_X^2 - \mu_Y^2}{2\mu_X\mu_Y} & \text{für} \quad 2(\mu_X - \mu_Y) \leq \delta \leq 2\mu_X \end{cases}.$$

Beobachtet der Prinzipal den Bericht S, hält er diejenigen Informationen zurück, für die $S_X - S_Y \in \left[0, \widehat{\Delta}\right]$ gilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal diese beobachteten Informationen zurückhält, beträgt

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right) = F_{p_X - p_Y}\left(\widehat{\Delta}\right) - F_{p_X - p_Y}(0).$$

Da der Prinzipal lediglich Informationen $\widehat{\Delta} < \Delta_\mu = \mu_X - \mu_Y$ zurückhält, gilt

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right) = \frac{\widehat{\Delta} + \mu_Y}{2\mu_X} - \frac{\mu_Y}{2\mu_X} = \frac{\widehat{\Delta}}{2\mu_X}.$$

Beobachtet der Agent einen Nichtausweis und vermutet er, dass der Grund hierfür ein Zurückhalten von beobachteten Informationen ist, beträgt seine a posteriori Erwartung über die Produktivitätsdifferenz $\widetilde{\Delta}_p$

$$\begin{aligned} E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \le \Delta_\mu(S) \le \widehat{\Delta}\right] &= E\left[\delta \middle| 0 < \delta < \widehat{\Delta}\right] \\ &= \int_0^{\widehat{\Delta}} \delta \cdot \frac{f_{p_X - p_Y}(\delta)}{F_N\left(\widehat{\Delta}\right)} d\delta = \int_0^{\widehat{\Delta}} \delta \cdot \frac{1}{\widehat{\Delta}} d\delta = \frac{\widehat{\Delta}}{2}. \blacksquare \end{aligned}$$

C.4 Beweis zu Lemma 4.3

Zu bestimmen sind der a posteriori Erwartungswert $E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \le \Delta_\mu(S) \le \widehat{\Delta}\right]$ und die Wahrscheinlichkeit $F_N\left(\widehat{\Delta}\right)$ mit $\Delta_\mu(S) = E[p_X | S_X] - E[p_Y | S_Y]$.

Zunächst wird der a posteriori Erwartungswert $E[p_k | S_k]$, $k = X, Y$, bestimmt. Gemäß (B.2) lautet dieser für $S_k = p_k + \theta_k$ mit $p_k \sim U(0, 2\mu_k)$ und $\theta_k \sim U(-\mu_k, \mu_k)$, d.h. $\alpha_k = \mu_k$, $E[p_k | S_k] = \frac{S_k + \mu_k}{2}$. Somit gilt

$$\begin{aligned} E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \le \Delta_\mu(S) \le \widehat{\Delta}\right] &= E\left[\frac{\mu_X + S_X}{2} - \frac{\mu_Y + S_Y}{2} \middle| 0 \le \frac{\mu_X + S_X}{2} - \frac{\mu_Y + S_Y}{2} \le \widehat{\Delta}\right] \\ &= \frac{\Delta_\mu}{2} + \frac{1}{2} \cdot E\left[\delta \middle| -\Delta_\mu \le \delta \le 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right] \\ &= \frac{\Delta_\mu}{2} + \frac{1}{2} \cdot \int_{-\Delta_\mu}^{2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu} \delta \cdot \frac{f_\delta(\delta)}{F_N\left(\widehat{\Delta}\right)} d\delta, \end{aligned}$$

wobei $\delta = S_X - S_Y$ und $f_\delta(\delta)$ die Dichtefunktion der Signaldifferenz δ darstellt. Der Prinzipal hält folglich die Signaldifferenzen $\delta \in \left[-\Delta_\mu, 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right]$ zurück. $F_\delta(\delta)$ sei die Verteilungsfunktion der Signaldifferenz δ. Somit gilt

$$\begin{aligned} F_N\left(\widehat{\Delta}\right) &= \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right\}\right) = \Pr\left(\left\{0 \leq \frac{\mu_X + S_X}{2} - \frac{\mu_Y + S_Y}{2} \leq \widehat{\Delta}\right\}\right) \\ &= \Pr\left(\left\{-\Delta_\mu \leq \delta \leq 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right\}\right) = F_\delta\left(2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right) - F_\delta(-\Delta_\mu). \blacksquare \end{aligned}$$

C.5 Beweis zu Proposition 4.3

Generiert das Informationssystem verzerrte Produktivitätsberichte

$$(S_X, S_Y) = (p_X + \theta_X, p_Y + \theta_Y),$$

gilt, wie im Beweis zu Lemma 4.3 gezeigt wurde,

$$E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] = \frac{\Delta_\mu}{2} + \frac{1}{2} \cdot \int_{-\Delta_\mu}^{2\widehat{\Delta}-\Delta_\mu} \delta \cdot \frac{f_\delta(\delta)}{F_N\left(\widehat{\Delta}\right)} d\delta.$$

Da stets $0 < \widehat{\Delta} < \Delta_\mu$ gilt, folgt für die obere Integralgrenze $-\Delta_\mu < 2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu < \Delta_\mu$. Gilt für die a priori erwarteten Produktivitäten die Beziehung $\mu_Y < \mu_X \leq 2\mu_Y$, lautet die Dichtefunktion der Signaldifferenz $\delta = S_X - S_Y$ im Intervall $-\Delta_\mu \leq \delta \leq \Delta_\mu$

$$f_\delta(\delta) = \frac{1}{48\mu_X^2\mu_Y^2}\left(\begin{array}{c} -\delta^3 + 3(\mu_X - 3\mu_Y)\delta^2 + 3\left(-\mu_X^2 + 6\mu_X\mu_Y - 5\mu_Y^2\right)\delta \\ +\mu_X^3 - 9\mu_X^2\mu_Y + 39\mu_X\mu_Y^2 - 15\mu_Y^3 \end{array}\right)$$

und die entsprechende Verteilungsfunktion

$$F_\delta(\delta) = -\frac{1}{192\mu_X^2\mu_Y^2}\left(\begin{array}{c} \delta^4 - 4(\mu_X - 3\mu_Y)\delta^3 + 6\left(\mu_X^2 - 6\mu_X\mu_Y + 5\mu_Y^2\right)\delta^2 \\ -4\left(\mu_X^3 - 9\mu_X^2\mu_Y + 39\mu_X\mu_Y^2 - 15\mu_Y^3\right)\delta \\ +\mu_X^4 - 12\mu_X^3\mu_Y + 30\mu_X^2\mu_Y^2 - 156\mu_X\mu_Y^3 + 41\mu_Y^4 \end{array}\right).$$

Somit gilt

$$E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] = \frac{\left(\widehat{\Delta}\right)^2}{F_N\left(\widehat{\Delta}\right) \cdot 60\mu_X^2\mu_Y^2} \cdot \left(\begin{array}{c} -4\left(\widehat{\Delta}\right)^3 + 15(\mu_X - 2\mu_Y)\left(\widehat{\Delta}\right)^2 \\ -20\left(\mu_X^2 - 4\mu_X\mu_Y + 3\mu_Y^2\right)\widehat{\Delta} \\ +10\left(\mu_X^3 - 6\mu_X^2\mu_Y + 12\mu_X\mu_Y^2 - 5\mu_Y^3\right) \end{array}\right).$$

und

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right) = F_\delta\left(2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right) - F_\delta(-\Delta_\mu)$$

$$= \frac{\widehat{\Delta}}{12\mu_X^2\mu_Y^2} \cdot \left(\begin{array}{c} -\left(\widehat{\Delta}\right)^3 + 4\left(\mu_X - 2\mu_Y\right)\left(\widehat{\Delta}\right)^2 - 6\left(\mu_X^2 - 4\mu_X\mu_Y + 3\mu_Y^2\right)\widehat{\Delta} \\ +4\mu_X^3 - 24\mu_X^2\mu_Y + 48\mu_X\mu_Y^2 - 20\mu_Y^3 \end{array} \right).$$

Werden diese Ausdrücke in (4.5) eingesetzt, resultiert, dass im Gleichgewicht $\widehat{\Delta}$ die Gleichung $\chi \stackrel{!}{=} 0$ löst, wobei

$$\begin{aligned} \chi \;=\; & -(1-\phi)\left(\widehat{\Delta}\right)^5 + 5(1-\phi)\left(\mu_X - 2\mu_Y\right)\left(\widehat{\Delta}\right)^4 - 10(1-\phi)\left(\mu_X - \mu_Y\right)\left(\mu_X - 3\mu_Y\right)\left(\widehat{\Delta}\right)^3 \\ & +10(1-\phi)\left(\mu_X^3 - 6\mu_X^2\mu_Y + 12\mu_X\mu_Y^2 - 5\mu_Y^3\right)\left(\widehat{\Delta}\right)^2 + 60\phi\mu_X^2\mu_Y^2\left(\widehat{\Delta} - \mu_X + \mu_Y\right) \end{aligned}$$

gilt. Für $\phi = 1$ beträgt die Bestimmungsgleichung $\chi = 60\mu_X^2\mu_Y^2\left(\widehat{\Delta} - \mu_X + \mu_Y\right) \stackrel{!}{=} 0$, sodass auch bei einem verzerrten Produktivitätsbericht für $\phi = 1$ der obere Grenzwert des Nichtausweisintervalls $\widehat{\Delta} = \Delta_\mu$ beträgt. Des Weiteren gilt, dass diese Bestimmungsgleichung χ für alle Werte $\phi \in [0,1)$ in $\widehat{\Delta}$ steigt, d.h.

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{d\widehat{\Delta}} \;=\; & 5(1-\phi)\left[\begin{array}{c} \underbrace{\left(\mu_X - \mu_Y - \widehat{\Delta}\right)}_{\geq 0}\left(\widehat{\Delta}\right)^3 + \underbrace{\left(\mu_X - \mu_Y - \widehat{\Delta}\right)}_{\geq 0}\left(\widehat{\Delta}\right)^2 \underbrace{\left(7\mu_Y - 3\mu_X\right)}_{\geq 0} \\ +\left(\widehat{\Delta}\right)^2 \underbrace{\left(\mu_X - \mu_Y\right)\left(11\mu_Y - 3\mu_X\right)}_{\geq 0} + 4\underbrace{\left(\mu_X^3 - 6\mu_X^2\mu_Y + 12\mu_X\mu_Y^2 - 5\mu_Y^3\right)}_{\geq 0}\widehat{\Delta} \end{array} \right] \\ & + \underbrace{60\phi\mu_X^2\mu_Y^2}_{\geq 0} \\ \geq\; & 0. \end{aligned}$$

Da $\mu_Y < \mu_X \leq 2\mu_Y$ gilt, folgt $\mu_X = \varsigma_1 \cdot \mu_Y$ mit $\varsigma_1 \in (1,2]$. Wird $\widehat{\Delta} = \widehat{\Delta}_{\text{perfekt}} = -\frac{2}{1-\phi} \cdot \left[\phi\mu_X - \sqrt{\phi^2\mu_X^2 + \phi(1-\phi)\mu_X(\mu_X - \mu_Y)}\right]$ und $\mu_X = \varsigma_1 \cdot \mu_Y$ in χ eingesetzt, folgt

$$\chi\left(\widehat{\Delta} = \widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}\right) = \underbrace{\frac{4\varsigma_1\mu_Y^5\phi}{(1-\phi)^4}}_{\geq 0} \cdot \left\{ \begin{array}{c} \left(-2\phi^4 + 20\phi^3 + 40\phi^2 + 60\phi + 10\right)\varsigma_1^4 \\ -10(1-\phi)\left(3\phi^3 + 9\phi^2 + 29\phi + 7\right)\varsigma_1^3 \\ +5(\phi+11)(7\phi+3)(1-\phi)^2\varsigma_1^2 \\ -5(33\phi+31)(1-\phi)^3\varsigma_1 + 50(1-\phi)^4 \\ +\sqrt{\varsigma_1\phi(\phi+\varsigma_1-1)}\left[\begin{array}{c} -\left(40\phi^2 + 48\phi + 40\right)\varsigma_1^3 \\ +4(1-\phi)\left(15\phi^2 + 34\phi + 55\right)\varsigma_1^2 \\ -2(29\phi+175)(1-\phi)^2\varsigma_1 \\ +160(1-\phi)^3 \end{array} \right] \end{array} \right\}.$$

Da $\varsigma_1 \in (1,2]$ und $\phi \in [0,1)$ gilt, ist der Klammerterm stets positiv (siehe Abbildung C.1), sodass $\chi\left(\widehat{\Delta} = \widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}\right) \geq 0$ folgt. Um $\chi\left(\widehat{\Delta} = \widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}\right) \stackrel{!}{=} 0$ zu erfüllen, muss $\widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$ kleiner oder gleich $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}$ sein. Folglich gilt $\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}} \geq \widehat{\Delta}_{\text{verzerrt}}$ für alle ϕ.

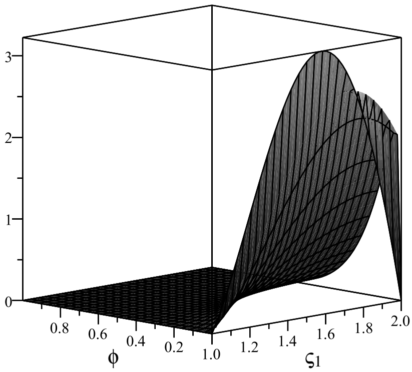


Abbildung C.1: Term der geschwungenen Klammer in der Bestimmungsgleichung $\chi\left(\widehat{\Delta}=\widehat{\Delta}_{\text{perfekt}}\right)$.

Die aus Sicht des Agenten bestehende Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen nicht offenlegt, beträgt bei einem perfekten Produktivitätsbericht $\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) = \frac{\varpi}{2\mu_X}$. Vergleicht man diese Wahrscheinlichkeitseinschätzung mit derjenigen bei einem verzerrten Produktivitätsbericht, gilt

$$\begin{aligned}&\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{verzerrt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) - \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right)\\ &= \frac{\varpi}{12\mu_X^2\mu_Y^2}\left\{\begin{array}{c}-\varpi^3 - 4\left(2\mu_Y-\mu_X\right)\varpi^2 + 6\left(-\mu_X^2+4\mu_X\mu_Y-3\mu_Y^2\right)\varpi\\ +4\mu_X^3-24\mu_X^2\mu_Y+42\mu_X\mu_Y^2-20\mu_Y^3\end{array}\right\}.\end{aligned}$$

Da der obere Grenzwert $\widehat{\Delta}$ im Intervall $[0,\Delta_\mu]$ liegt, kann ϖ durch $\varsigma_2\Delta_\mu$ mit $\varsigma_2 \in [0,1]$ substituiert werden. Da außerdem $\mu_Y < \mu_X \leq 2\mu_Y$ gilt, kann μ_X durch $\varsigma_1\mu_Y$ mit $\varsigma_1 \in (1,2]$ substituiert werden. Nach Umformen folgt

$$\begin{aligned}&\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{verzerrt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) - \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right)\\ &= \frac{\varsigma_2\left(\varsigma_1-1\right)}{12\varsigma_1^2}\left\{\begin{array}{c}-\varsigma_2^3\left(\varsigma_1^3-3\varsigma_1^2+3\varsigma_1-1\right)-\varsigma_2^2\left(-4\varsigma_1^3+16\varsigma_1^2-20\varsigma_1+8\right)\\ +\varsigma_2\left(-6\varsigma_1^3+30\varsigma_1^2-42\varsigma_1+18\right)+4\varsigma_1^3-24\varsigma_1^2+42\varsigma_1-20\end{array}\right\} \geq 0\end{aligned}$$

für $\varsigma_2 \in [0,1]$ und $\varsigma_1 \in (1,2]$. Somit gilt

$$\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{verzerrt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) \geq \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right).$$

Folglich schätzt der Agent bei verzerrten Produktivitätsinformationen die Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen zurückhält, für eine gegebene obere Grenze des Nichtausweisintervalls, ϖ, höher ein als bei einem perfekten Produktivitätsbericht. ■

C.6 Herleitung der oberen Grenze des Nichtausweisintervalls für $2\mu_Y < \mu_X$

Weichen die a priori erwarteten Produktivitäten in den beiden Aufgaben stärker voneinander ab, d.h. gilt $2\mu_Y < \mu_X$, lauten die Dichte- und die Verteilungsfunktion der Signaldifferenz δ

- für $-\Delta_\mu \leq \delta \leq \mu_X - 3\mu_Y$:

$$\begin{aligned} f_{\delta,1}(\delta) &= \frac{\delta + \mu_X + \mu_Y}{4\mu_X^2} \text{ und} \\ F_{\delta,1}(\delta) &= \frac{1}{24\mu_X^2}\left(3\delta^2 + 6(\mu_X + \mu_Y)\delta + 3\mu_X^2 + 6\mu_X\mu_Y + 5\mu_Y^2\right); \end{aligned}$$

- für $\mu_X - 3\mu_Y \leq \delta \leq \Delta_\mu$:

$$\begin{aligned} f_{\delta,2}(\delta) &= \frac{1}{48\mu_X^2\mu_Y^2}\left(\begin{array}{c} -\delta^3 + 3(\mu_X - 3\mu_Y)\delta^2 + 3\left(-\mu_X^2 + 6\mu_X\mu_Y - 5\mu_Y^2\right)\delta \\ +\mu_X^3 - 9\mu_X^2\mu_Y + 39\mu_X\mu_Y^2 - 15\mu_Y^3 \end{array}\right) \text{ und} \\ F_{\delta,2}(\delta) &= -\frac{1}{192\mu_X^2\mu_Y^2}\left(\begin{array}{c} \delta^4 - 4(\mu_X - 3\mu_Y)\delta^3 + 6\left(\mu_X^2 - 6\mu_X\mu_Y + 5\mu_Y^2\right)\delta^2 \\ -4\left(\mu_X^3 - 9\mu_X^2\mu_Y + 39\mu_X\mu_Y^2 - 15\mu_Y^3\right)\delta \\ +\mu_X^4 - 12\mu_X^3\mu_Y + 30\mu_X^2\mu_Y^2 - 156\mu_X\mu_Y^3 + 41\mu_Y^4 \end{array}\right). \end{aligned}$$

Somit gilt für die benötigten Parameter der Bestimmungsgleichung

$$F_N\left(\widehat{\Delta}\right) = \begin{cases} F_{\delta,1}\left(2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right) - F_{\delta,1}(-\Delta_\mu) & \text{für} \quad 0 \leq \widehat{\Delta} \leq \mu_X - 2\mu_Y \\ F_{\delta,2}\left(2\widehat{\Delta} - \Delta_\mu\right) - F_{\delta,1}(-\Delta_\mu) & \text{für} \quad \mu_X - 2\mu_Y \leq \widehat{\Delta} \leq \Delta_\mu \end{cases}$$

und

$$\begin{aligned} & E\left[\Delta_\mu(S) \middle| 0 \leq \Delta_\mu(S) \leq \widehat{\Delta}\right] \\ &= \frac{\Delta_\mu}{2} + \frac{1}{2} \cdot \begin{cases} \dfrac{\int_{-\Delta_\mu}^{2\widehat{\Delta}-\Delta_\mu} \delta \cdot f_{\delta,1} d\delta}{F_{\delta,1}\left(2\widehat{\Delta}-\Delta_\mu\right) - F_{\delta,1}\left(-\Delta_\mu\right)} & \text{für} \quad 0 \leq \widehat{\Delta} \leq \mu_X - 2\mu_Y \\ \dfrac{\int_{-\Delta_\mu}^{\mu_X - 3\mu_Y} \delta \cdot f_{\delta,1} d\delta + \int_{\mu_X - 3\mu_Y}^{2\widehat{\Delta}-\Delta_\mu} \delta \cdot f_{\delta,2} d\delta}{F_{\delta,2}\left(2\widehat{\Delta}-\Delta_\mu\right) - F_{\delta,1}\left(-\Delta_\mu\right)} & \text{für} \quad \mu_X - 2\mu_Y \leq \widehat{\Delta} \leq \Delta_\mu \end{cases}. \end{aligned}$$

Werden diese Ausdrücke in (4.5) eingesetzt und nach $\widehat{\Delta}$ aufgelöst, kann der gleichgewichtige obere Grenzwert des Nichtausweisintervalls bestimmt werden. Werden diese Ergebnisse mit denen bei perfekter Information verglichen, gilt

- für $-\Delta_\mu \leq \delta \leq \mu_X - 3\mu_Y$:

$$\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu(S_{\text{verzerrt}}) \leq \varpi\right\}\right) - \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) = -\frac{\varpi(\mu_X - 2\mu_Y - \varpi)}{2\mu_X^2}.$$

- für $\mu_X - 3\mu_Y \leq \delta \leq \Delta_\mu$:

$$\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{verzerrt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) - \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) = -(\mu_X - 2\mu_Y - \varpi) \cdot \frac{-\varpi^3 + 3(\mu_X - 2\mu_Y)\varpi^2 - 3(\mu_X^2 - 4\mu_X\mu_Y + 2\mu_Y^2)\varpi + (\mu_X - 2\mu_Y)^3}{12\mu_X^2\mu_Y^2},$$

wobei $-\varpi^3 + 3(\mu_X - 2\mu_Y)\varpi^2 - 3(\mu_X^2 - 4\mu_X\mu_Y + 2\mu_Y^2)\varpi + (\mu_X - 2\mu_Y)^3 > 0$ gilt.

Folglich gilt bei stärker abweichenden a priori erwarteten Produktivitäten ($2\mu_Y < \mu_X$) $\Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{verzerrt}}\right) \leq \varpi\right\}\right) \geq \Pr\left(\left\{0 \leq \Delta_\mu\left(S_{\text{perfekt}}\right) \leq \varpi\right\}\right)$ nur noch für $\varpi \geq \mu_X - 2\mu_Y$. Somit kann der Agent die Wahrscheinlichkeit, dass der Prinzipal beobachtete Informationen zurückhält, bei verzerrten Produktivitätsberichten auch geringer einschätzen als bei einem perfekten Produktivitätsbericht. ■

C.7 Herleitungen zu Abschnitt 4.6

a) **Herleitung der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse:** Für die Herleitung der Eintrittswahrscheinlichkeiten wird auf die im Beweis zu Lemma 4.2 hergeleitete Verteilungsfunktion $F_{p_X - p_Y}(\delta)$ zurückgegriffen.

Ereignis I: Die Eintrittswahrscheinlichkeit für Ereignis I beträgt

$$\begin{aligned}\rho_I &= (1-\phi)\cdot\Pr(\{S_X - S_Y \leq 0\}) = (1-\phi)F_{p_X-p_Y}(0)\\ &= (1-\phi)\cdot\frac{\mu_Y}{2\mu_X}.\end{aligned}$$

Ereignis II: Die Eintrittswahrscheinlichkeit für Ereignis II beträgt

$$\begin{aligned}\rho_{II} &= (1-\phi)\cdot\Pr\left(\left\{S_X - S_Y \geq \widehat{\Delta}\right\}\right) = (1-\phi)\left(1 - F_{p_X-p_Y}\left(\widehat{\Delta}\right)\right)\\ &= (1-\phi)\cdot\left(1 - \frac{\widehat{\Delta}+\mu_Y}{2\mu_X}\right).\end{aligned}$$

Ereignis III: Die Eintrittswahrscheinlichkeit für Ereignis III beträgt

$$\begin{aligned}\rho_{III} &= (1-\phi)\cdot\Pr\left(\left\{0 \leq S_X - S_Y \leq \widehat{\Delta}\right\}\right) = (1-\phi)\left(F_{p_X-p_Y}\left(\widehat{\Delta}\right) - F_{p_X-p_Y}(0)\right)\\ &= (1-\phi)\cdot\frac{\widehat{\Delta}}{2\mu_X}.\end{aligned}$$

Ereignis IV: Die Eintrittswahrscheinlichkeit für Ereignis IV beträgt

$$\rho_{IV} = \phi.$$

b) Herleitung der Überschussdifferenz: Der erwartete Überschuss des Prinzipals in den in Tabelle 4.1 definierten Ereignissen ergeben sich wie folgt:

Ereignis I: Für $2\mu_Y \geq \frac{T}{\zeta}$ beträgt der erwartete Überschuss des Prinzipals in der zweiten Periode

$$\begin{aligned}
V_2(I_3|I) &= E\left[(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}\middle|-\frac{T}{\zeta}\leq\delta\leq 0\right]+E\left[S_Y T\middle|\delta<-\frac{T}{\zeta}\right] \\
&= \int_0^{\frac{T}{\zeta}}\int_0^{S_Y}\frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2}dS_X dS_Y \\
&\quad +\int_{\frac{T}{\zeta}}^{2\mu_Y}\left\{\int_{S_Y-\frac{T}{\zeta}}^{S_Y}\frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2}dS_X+\int_0^{S_Y-\frac{T}{\zeta}}\frac{S_Y T}{2\mu_Y^2}dS_X\right\}dS_Y \\
&= \frac{T\left(T^3+64\mu_Y^3\zeta^3-4T^2\mu_Y\zeta\right)}{48\mu_Y^2\zeta^3}
\end{aligned}$$

mit $f_{S_X,S_Y}(S_X,S_Y|S_X-S_Y<0)=\frac{1}{2\mu_Y^2}$. Gilt jedoch $2\mu_Y\leq\frac{T}{\zeta}$, spezialisiert sich der Agent nach Erhalt des Feedbacks nie in Aufgabe Y, d.h. $\delta<-\frac{T}{\zeta}$ ist nicht möglich. Der erwartete Überschuss des Prinzipals beträgt dann

$$V_2(I_3|I)=\int_0^{2\mu_Y}\int_0^{S_Y}\frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2}dS_X dS_Y=\frac{\mu_Y(3T+\zeta\mu_Y)}{3}.$$

Ereignis II: Für $2\Delta_\mu\leq\frac{T}{\zeta}$ beträgt der auf Ereignis II bedingte gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals

$$\begin{aligned}
V_2(I_3|II) &= E\left[(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}\middle|\widehat{\Delta}\leq\delta\leq\frac{T}{\zeta}\right]+E\left[S_X T\middle|\frac{T}{\zeta}<\delta\right] \\
&= \int_0^{2\mu_X-\frac{T}{\zeta}}\left\{\begin{array}{c}\int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{\frac{T}{\zeta}+S_Y}\frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)}dS_X \\ +\int_{\frac{T}{\zeta}+S_Y}^{2\mu_X}\frac{S_X T}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)}dS_X\end{array}\right\}dS_Y \\
&\quad +\int_{2\mu_X-\frac{T}{\zeta}}^{2\mu_Y}\int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{2\mu_X}\frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)}dS_X dS_Y \\
&= -\frac{\left(\begin{array}{c}8\zeta^4\left(2\Delta_\mu^4+\left(\widehat{\Delta}\right)^3\mu_Y\right)+4\mu_X T^3\zeta-T^4 \\ -4T\zeta^3\left(4\Delta_\mu^3-3\widehat{\Delta}\mu_Y\left(\widehat{\Delta}+4\mu_Y\right)+8\mu_Y\left(3\mu_X^2-\mu_Y^2\right)\right)\end{array}\right)}{48\zeta^3\mu_Y\left(2\mu_X-\mu_Y-\widehat{\Delta}\right)}
\end{aligned}$$

mit $f_{S_X,S_Y}\left(S_X,S_Y\left|S_X-S_Y>\widehat{\Delta}\right.\right)=\frac{1}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)}$. Gilt jedoch $2\Delta_\mu\geq\frac{T}{\zeta}$, beträgt der gleichgewichtige Überschuss des Prinzipals im Fall von Ereignis II

$$\begin{aligned}
V_2\left(I_3\left|II\right.\right) &= \int_0^{2\mu_Y}\left\{\begin{array}{c}\int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{\frac{T}{\zeta}+S_Y}\frac{\left(S_X+S_Y\right)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)}dS_X\\+\int_{\frac{T}{\zeta}+S_Y}^{2\mu_X}\frac{S_XT}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)}dS_X\end{array}\right\}dS_Y\\
&= -\frac{T^3+T^2\zeta^2\left(3\left(\widehat{\Delta}\right)^2+12\mu_Y\widehat{\Delta}-8\left(3\mu_X^2-\mu_Y^2\right)\right)+2\zeta^3\left(\widehat{\Delta}\right)^3}{12\zeta^2\left(2\mu_X-\mu_Y-\widehat{\Delta}\right)}.
\end{aligned}$$

Ereignis III: Im Fall von Ereignis III beträgt der gleichgewichtige erwartete Überschuss des Prinzipals

$$\begin{aligned}
V_2\left(I_3\left|III\right.\right) &= E\left[\left(S_X+S_Y\right)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta\left|0<\delta<\widehat{\Delta}\right.\right]\\
&= \int_0^{2\mu_Y}\int_{S_Y}^{S_Y+\widehat{\Delta}}\frac{\left(S_X+S_Y\right)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta}{2\mu_Y\widehat{\Delta}}dS_XdS_Y\\
&= \mu_YT+\frac{\widehat{\Delta}\left(\zeta\widehat{\Delta}+T\right)}{4} \qquad \text{(C.3)}
\end{aligned}$$

mit $f_{S_X,S_Y}\left(S_X,S_Y\left|0<S_X-S_Y<\widehat{\Delta}\right.\right)=\frac{1}{2\mu_Y\widehat{\Delta}}$.

Ereignis IV: Der gleichgewichtige erwartete Überschuss des Prinzipals im Fall von Ereignis IV beträgt

$$V_2\left(I_3|IV\right)=E\left[p_Xe_X^S+p_Ye_Y^S\right]=\left(\mu_X+\mu_Y\right)\frac{T}{2}+\Delta_\mu\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}.$$

Der erwartete Überschuss des Prinzipals in der zweiten Periode unter Informationssystem I_3 hängt somit von den einzelnen Parameterkonstellationen ab. Es können vier mögliche Parameterkonstellationen unterschieden und die dazugehörigen erwarteten Überschüsse des Prinzipals bestimmt werden.

1. Für $\frac{T}{\zeta} \leq 2\Delta_\mu$ und $\frac{T}{\zeta} \leq 2\mu_Y$ gilt

$$
\begin{aligned}
V_2(I_3) \quad = \quad & \rho_I \cdot \left[\begin{array}{c} \int_0^{\frac{T}{\zeta}} \int_0^{S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2} dS_X dS_Y \\ +\int_{\frac{T}{\zeta}}^{2\mu_Y} \left\{ \begin{array}{c} \int_{S_Y-\frac{T}{\zeta}}^{S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2} dS_X \\ +\int_0^{S_Y-\frac{T}{\zeta}} \frac{S_Y T}{2\mu_Y^2} dS_X \end{array} \right\} dS_Y \end{array} \right] \qquad \text{(C.4)} \\
& +\rho_{II} \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \left\{ \begin{array}{c} \int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{\frac{T}{\zeta}+S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)} dS_X \\ +\int_{\frac{T}{\zeta}+S_Y}^{2\mu_X} \frac{S_X T}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)} dS_X \end{array} \right\} dS_Y \right] \\
& +\rho_{III} \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \int_{S_Y}^{S_Y+\widehat{\Delta}} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta}{2\mu_Y\widehat{\Delta}} dS_X dS_Y \right] \\
& +\rho_{IV} \cdot \left((\mu_X+\mu_Y)\frac{T}{2}+\Delta_\mu \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2} \right).
\end{aligned}
$$

2. Für $2\Delta_\mu \leq \frac{T}{\zeta} \leq 2\mu_Y$ gilt

$$
\begin{aligned}
V_2(I_3) \quad = \quad & \rho_I \cdot \left[\begin{array}{c} \int_0^{\frac{T}{\zeta}} \int_0^{S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2} dS_X dS_Y \\ +\int_{\frac{T}{\zeta}}^{2\mu_Y} \left\{ \begin{array}{c} \int_{S_Y-\frac{T}{\zeta}}^{S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2} dS_X \\ +\int_0^{S_Y-\frac{T}{\zeta}} \frac{S_Y T}{2\mu_Y^2} dS_X \end{array} \right\} dS_Y \end{array} \right] \qquad \text{(C.5)} \\
& +\rho_{II} \cdot \left[\begin{array}{c} \int_0^{2\mu_X-\frac{T}{\zeta}} \left\{ \begin{array}{c} \int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{\frac{T}{\zeta}+S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)} dS_X \\ +\int_{\frac{T}{\zeta}+S_Y}^{2\mu_X} \frac{S_X T}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)} dS_X \end{array} \right\} dS_Y \\ +\int_{2\mu_X-\frac{T}{\zeta}}^{2\mu_Y} \int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{2\mu_X} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y\left(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y\right)} dS_X dS_Y \end{array} \right] \\
& +\rho_{III} \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \int_{S_Y}^{S_Y+\widehat{\Delta}} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta}{2\mu_Y\widehat{\Delta}} dS_X dS_Y \right] \\
& +\rho_{IV} \cdot \left((\mu_X+\mu_Y)\frac{T}{2}+\Delta_\mu \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2} \right).
\end{aligned}
$$

3. Für $\frac{T}{\zeta} \geq 2\Delta_\mu$ und $\frac{T}{\zeta} \geq 2\mu_Y$ gilt

$$\begin{aligned} V_2(I_3) &= \rho_I \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \int_0^{S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2} dS_X dS_Y \right] \\ &+ \rho_{II} \cdot \left[\begin{array}{c} \int_0^{2\mu_X - \frac{T}{\zeta}} \left\{ \begin{array}{c} \int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{\frac{T}{\zeta}+S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y)} dS_X \\ + \int_{\frac{T}{\zeta}+S_Y}^{2\mu_X} \frac{S_X T}{2\mu_Y(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y)} dS_X \end{array} \right\} dS_Y \\ + \int_{2\mu_X-\frac{T}{\zeta}}^{2\mu_Y} \int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{2\mu_X} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y)} dS_X dS_Y \end{array} \right] \\ &+ \rho_{III} \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \int_{S_Y}^{S_Y+\widehat{\Delta}} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta}{2\mu_Y\widehat{\Delta}} dS_X dS_Y \right] \\ &+ \rho_{IV} \cdot \left((\mu_X+\mu_Y)\frac{T}{2} + \Delta_\mu \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2} \right). \end{aligned} \tag{C.6}$$

4. Für $2\Delta_\mu \geq \frac{T}{\zeta} \geq 2\mu_Y$ gilt

$$\begin{aligned} V_2(I_3) &= \rho_I \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \int_0^{S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y^2} dS_X dS_Y \right] \\ &+ \rho_{II} \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \left\{ \begin{array}{c} \int_{S_Y+\widehat{\Delta}}^{\frac{T}{\zeta}+S_Y} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}}{2\mu_Y(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y)} dS_X \\ + \int_{\frac{T}{\zeta}+S_Y}^{2\mu_X} \frac{S_X T}{2\mu_Y(2\mu_X-\widehat{\Delta}-\mu_Y)} dS_X \end{array} \right\} dS_Y \right] \\ &+ \rho_{III} \cdot \left[\int_0^{2\mu_Y} \int_{S_Y}^{S_Y+\widehat{\Delta}} \frac{(S_X+S_Y)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2}\delta}{2\mu_Y\widehat{\Delta}} dS_X dS_Y \right] \\ &+ \rho_{IV} \cdot \left((\mu_X+\mu_Y)\frac{T}{2} + \Delta_\mu \frac{\zeta\widehat{\Delta}}{2} \right). \end{aligned} \tag{C.7}$$

Mit den Werten aus (C.4)-(C.7) und dem erwarteten Überschuss des Prinzipals in der zweiten Periode unter Informationssystem I_1, $V_2(I_1) = (\mu_X+\mu_Y)\frac{T}{2} + \frac{\zeta\Delta_\mu^2}{2}$, kann die erwartete Überschussdifferenz zwischen den beiden Informationssystemen, $\Diamond V_2 = V_2(I_3) - V_2(I_1)$, bestimmt werden mit

$$\Diamond V_2 = \rho_I V_2(I_3|I) + \rho_{II} V_2(I_3|II) + \rho_{III} V_2(I_3|III) + \rho_{IV} V_2(I_3|IV) - V_2(I_1).$$

Für die vier Parameterkonstellationen gilt

1. $\frac{T}{\zeta} \leq 2\Delta_\mu$ und $\frac{T}{\zeta} \leq 2\mu_Y$:

$$\begin{aligned} \Diamond V_2 &= \frac{1-\phi}{96\zeta^3\mu_X\mu_Y} \cdot \left\{ \begin{array}{c} 4\zeta^4\mu_Y\left(\widehat{\Delta}\right)^3 + 48\zeta^3\mu_X\mu_Y\Delta_\mu\left(T-\zeta\widehat{\Delta}\right) \\ +8\zeta\mu_Y T\left(4\zeta^2\mu_Y^2 - T^2\right) + T^4 \end{array} \right\} \\ &\quad -\frac{\zeta}{2}\Delta_\mu\left(\Delta_\mu - \widehat{\Delta}\right) \end{aligned}$$

2. $2\Delta_\mu \leq \frac{T}{\zeta} \leq 2\mu_Y$:

$$\begin{aligned} \Diamond V_2 &= \frac{1-\phi}{48\zeta^3\mu_X\mu_Y} \cdot \left\{ \begin{array}{c} 2\mu_Y\zeta^4\left(\widehat{\Delta}\right)^3 - 24\zeta^4\mu_X\mu_Y\Delta_\mu\widehat{\Delta} + T^4 - 2T^3\zeta\left(\mu_X+\mu_Y\right) \\ +8T\zeta^3\left(\mu_X^3+\mu_Y^3\right) - 8\zeta^4\Delta_\mu^4 \end{array} \right\} \\ &\quad -\frac{\zeta\Delta_\mu}{2}\left(\Delta_\mu - \widehat{\Delta}\right) \end{aligned}$$

3. $\frac{T}{\zeta} \geq 2\Delta_\mu$ und $\frac{T}{\zeta} \geq 2\mu_Y$:

$$\begin{aligned} \Diamond V_2 &= \frac{1-\phi}{96\zeta^3\mu_X\mu_Y} \cdot \left\{ \begin{array}{c} 4\zeta^4\mu_Y\left(\widehat{\Delta}\right)^3 - 48\zeta^4\mu_X\mu_Y\Delta_\mu\widehat{\Delta} \\ -16\zeta^4\mu_X\left(\mu_X-2\mu_Y\right)\left(\mu_X^2 - 2\mu_X\mu_Y + 2\mu_Y^2\right) \\ +4\zeta\mu_X T\left(4\zeta^2\mu_X^2 - T^2\right) + T^4 \end{array} \right\} \\ &\quad -\frac{\zeta\Delta_\mu}{2}\left(\Delta_\mu - \widehat{\Delta}\right) \end{aligned}$$

4. $2\Delta_\mu \geq \frac{T}{\zeta} \geq 2\mu_Y$:

$$\begin{aligned} \Diamond V_2 &= \frac{1-\phi}{24\zeta^2\mu_X}\left\{\zeta^3\left(\widehat{\Delta}\right)^3 - 12\zeta^3\mu_X\Delta_\mu\widehat{\Delta} + 4\zeta^2\mu_Y^2\left(\zeta\mu_Y+T\right) + 12\zeta^2\mu_X T\Delta_\mu - T^3\right\} \\ &\quad -\frac{\zeta\Delta_\mu}{2}\left(\Delta_\mu - \widehat{\Delta}\right) \end{aligned}$$

mit $\widehat{\Delta} = -\frac{2}{1-\phi}\cdot\left[\phi\mu_X - \sqrt{\phi^2\mu_X^2 + \phi\left(1-\phi\right)\mu_X\Delta_\mu}\right]$. ■

C.8 Beweis zu Proposition 4.4

Für $\phi = 1$ folgt aus (4.5), dass $\widehat{\Delta} = \Delta_\mu$ gilt. Wird dies in $\Diamond V_2$ eingesetzt, resultiert $\Diamond V_2 = 0$ (für alle vier Parameterkonstellationen), d.h. wenn das Informationssystem mit Sicherheit keine Informationen generiert, hat die Einführung eines solchen Systems keinen Wert. Unabhängig von den Parameterkonstellationen gilt außerdem

$$\frac{d^2\Diamond V_2}{d\phi^2} = \frac{\zeta}{(1-\phi)^4\left(\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu\right)\sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu}} \cdot \left\{\begin{array}{c}\phi\mu_X^2(\phi\mu_Y+\Delta_\mu)\left[\phi^2\left(\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y+\mu_Y^2\right)+2\phi(\mu_Y+3\mu_X)\Delta_\mu+\Delta_\mu^2\right]\\ -4\mu_X\left(\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu\right)\sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu}\left[\phi(\mu_X+\mu_Y)+\Delta_\mu\right]\end{array}\right\}.$$

Wird angenommen, dass

$$\left\{\begin{array}{c}\phi\mu_X^2(\phi\mu_Y+\Delta_\mu)\left[\phi^2\left(\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y+\mu_Y^2\right)+2\phi(\mu_Y+3\mu_X)\Delta_\mu+\Delta_\mu^2\right]\\ -4\mu_X\left(\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu\right)\sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu}\left[\phi(\mu_X+\mu_Y)+\Delta_\mu\right]\end{array}\right\} \geq 0$$

gilt, ist dies äquivalent zu

$$\begin{aligned} &\frac{\phi\mu_X^2(\phi\mu_Y+\Delta_\mu)\left[\phi^2\left(\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y+\mu_Y^2\right)+2\phi(\mu_Y+3\mu_X)\Delta_\mu+\Delta_\mu^2\right]}{4\mu_X\left(\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu\right)\left[\phi(\mu_X+\mu_Y)+\Delta_\mu\right]} \\ \geq\ & \sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu} \end{aligned}$$

mit

$$4\mu_X\left(\phi^2\mu_X^2+\phi(1-\phi)\mu_X\Delta_\mu\right)\left[\phi(\mu_X+\mu_Y)+\Delta_\mu\right] > 0$$

und

$$\phi\mu_X^2(\phi\mu_Y+\Delta_\mu)\left[\phi^2\left(\mu_X^2+6\mu_X\mu_Y+\mu_Y^2\right)+2\phi(\mu_Y+3\mu_X)\Delta_\mu+\Delta_\mu^2\right] > 0.$$

Nach Umformen der Terme erhält man die Bedingung

$$\frac{(1-\phi)^4\Delta_\mu^4}{16\left(\Delta_\mu+\phi(\mu_X+\mu_Y)\right)^2} \geq 0.$$

Da diese Ungleichung immer erfüllt ist, gilt ebenso $\frac{d^2\Diamond V_2}{d\phi^2} \geq 0$. Da $\frac{d^2\Diamond V_2}{d\phi^2} \geq 0$ und $\Diamond V_2|_{\phi=1} = 0$ gilt, kann nur dann $\Diamond V_2 > 0$ eintreten, wenn $\Diamond V_2|_{\phi=0} > 0$. ■

C.9 Beweis zu Proposition 4.7

Legt der Prinzipal immer alle Informationen des Zwischenberichts offen, lautet der erwartete Überschuss im Fall von Ereignis III

$$\begin{aligned} V_2\left(I_3'|III\right) &= E\left[\left(S_X+S_Y\right)\frac{T}{2}+\frac{\zeta\delta^2}{2}\middle|0\leq\delta\leq\widehat{\Delta}\right] \\ &= \int_0^{2\mu_Y}\int_{S_Y}^{S_Y+\widehat{\Delta}}\frac{\left(S_X+S_Y\right)\frac{T}{2}+\frac{\zeta}{2}\left(S_X-S_Y\right)^2}{2\mu_Y\widehat{\Delta}}dS_X dS_Y \\ &= T\left(\mu_Y+\frac{\widehat{\Delta}}{4}\right)+\frac{\zeta\left(\widehat{\Delta}\right)^2}{6} \end{aligned}$$

mit $\widehat{\Delta}=-\frac{2}{1-\phi}\cdot\left[\phi\mu_X-\sqrt{\phi^2\mu_X^2+\phi\left(1-\phi\right)\mu_X\Delta_\mu}\right]$. Somit lautet die Differenz zwischen dem erwarteten Überschuss bei strategischer (siehe (C.3)) und bei vollständiger Offenlegung

$$V_2\left(I_3|III\right)-V_2\left(I_3'|III\right)=\mu_Y T+\frac{\zeta\left(\widehat{\Delta}\right)^2+\widehat{\Delta}T}{4}-T\left(\mu_Y+\frac{\widehat{\Delta}}{4}\right)-\frac{\zeta\left(\widehat{\Delta}\right)^2}{6}=\frac{\zeta\left(\widehat{\Delta}\right)^2}{12}.$$

Da das Ereignis III mit einer Wahrscheinlichkeit von $\left(1-\phi\right)\frac{\widehat{\Delta}}{2\mu_X}$ eintritt und die erwarteten Überschüsse in allen anderen Ereignissen gleich bleiben, beträgt der Wert der strategischen Offenlegung

$$V_2\left(I_3\right)-V_2\left(I_3'\right)=\left(1-\phi\right)\left(\widehat{\Delta}\right)^3\frac{\zeta}{24\mu_X}\geq 0.$$

Hieraus wird unmittelbar ersichtlich, dass für $\phi=1$ und $\phi=0$ die strategische Offenlegung keinen Wert besitzt, d.h. $\left(V_2\left(I_3\right)-V_2\left(I_3'\right)\right)\big|_{\phi=1}=0$ und $\left(V_2\left(I_3\right)-V_2\left(I_3'\right)\right)\big|_{\phi=0}=0$. ■

Anhang D

Beweise zu Kapitel 5

D.1 Herleitung der optimalen Entlohnungsverträge für einen risikoneutralen Agenten bei unbeschränkter Arbeitszeit

***First-best*-Lösung:**

Das Optimierungskalkül des Prinzipals in der *first-best*-Lösung bei bindender Teilnahmebedingung lautet

$$\max_{\mathbf{e}} E\left[x+y\right]-C\left(\mathbf{e}\right)=\mu_X e_X+\mu_Y e_Y-\frac{e_X^2}{2}-\frac{e_Y^2}{2},$$

sodass die Bedingungen erster Ordnung $\mu_X - e_X = 0$ und $\mu_Y - e_Y = 0$ resultieren. Folglich gilt für die optimalen *first-best*-Arbeitseinsätze $e_k^{FB} = \mu_k$, $k = X, Y$. Der erwartete Nettoüberschuss des Prinzipals ergibt sich zu $P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) = \frac{\mu_X^2+\mu_Y^2}{2}$.

***Second-best*-Lösung:**

In der *second-best*-Lösung berücksichtigt der Prinzipal, dass der Agent diejenigen Arbeitseinsätze wählt, die seinen erwarteten Nutzen maximieren. Für die Anreizbedingung gilt somit

$$\begin{aligned}\mathbf{e}\left(v\right) &= \arg\max_{\mathbf{e}^\circ}\left\{m+vE\left[z\left(\mathbf{e}^\circ\right)\right]-C\left(\mathbf{e}^\circ\right)\right\}\\ &= \arg\max_{\mathbf{e}^\circ}\left\{m+v\left(b_X e_X^\circ+b_Y e_Y^\circ\right)-\frac{1}{2}\cdot\left[\left(e_X^\circ\right)^2+\left(e_Y^\circ\right)^2\right]\right\}.\end{aligned}$$

Die Bedingungen erster Ordnung des Optimierungskalküls des Agenten lauten $vb_X - e_X = 0$ und $vb_Y - e_Y = 0$, sodass die Anreizbedingung

$$\mathbf{e}\left(v\right)=\left(vb_X, vb_Y\right)'$$

resultiert. Das Optimierungskalkül des Prinzipals in der *second-best*-Lösung lautet

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{e}} P(\mathbf{e}) &= E[x+y] - m - v \cdot E[z] \\ \text{u.d.N.} \quad & m + v \cdot E[z] - C(\mathbf{e}) \geq 0 \\ & \mathbf{e}(v) = (vb_X, vb_Y)'. \end{aligned}$$

Da wiederum die Teilnahmebedingung im Optimum bindet und der Agent die Arbeitseinsätze gemäß der Anreizbedingung wählt, kann das Optimierungskalkül verkürzt werden zu

$$\max_{\mathbf{e},v} \{P(\mathbf{e}) \,|\mathbf{e} = \mathbf{e}(v)\} = \max_{\mathbf{e},v} P(\mathbf{e}(v)) \equiv \max_{v} P(v) = \mu_X v b_X + \mu_Y v b_Y - \frac{(vb_X)^2}{2} - \frac{(vb_Y)^2}{2}.$$

Die Bedingung erster Ordnung lautet folglich $\mu_X b_X + \mu_Y b_Y - v b_X^2 - v b_Y^2 = 0$, sodass die optimale Beteiligungsrate

$$v^{\dagger} = \frac{\mu_X b_X + \mu_Y b_Y}{b_X^2 + b_Y^2}$$

beträgt und die *second-best*-Arbeitseinsätze durch $\mathbf{e}^{\dagger} = \left(v^{\dagger} b_X, v^{\dagger} b_Y\right)'$ gegeben sind. Der erwartete Nettoüberschuss des Prinzipals ergibt sich zu

$$P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right) = \frac{\mu_X^2 + \mu_Y^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(\mu_Y b_X - \mu_X b_Y)^2}{b_X^2 + b_Y^2}. \blacksquare$$

D.2 Beweis zu Proposition 5.1

Die Lagrangefunktion des Optimierungsproblems des Prinzipals lautet

$$L = E[x+y] - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2} - \lambda(e_X + e_Y - T),$$

wobei λ der Lagrangemultiplikator der Zeitrestriktion des Agenten darstellt. Die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial e_k} &= \mu_k - e_k - \lambda \leq 0, \;\; \frac{\partial L}{\partial e_k} \cdot e_k = 0, \;\; e_k \geq 0 \quad \text{für } k = X, Y \text{ und} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= T - e_X - e_Y \geq 0, \;\; \frac{\partial L}{\partial \lambda} \cdot \lambda = 0, \;\; \lambda \geq 0. \end{aligned}$$

Die Analyse der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen kann in drei Fälle unterteilt werden.

a) Wird zuerst angenommen, dass in beiden Aufgaben ein positiver Arbeitseinsatz geleistet, die Arbeitszeit aber nicht ausgeschöpft wird, gilt $\lambda = 0$, $e_X > 0$ und $e_Y > 0$. Die aus der

Bedingung $\frac{\partial L}{\partial e_k} \cdot e_k = 0$ resultierenden Arbeitseinsätze $e_k = \mu_k$ verstoßen jedoch gegen die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingung $\frac{\partial L}{\partial \lambda} < 0$, da eine restriktive Arbeitszeit der Form $T < \mu_X + \mu_Y$ angenommen wird.

b) Der zweite zu betrachtende Fall ist, dass ein positiver Arbeitseinsatz in beiden Aufgaben geleistet und die Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft wird, d.h. $\lambda > 0$, $e_X > 0$ und $e_Y > 0$. Die Auswertung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen liefert die Arbeitseinsätze $e_X = \frac{T}{2} + \frac{\mu_X - \mu_Y}{2}$ und $e_Y = \frac{T}{2} + \frac{\mu_Y - \mu_X}{2}$ sowie den Lagrangemultiplikator $\lambda = \frac{\mu_X + \mu_Y}{2} - \frac{T}{2} > 0$. Diese Lösung wird zur Randlösung

b1) $e_X = T$, $e_Y = 0$ und $\lambda = \mu_X - T$, wenn $\Delta_\mu > T$;

b2) $e_X = 0$, $e_Y = T$ und $\lambda = \mu_Y - T$, wenn $\Delta_\mu < -T$.

c) Der dritte Fall beschreibt, dass die Arbeitszeit nicht ausgeschöpft und nur in einer Aufgabe ein positiver Arbeitseinsatz geleistet wird, d.h. $\lambda = 0$ sowie c1) $e_X > 0$ und $e_Y = 0$ bzw. c2) $e_X = 0$ und $e_Y > 0$.

c1) Für $e_X > 0$ folgt aus den Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen $\frac{\partial L}{\partial e_X} = 0$ und somit $e_X = \mu_X$. Für $e_Y = 0$ folgt aus den Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen $\frac{\partial L}{\partial e_Y} = \mu_Y \leq 0$. Per Definition gilt $\mu_Y \geq 0$. Des Weiteren gilt für $\mu_Y = 0$ per Definition $\mu_X > 0$. Die insgesamt induzierte Arbeitszeit wäre dann $e_X + e_Y = \mu_X + 0$. Dies verletzt jedoch die Annahme einer knappen Arbeitszeit $T < \mu_X + \mu_Y$.

c2) Analog zum Fall c1), führt auch dieser Fall zu einer Verletzung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen.

Diese drei Fälle decken alle möglichen Kombinationen für e_X, e_Y und λ ab. Da die Fälle a) und c) zu einer Verletzung der Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen führen, stellt Fall b) die Lösung des Optimierungsproblems dar. Es ist somit stets optimal, die Arbeitszeit vollständig auszuschöpfen ($\lambda^{FB,tc} > 0$) und die Arbeitseinsätze $e_k^{FB,tc} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\mu_k - \mu_{-k}}{2}, T\right\}\right\}$, $k = X, Y$, zu wählen. ■

D.3 Beweis zu Lemma 5.3

Aus Korollar 5.1 ist bekannt, dass die Arbeitszeit im Optimum vollständig ausgeschöpft wird, d.h. $e_X + e_Y = T$, sodass der Arbeitseinsatz in Aufgabe Y ausgedrückt werden kann durch $e_Y = T - e_X$. Folglich können die Anreizbedingungen umgeschrieben werden zu

$$\begin{aligned} e_X(v) &= \arg\max_{e_X^\circ} \left\{ m + v\left(b_X e_X^\circ + b_Y\left(T - e_X^\circ\right)\right) - \frac{(e_X^\circ)^2}{2} - \frac{\left(T - e_X^\circ\right)^2}{2} \,\middle|\, 0 \leq e_X^\circ \leq T \right\} \text{ und} \\ e_Y(v) &= T - e_X(v). \end{aligned}$$

Aus $\frac{\partial}{\partial e_X^\circ}\left(m+v\left(b_X e_X^\circ+b_Y\left(T-e_X^\circ\right)\right)-\frac{\left(e_X^\circ\right)^2}{2}-\frac{\left(T-e_X^\circ\right)^2}{2}\right)=v\left(b_X-b_Y\right)+T-2e_X^\circ$ und unter Beachtung der Zeitrestriktion folgt

$$\begin{aligned} e_X(v) &= \max\left\{0,\min\left\{\frac{T}{2}+\frac{v\left(b_X-b_Y\right)}{2},T\right\}\right\} \text{ und} \\ e_Y(v) &= \max\left\{0,\min\left\{\frac{T}{2}+\frac{v\left(b_Y-b_X\right)}{2},T\right\}\right\}. \end{aligned}$$

Folglich gilt

$$e_k(v)=\max\left\{0,\min\left\{\frac{T}{2}+\frac{v\left(b_k-b_{-k}\right)}{2},T\right\}\right\},\ k=X,Y. \blacksquare$$

D.4 Beweis zu Proposition 5.2

a) Es sei angenommen, dass $b_X \neq b_Y$ gilt. Wird $v=\widehat{v}=\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}$ gesetzt und angenommen, dass $\widehat{v}\geq\frac{T}{b_X+b_Y}$ gilt, lauten die *second-best*-Arbeitseinsätze des Agenten

$$e_X=\max\left\{0,\min\left\{\frac{T}{2}+\frac{\Delta_\mu}{2},T\right\}\right\} \text{ und } e_Y=\max\left\{0,\min\left\{\frac{T}{2}-\frac{\Delta_\mu}{2},T\right\}\right\},$$

die den *first-best*-Arbeitseinsätzen entsprechen. Folglich stellt $\widehat{v}$, immer dann, wenn $\widehat{v}\geq\frac{T}{b_X+b_Y}$ gilt, eine optimale Beteiligungsrate dar.

Für $\Delta_\mu>T$ ($\Delta_\mu<-T$), spezialisiert sich der Agent in der *first-best*-Lösung in einer Aufgabe, d.h. $e_X=T$ und $e_Y=0$ ($e_X=0$ und $e_Y=T$). Für den Prinzipal ist es dann in der *second-best*-Lösung ausreichend, eine Beteiligungsrate in Höhe von $v=\frac{T}{\Delta_b}$ ($v=-\frac{T}{\Delta_b}$) zu setzen. Folglich ist die optimale Beteiligungsrate nicht mehr eindeutig. Jede Beteiligungsrate $v\geq\frac{T}{\Delta_b}$ ($v\geq-\frac{T}{\Delta_b}$) führt zur gewünschten Arbeitszeitallokation.

Gilt jedoch $\widehat{v}<\frac{T}{b_X+b_Y}$, stellt $\widehat{v}$ keine optimale Beteiligungsrate mehr dar, da sie den Agenten nicht zum Ausschöpfen der Arbeitszeit motiviert ($v\geq\frac{T}{b_X+b_Y}$ wird verletzt (vgl. Lemma 5.2)). $\widehat{v}<\frac{T}{b_X+b_Y}$ tritt in zwei Fällen auf: 1) für $sgn\left(\Delta_b\right)\neq sgn\left(\Delta_\mu\right)$ und 2) für $sgn\left(\Delta_b\right)=sgn\left(\Delta_\mu\right)$ mit $\left|\Delta_\mu\right|<T$ und $\frac{b_k}{b_{-k}}>\frac{\mu_k}{\mu_{-k}}\geq 1$.[1] Während 1) $\widehat{v}<0$ bedeutet, folgt 2) aus den folgenden Überlegungen. Es wird angenommen, dass $sgn\left(\Delta_b\right)=sgn\left(\Delta_\mu\right)$ gilt. Wird die Bedingung

$$\widehat{v}=\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}<\frac{T}{b_X+b_Y}\Leftrightarrow\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}\left(b_X+b_Y\right)<T$$

[1] Um den Beweis einfach zu halten, wird angenommen, dass $sgn\left(\Delta_\mu=0\right)$ immer $sgn\left(\Delta_b\right)$ entspricht.

betrachtet und die Annahme einer knappen Arbeitszeit, $T < \mu_X + \mu_Y$, berücksichtigt folgt

$$\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}(b_X + b_Y) < \mu_X + \mu_Y \Leftrightarrow \frac{\mu_X b_Y - \mu_Y b_X}{\Delta_b} < 0.$$

Für $\Delta_b > 0$ ist diese Ungleichung nur dann erfüllt, wenn $\frac{b_X}{b_Y} > \frac{\mu_X}{\mu_Y} \geq 1$ gilt (per Annahme gilt bei $\Delta_b > 0$ auch $\Delta_\mu > 0$). Für $\Delta_b < 0$ ist die Ungleichung nur für $\frac{b_Y}{b_X} > \frac{\mu_Y}{\mu_X} \geq 1$ erfüllt. Folglich hält die Ungleichung $\widehat{v} < \frac{T}{b_X + b_Y}$ für $sgn(\Delta_b) = sgn(\Delta_\mu)$ nur, wenn $\frac{b_k}{b_{-k}} > \frac{\mu_k}{\mu_{-k}} \geq 1$ gilt.
Wie bereits gezeigt wurde, ist es optimal, die Arbeitszeit auszuschöpfen. Im Fall 1) möchte der Prinzipal Arbeitseinsätze $e_k > e_{-k}$ induzieren, während der Agent nur zu Arbeitseinsätzen $e_k < e_{-k}$ motiviert werden kann. Je höher die Beteiligungsrate v ist, umso höher ist die Fehlallokation $(e_{-k} - e_k)$, bis der Punkt $e_{-k} - e_k = T$ erreicht ist. Somit ist es für den Prinzipal optimal, die niedrigste Beteiligungsrate zu wählen, die noch das Ausschöpfen der Arbeitszeit motiviert, $v = \frac{T}{b_X + b_Y}$. Im Fall 2) verläuft die Argumentation analog. Der Prinzipal möchte eine Allokation induzieren, für die $|e_X - e_Y| = \Delta_\mu < T$ gilt. Die induzierte *second-best*-Allokation der Arbeitszeit führt jedoch zu $|e_X - e_Y| = \min\{|v\Delta_b|, T\}$ mit $v \geq \frac{T}{b_X + b_Y}$. Für die kleinstmögliche Beteiligungsrate, die den Agenten zum Ausschöpfen der Zeit motiviert, $v = \frac{T}{b_X + b_Y}$, gilt $|v\Delta_b| = \frac{T}{b_X + b_Y}|\Delta_b| > |\Delta_\mu|$, da per Annahme $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} < \frac{T}{b_X + b_Y}$ mit $sgn(\Delta_b) = sgn(\Delta_\mu)$ gilt. Folglich lautet die optimale Beteiligungsrate $v = \frac{T}{b_X + b_Y}$, da jede höhere Beteiligungsrate zu einer größeren Abweichung von der gewünschten Allokation $|e_X - e_Y|$ führen würde.

b) Wird angenommen, dass $b_X = b_Y \equiv b$ gilt, und berücksichtigt, dass im Optimum die Zeitrestriktion bindet, lautet das Optimierungskalkül des Agenten

$$\max_{e_X, e_Y} m + vb(e_X + e_Y) - \frac{e_X^2}{2} - \frac{e_Y^2}{2}$$
$$\text{u.d.N.} \quad e_X + e_Y = T.$$

Wird die Beteiligungsrate derart gering gewählt, dass der Agent die Arbeitszeit nicht ausschöpft, $v < \frac{T}{2b}$, wählt er die Arbeitseinsätze $e_X = e_Y = vb < \frac{T}{2}$. Für $v \geq \frac{T}{2b}$ wählt der Agent die Arbeitseinsätze $e_X = e_Y = \frac{T}{2}$ und schöpft somit die gesamte Arbeitszeit aus. Folglich lautet die optimale Lösung $v^{\dagger,tc} \geq \frac{T}{2b}$. ■

D.5 Übersicht über die Gleichgewichtslösungen bei unbeschränkter und bei knapper Arbeitszeit

Optimale Werte bei unbeschränkter Arbeitszeit:

	first-best-Lösung	*second-best*-Lösung
Arbeitseinsätze	$e_k^{FB} = \mu_k$	$e_k^\dagger = v^\dagger b_k$
Beteiligungsrate	—	$v^\dagger = \frac{\mu_X b_X + \mu_Y b_Y}{b_X^2 + b_Y^2}$
Überschuss des Prinzipals	$P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) = \frac{\mu_X^2 + \mu_Y^2}{2}$	$P\left(\mathbf{e}^\dagger\right) = \frac{\mu_X^2 + \mu_Y^2}{2} - \frac{(\mu_Y b_X - \mu_X b_Y)^2}{2\left(b_X^2 + b_Y^2\right)}$
Maß für die fehlende Zielkongruenz	—	$\iota = \frac{(\mu_Y b_X - \mu_X b_Y)^2}{2\left(b_X^2 + b_Y^2\right)}$
Induzierte Gesamtarbeitszeit	$T^{FB} = \mu_X + \mu_Y$	$T^\dagger = \frac{(\mu_X b_X + \mu_Y b_Y)(b_X + b_Y)}{b_X^2 + b_Y^2}$

Tabelle D.1: Übersicht über die unbeschränkte *first-best*- und *second-best*-Lösung.

Optimale Werte bei knapper Arbeitszeit:

Sowohl in der *first-best*-Lösung als auch in der *second-best*-Lösung gilt für die induzierte Gesamtarbeitszeit $T < \min\left\{T^{FB}, T^{\dagger}\right\}$.

	first-best-Lösung	*second-best*-Lösung
Arbeits-einsätze	$e_k^{FB,tc} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\mu_k - \mu_{-k}}{2}, T\right\}\right\}$	$e_k^{\dagger,tc} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{v^{\dagger,tc}(b_k - b_{-k})}{2}, T\right\}\right\}$
Beteiligungs-rate	—	$v^{\dagger,tc} \begin{cases} = \max\left\{\frac{T}{b_X+b_Y}, \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}\right\} & \text{für } -T \leq \Delta_\mu \leq T \\ \geq \frac{T}{\lvert\Delta_b\rvert} & \text{für } T < \lvert\Delta_\mu\rvert \text{ und } sgn\left(\Delta_\mu\right) = sgn\left(\Delta_b\right) \\ = \frac{T}{b_X+b_Y} & \text{sonst} \end{cases}$
Überschuss des Prinzipals	$P\left(\mathbf{e}^{FB,tc}\right) = \begin{cases} \mu_Y T - \frac{T^2}{2} & \text{für } \Delta_\mu < -T \\ \left(\mu_X + \mu_Y\right)\frac{T}{2} + \frac{\Delta_\mu^2 - T^2}{4} & \text{für } -T \leq \Delta_\mu \leq T \\ \mu_X T - \frac{T^2}{2} & \text{für } T < \Delta_\mu \end{cases}$	$P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = \begin{cases} \mu_Y T - \frac{T^2}{2} & \text{für } \Delta_\mu < -T \text{ und } \Delta_b < 0 \\ \left(\mu_X + \mu_Y\right)\frac{T}{2} + \frac{\Delta_\mu^2 - T^2}{4} & \text{für } -T \leq \Delta_\mu \leq T \text{ und } \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}\left(b_X + b_Y\right) > T \\ \mu_X T - \frac{T^2}{2} & \text{für } T < \Delta_\mu \text{ und } \Delta_b > 0 \\ \frac{\mu_X b_X + \mu_Y b_Y}{b_X + b_Y} T - \frac{T^2\left(b_X^2 + b_Y^2\right)}{2\left(b_X + b_Y\right)^2} & \text{sonst} \end{cases}$
Maß für die fehlende Zielkongruenz	—	$\iota = \begin{cases} -b_X T \frac{\Delta_\mu\left(b_X+b_Y\right) + b_Y T}{\left(b_X+b_Y\right)^2} & \text{für } \Delta_\mu < -T \text{ und } \Delta_b > 0 \\ \left(\frac{\Delta_\mu}{2} - \frac{T\Delta_b}{2\left(b_X+b_Y\right)}\right)^2 & \text{für } -T \leq \Delta_\mu \leq T \text{ und } \frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}\left(b_X + b_Y\right) < T \\ b_Y T \frac{\Delta_\mu\left(b_X+b_Y\right) - b_X T}{\left(b_X+b_Y\right)^2} & \text{für } T < \Delta_\mu \text{ und } \Delta_b > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Tabelle D.2: Übersicht über die zeitbeschränkte *first-best*- und *second-best*-Lösung.

D.6 Beweis zu Proposition 5.3

a) Es sei $\Delta_b \neq 0$.
Hinreichende Bedingung: Gilt $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$, lautet die optimale Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc} = \widehat{v}$, wenn $-T \leq \Delta_\mu \leq T$, und sonst $v^{\dagger,tc} \geq \frac{T}{|\Delta_b|}$. In beiden Fällen wird die *first-best*-Allokation $\left(e_X^{FB,tc}, e_Y^{FB,tc}\right)$ induziert.
Notwendige Bedingung: Es sei angenommen, dass $\widehat{v} < \frac{T}{b_X+b_Y}$ gilt, sodass $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X+b_Y}$ resultiert. Diese Beteiligungsrate führt zu den Arbeitseinsätzen $e_X^{\dagger,tc} = \frac{b_X T}{b_X+b_Y}$ und $e_Y^{\dagger,tc} = \frac{b_Y T}{b_X+b_Y}$, sodass $\frac{e_X^{\dagger,tc}}{e_Y^{\dagger,tc}} = \frac{b_X}{b_Y}$ folgt. Gilt $\left|\Delta_\mu\right| \leq T$, beträgt das Verhältnis der Arbeitseinsätze in der *first-best*-Lösung (siehe Proposition 5.1) $\frac{e_X^{FB,tc}}{e_Y^{FB,tc}} = \frac{T+\Delta_\mu}{T-\Delta_\mu}$. Die Anreizverhältnisse der *first-best*- und *second-best*-Lösung, $\frac{e_X^{\dagger,tc}}{e_Y^{\dagger,tc}}$ und $\frac{e_X^{FB,tc}}{e_Y^{FB,tc}}$, entsprechen sich nur dann, wenn $\frac{b_X}{b_Y} = \frac{T+\Delta_\mu}{T-\Delta_\mu}$ gilt. Dies ist jedoch äquivalent zu $\widehat{v} = \frac{T}{b_X+b_Y}$. Ein Widerspruch! Gilt $\mu_k - \mu_{-k} < -T$, lauten die optimalen *first-best*-Arbeitseinsätze $e_k^{FB,tc} = 0$ und $e_{-k}^{FB,tc} = T$. Zielkongruenz kann dann erreicht werden, wenn $e_k^{\dagger,tc} = 0$ und $e_{-k}^{\dagger,tc} = T$ gilt. Hierzu müsste $b_k = 0$ gelten. Dies würde jedoch dazu führen, dass $\widehat{v}(b_X + b_Y) = -(\mu_k - \mu_{-k}) > T$ gilt. Ein Widerspruch!

b) Für $\Delta_b = 0$ wählt der Agent die Arbeitseinsätze $e_X^{\dagger,tc} = \frac{T}{2} = e_Y^{\dagger,tc}$. Dies entspricht nur dann der *first-best*-Allokation, wenn $\Delta_\mu = 0$ gilt. ■

D.7 Beweis zu Proposition 5.5

$P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$ verlangt, dass das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz durch die knappe Arbeitszeit verringert werden kann, d.h. dass der Prinzipal ein Arbeitseinsatzverhältnis $\frac{e_X}{e_Y}$ induzieren kann, das näher am unbeschränkten *first-best*-Verhältnis der Arbeitseinsätze, $\frac{\mu_X}{\mu_Y}$, liegt als das Verhältnis der unbeschränkten *second-best*-Arbeitseinsätze, $\frac{b_X}{b_Y}$. Damit dies möglich ist, muss $\frac{\mu_X}{\mu_Y} \neq \frac{b_X}{b_Y}$ gelten, da ansonsten das Performancemaß ohne Zeitbeschränkung kongruent wäre. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird angenommen, dass $\mu_X > \mu_Y$ gilt. Für $\Delta_b < 0$ gilt dann $\widehat{v} < \frac{T}{b_X+b_Y}$, sodass der Prinzipal lediglich das Verhältnis $\frac{e_X^{\dagger,tc}}{e_Y^{\dagger,tc}} = \frac{b_X}{b_Y}$ induzieren kann, das dem Verhältnis der unbeschränkten *second-best*-Arbeitseinsätze entspricht. Um das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz durch die Zeitrestriktion zu verringern, muss folglich $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ gelten, was zu $\Delta_b > 0$ gegeben $\Delta_\mu > 0$ führt. Aus den Anreizkompatibilitätsbedingungen ist bekannt, dass für $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$ und $\Delta_b > 0$ der Prinzipal die Arbeitseinsätze $e_X \in \left[\frac{b_X T}{b_X+b_Y}, T\right]$ und $e_Y = T - e_X$

durch die Wahl der Beteiligungsrate v induzieren kann. Gilt nun $\frac{b_X}{b_Y} > \frac{\mu_X}{\mu_Y}$, kann der Prinzipal lediglich Arbeitseinsätze mit einem Anreizverhältnis $\frac{e_X^{\dagger,tc}}{e_Y^{\dagger,tc}} \geq \frac{b_X}{b_Y}$ induzieren, wodurch das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz nicht verringert werden kann. Folglich ist eine Anforderung an eine Annäherung der Arbeitszeitwahl des Agenten an das vom Prinzipal bevorzugte Handeln, dass $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > \frac{b_X}{b_Y}$ gilt. Die drei hergeleiteten Bedingungen für einen Annäherung an die Zielkongruenz, 1) $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > \frac{b_X}{b_Y}$, 2) $\Delta_b, \Delta_\mu > 0$ und 3) $\widehat{v} \geq \frac{T}{b_X+b_Y}$, können in der Anforderung $\frac{\mu_X}{\mu_Y} > \frac{b_X}{b_Y} > 1$ zusammengefasst werden. Wird dies ebenfalls für $\mu_X < \mu_Y$ untersucht, kann die allgemeine notwendige Bedingung für $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$ mit $\frac{\mu_k}{\mu_{-k}} > \frac{b_k}{b_{-k}} > 1$ für $k = X, Y$ hergeleitet werden.

Aus Abschnitt 5.3 und 5.5 ist bekannt, dass, wenn $\frac{\mu_k}{\mu_{-k}} > \frac{b_k}{b_{-k}} > 1$ erfüllt ist, auch $T^{\dagger} > T^{FB} = \mu_X + \mu_Y$ gilt und sichergestellt ist, dass bei knapper Arbeitszeit auch bei nicht beobachtbaren Handlungen des Agenten die beschränkte *first-best*-Lösung erreicht werden kann. Wird $T = T^{FB} - \nu$ gesetzt und der Limes $\nu \to 0$ betrachtet, wird bei knapper Arbeitszeit die unbeschränkte *first-best*-Lösung erreicht, $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) = P\left(\mathbf{e}^{FB}\right)$, wobei aufgrund von $\frac{\mu_X}{\mu_Y} \neq \frac{b_X}{b_Y}$ $P\left(\mathbf{e}^{FB}\right) > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$ gilt. Somit gilt $P\left(\mathbf{e}^{\dagger,tc}\right) > P\left(\mathbf{e}^{\dagger}\right)$. Die aus Sicht des Prinzipals optimale Zeitbeschränkung für $\frac{\mu_k}{\mu_{-k}} > \frac{b_k}{b_{-k}} > 1$ lautet somit $T = T^{FB}$. ■

D.8 Beweis zu Lemma 5.4

Gemäß Feltham/Xie (1994, S. 433), (7), lauten die optimalen Beteiligungsraten $v^{\dagger}$ und $u^{\dagger}$ für $\mathbf{a} \neq \kappa \mathbf{b}$ und einem Risikoaversionskoeffizienten von null (Risikoneutralität)

$$\begin{pmatrix} v^{\dagger} \\ u^{\dagger} \end{pmatrix} = \left[\Lambda\Lambda'\right]^{-1} \Lambda \begin{pmatrix} \mu_X \\ \mu_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_X \mu_Y - a_Y \mu_X}{a_X b_Y - a_Y b_X} \\ \frac{b_Y \mu_X - b_X \mu_Y}{a_X b_Y - a_Y b_X} \end{pmatrix}$$

mit $\Lambda = \begin{pmatrix} b_X & b_Y \\ a_X & a_Y \end{pmatrix}$. Der Kongruenzverlust ist dann gemäß Feltham/Xie (1994, S. 434), (10),

$$\iota(z,q) = \begin{pmatrix} \mu_X \\ \mu_Y \end{pmatrix}' \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \Lambda' \left[\Lambda\Lambda'\right]^{-1} \Lambda \right) \begin{pmatrix} \mu_X \\ \mu_Y \end{pmatrix} = 0.$$

Gilt $\mathbf{a} = \kappa \mathbf{b}$ kann die erwartete Entlohnung des Agenten geschrieben werden als $m + v' b_X e_X + v' b_Y e_Y$ mit $v' = (v + u\kappa)$. Folglich sind die Optimierungsprobleme des Agenten und des Prinzipals identisch zu denen bei Verwendung eines einzelnen Performancemaßes, mit dem einzigen Unterschied, dass sie von v' anstatt v abhängen. Im Optimum gilt $v'^{\dagger,tc} = v^{\dagger,tc}$. Folglich resultiert die gleiche Zeitallokation wie bei Verwendung eines einzelnen Performancemaßes. ■

D.9 Beweis zu Proposition 5.6

Liegt keine Zeitrestriktion vor, wählt der Agent für gegebene Beteiligungsraten u und v die Arbeitseinsätze $e_X = vb_X + ua_X$ und $e_Y = vb_Y + ua_Y$. Möchte der Prinzipal die Arbeitseinsätze $\overline{e}_X$ und $\overline{e}_Y$ induzieren, wählt er diejenigen Beteiligungsraten, die das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} vb_X + ua_X &= \overline{e}_X \\ vb_Y + ua_Y &= \overline{e}_Y \end{aligned}$$

lösen. Dann und nur dann, wenn die beiden Performancemaße linear unabhängig sind, d.h. wenn $\mathbf{a} \neq \kappa\mathbf{b}$ gilt, kann das Gleichungssystem für beliebige Werte für $\overline{e}_X$ und $\overline{e}_Y$ gelöst werden. Folglich kann jede beliebige Arbeitszeitallokation induziert werden und somit auch eine Allokation, die eine Gesamtarbeitszeit in Höhe von T nicht übersteigt. Gilt hingegen $\mathbf{a} = \kappa\mathbf{b}$ und wird $\overline{v} = (v + u\kappa)$ definiert, können die unbeschränkten Anreizbedingungen der Agenten dargestellt werden durch

$$\begin{aligned} e_X &= vb_X + ua_X = \overline{v}b_X \text{ und} \\ e_Y &= vb_Y + ua_Y = \overline{v}b_Y. \end{aligned}$$

Folglich sind sowohl das Optimierungsproblem des Prinzipals als auch das des Agenten durch die in Abschnitt 5.4.3 dargestellten Optimierungskalküle bei Vorliegen eines einzelnen Performancemaßes gegeben. ■

D.10 Beweis zu Proposition 5.7

Gemäß Lemma 5.5 lautet die optimale Arbeitszeitwahl des Agenten, gegeben $v(b_X + b_Y) + u(a_X + a_Y) \geq T$, im Fall von zwei Performancemaßen

$$\begin{aligned} e_X(v,u) &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T + v\Delta_b + u\Delta_a}{2}, T\right\}\right\} \text{ und} \\ e_Y(v,u) &= \max\left\{0, \min\left\{\frac{T - v\Delta_b - u\Delta_a}{2}, T\right\}\right\}. \end{aligned}$$

Für den gesamten Beweis soll $\mathbf{a} \neq \kappa\mathbf{b}$ gelten. Aus Proposition 5.6 und Korollar 5.2 ist bekannt, dass die *first-best*-Arbeitseinsätze mithilfe von u und v induziert werden können. Die optimalen Beteiligungsraten $v^{\dagger,tc}$ und $u^{\dagger,tc}$ lösen

$$\begin{aligned} e_X\left(v^{\dagger,tc}, u^{\dagger,tc}\right) &\overset{!}{=} e_X^{FB,tc} \text{ und} \\ e_Y\left(v^{\dagger,tc}, u^{\dagger,tc}\right) &\overset{!}{=} e_Y^{FB,tc} \end{aligned}$$

bzw.

$$
\begin{aligned}
a)\ \max\left\{0,\min\left\{\frac{T+v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2},T\right\}\right\} &\overset{!}{=} \max\left\{0,\min\left\{\frac{T+\Delta_\mu}{2},T\right\}\right\} \text{ und}\\
b)\ \max\left\{0,\min\left\{\frac{T-v^{\dagger,tc}\Delta_b-u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2},T\right\}\right\} &\overset{!}{=} \max\left\{0,\min\left\{\frac{T-\Delta_\mu}{2},T\right\}\right\}
\end{aligned}
$$

unter der Nebenbedingung $v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)+u^{\dagger,tc}(a_X+a_Y)\geq T$.
Für $\Delta_\mu<-T$ folgt

$$
\begin{aligned}
a)\ \frac{T+v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2} &\leq 0\\
b)\ \frac{T-v^{\dagger,tc}\Delta_b-u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2} &\geq T,\\
&\Rightarrow v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a\leq -T.
\end{aligned}
$$

Für $-T\leq\Delta_\mu\leq T$ gilt

$$
\begin{aligned}
a)\ \frac{T+v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2} &= \frac{T+\Delta_\mu}{2}\\
b)\ \frac{T-v^{\dagger,tc}\Delta_b-u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2} &= \frac{T-\Delta_\mu}{2},\\
&\Rightarrow v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a=\Delta_\mu.
\end{aligned}
$$

Für $\Delta_\mu>T$ gilt

$$
\begin{aligned}
a)\ \frac{T+v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2} &\geq T\\
b)\ \frac{T-v^{\dagger,tc}\Delta_b-u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2} &\leq 0,\\
&\Rightarrow v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a\geq T.\ \blacksquare
\end{aligned}
$$

D.11 Beweis zu Proposition 5.8

Werden in der *first-best*-Lösung beide Aufgaben bearbeitet, d.h. gilt $-T\leq\Delta_\mu\leq T$, müssen die optimalen Beteiligungsraten in der *second-best*-Lösung folgende zwei Bedingungen erfüllen (vgl. Proposition 5.7):

1) $v^{\dagger,tc}\Delta_b+u^{\dagger,tc}\Delta_a=\Delta_\mu$ und

2) $v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)+u^{\dagger,tc}(a_X+a_Y)\geq T$.

Wird die erste Bedingung nach $v^{\dagger,tc}$ gelöst und in Bedingung 2) eingesetzt, folgt

$$\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}(b_X + b_Y) - T \geq 2u^{\dagger,tc}\frac{a_X b_Y - a_Y b_X}{\Delta_b}. \tag{D.1}$$

Aufgrund der Annahme, dass bei Verwendung eines einzelnen Performancemaßes keine Zielkongruenz erreicht werden kann, d.h. dass $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}(b_X + b_Y) < T$ gilt, ist die linke Seite von (D.1) negativ. Folglich muss Beteiligungsrate $u^{\dagger,tc}$ dann und nur dann negativ sein, wenn $\frac{a_X b_Y - a_Y b_X}{\Delta_b} > 0$ bzw. $\frac{a_X}{a_Y} > \frac{b_X}{b_Y} > 1$ oder $1 > \frac{b_X}{b_Y} > \frac{a_X}{a_Y}$ gilt. Ist Beteiligungsrate $u^{\dagger,tc}$ negativ, muss Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc}$ positiv sein, damit Bedingung 2) erfüllt ist.

Wird Bedingung 1) nach $u^{\dagger,tc}$ aufgelöst und in Bedingung 2) eingesetzt, lautet diese

$$\frac{\Delta_\mu}{\Delta_a}(a_X + a_Y) - T \geq -2v^{\dagger,tc}\frac{a_X b_Y - a_Y b_X}{\Delta_a}. \tag{D.2}$$

Aufgrund der Annahme, dass bei Verwendung eines einzelnen Performancemaßes keine Zielkongruenz erreicht werden kann, d.h. dass $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_a}(a_X + a_Y) < T$ gilt, ist die linke Seite von (D.2) negativ. Folglich muss Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc}$ dann und nur dann negativ sein, wenn $\frac{a_X b_Y - a_Y b_X}{\Delta_a} < 0$ bzw. $1 > \frac{a_X}{a_Y} > \frac{b_X}{b_Y}$ oder $\frac{b_X}{b_Y} > \frac{a_X}{a_Y} > 1$ gilt. Ist Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc}$ negativ, muss Beteiligungsrate $u^{\dagger,tc}$ positiv sein, damit Bedingung 2) erfüllt ist. Zusammenfassend gilt somit für $-T \leq \Delta_\mu \leq T$ und $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) > (<)\ 0$:

$$\begin{array}{llll} v^{\dagger,tc} > 0, & u^{\dagger,tc} < 0 & \text{für} & \frac{a_X}{a_Y} > (<)\ \frac{b_X}{b_Y} \text{ und} \\ v^{\dagger,tc} < 0, & u^{\dagger,tc} > 0 & \text{für} & \frac{a_X}{a_Y} < (>)\ \frac{b_X}{b_Y}. \end{array}$$

Zwei positive Beteiligungsraten treten für $-T \leq \Delta_\mu \leq T$ nur dann auf, wenn $\frac{a_X}{a_Y} < 1 < \frac{b_X}{b_Y}$ oder $\frac{b_X}{b_Y} < 1 < \frac{a_X}{a_Y}$ gilt, d.h. wenn $sgn(\Delta_a) \neq sgn(\Delta_b)$.

Wird in der *first-best*-Lösung eine Spezialisierung in einer Aufgabe gewählt, d.h. gilt $\left|\Delta_\mu\right| > T$, kann mit den Performancemaßen bereits bei alleiniger Nutzung zielkongruentes Handeln induziert werden, wenn $sgn(\Delta_a) \neq sgn(\Delta_b)$ gilt. Für $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b)$ ist dies nicht zwangsläufig gegeben.

Wird in der *first-best*-Lösung nur Aufgabe X bearbeitet ($T < \Delta_\mu$), lauten die Bedingungen für die optimalen Beteiligungsraten der *second-best*-Lösung

1) $v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \geq T$ und

2) $v^{\dagger,tc}(b_X + b_Y) + u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y) \geq T$.

Durch Auflösen der zweiten Bedingung nach $v^{\dagger,tc}$ folgt $v^{\dagger,tc} \geq \frac{T - u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y)}{b_X + b_Y}$. Folglich gilt

$$v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \geq \frac{T - u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y)}{b_X + b_Y}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a.$$

Hierbei ist dann und nur dann $\frac{T-u^{\dagger,tc}(a_X+a_Y)}{b_X+b_Y}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \geq T$, wenn $u^{\dagger,tc}(a_X b_Y - a_Y b_X) \geq b_Y T$ gilt. Da stets $b_Y T > 0$ gilt, muss die Beteiligungsrate $u^{\dagger,tc}$ negativ sein (und $v^{\dagger,tc}$ positiv), wenn $\frac{a_X}{a_Y} < \frac{b_X}{b_Y} < 1$.

Durch Auflösen der Bedingung 2) nach $u^{\dagger,tc}$ folgt $u^{\dagger,tc} \geq \frac{T-v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)}{a_X+a_Y}$. Somit gilt

$$v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \geq v^{\dagger,tc}\Delta_b + \frac{T-v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)}{a_X+a_Y}\Delta_a.$$

Hierbei ist dann und nur dann $v^{\dagger,tc}\Delta_b + \frac{T-v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)}{a_X+a_Y}\Delta_a \geq T$, wenn $-v^{\dagger,tc}(a_X b_Y - a_Y b_X) \geq a_Y T$ gilt. Da die rechte Seite dieser Ungleichung stets positiv ist, muss $v^{\dagger,tc}$ negativ sein (und $u^{\dagger,tc}$ positiv), wenn $1 > \frac{a_X}{a_Y} > \frac{b_X}{b_Y}$.

Wird der Fall betrachtet, wenn in der *first-best*-Lösung die gesamte Arbeitszeit für Aufgabe Y verwendet wird ($\Delta_\mu < -T$), lauten die Bedingungen für die optimalen Beteiligungsraten der *second-best*-Lösung

1) $v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a \leq -T$ bzw. $v^{\dagger,tc}(b_Y - b_X) + u^{\dagger,tc}(a_Y - a_X) \geq T$ und

2) $v^{\dagger,tc}(b_X + b_Y) + u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y) \geq T$.

Durch Auflösen der zweiten Bedingung nach $v^{\dagger,tc}$ folgt $v^{\dagger,tc} \geq \frac{T-u^{\dagger,tc}(a_X+a_Y)}{b_X+b_Y}$. Somit gilt

$$v^{\dagger,tc}(b_Y - b_X) + u^{\dagger,tc}(a_Y - a_X) \geq \frac{T-u^{\dagger,tc}(a_X+a_Y)}{b_X+b_Y}(b_Y - b_X) + u^{\dagger,tc}(a_Y - a_X).$$

Hierbei ist dann und nur dann $\frac{T-u^{\dagger,tc}(a_X+a_Y)}{b_X+b_Y}(b_Y - b_X) + u^{\dagger,tc}(a_Y - a_X) \geq T$, wenn $-u^{\dagger,tc}(a_X b_Y - a_Y b_X) \geq b_X T$ gilt. Da $b_X T > 0$ ist, muss die Beteiligungsrate $u^{\dagger,tc}$ negativ sein (und $v^{\dagger,tc}$ positiv), wenn $\frac{a_X}{a_Y} > \frac{b_X}{b_Y} > 1$.

Durch Auflösen der zweiten Bedingung nach $u^{\dagger,tc}$ folgt $u^{\dagger,tc} \geq \frac{T-v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)}{a_X+a_Y}$. Somit gilt

$$v^{\dagger,tc}(b_Y - b_X) + u^{\dagger,tc}(a_Y - a_X) \geq v^{\dagger,tc}(b_Y - b_X) + \frac{T-v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)}{a_X+a_Y}(a_Y - a_X).$$

Hierbei ist dann und nur dann $v^{\dagger,tc}(b_Y - b_X) + \frac{T-v^{\dagger,tc}(b_X+b_Y)}{a_X+a_Y}(a_Y - a_X) \geq T$, wenn $v^{\dagger,tc}(a_X b_Y - a_Y b_X) \geq a_X T$ gilt. Da wiederum die rechte Seite der Ungleichung stets positiv ist, muss $v^{\dagger,tc}$ negativ sein (und $u^{\dagger,tc}$ positiv), wenn $1 < \frac{a_X}{a_Y} < \frac{b_X}{b_Y}$.

Zusammenfassend gilt für $|\Delta_\mu| > T$ (und $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b) \neq sgn(\Delta_\mu)$) für $\Delta_\mu < (>)\ 0$:

$$\begin{aligned} &v^{\dagger,tc} > 0, \quad u^{\dagger,tc} < 0 \quad \text{für} \quad \tfrac{a_X}{a_Y} > (<) \tfrac{b_X}{b_Y} \text{ und} \\ &v^{\dagger,tc} < 0, \quad u^{\dagger,tc} > 0 \quad \text{für} \quad \tfrac{a_X}{a_Y} < (>) \tfrac{b_X}{b_Y}. \end{aligned}$$

Somit ist immer die Beteiligungsrate des Performancemaßes mit der höheren relativen Sensitivität negativ. Zwei negative Beteiligungsraten können hingegen nicht auftreten, da ansonsten kein Arbeitseinsatz induziert werden würde. ■

D.12 Beweis zu Proposition 5.9

Die optimalen *second-best*-Arbeitseinsätze des Agenten lauten

$$e_X^{\dagger,tc} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a}{2}, T\right\}\right\}$$

und $e_Y^{\dagger,tc} = T - e_X^{\dagger,tc}$, gegeben $v^{\dagger,tc}(b_X + b_Y) + u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y) \geq T$, während die optimalen *first-best*-Arbeitseinsätze $e_X^{FB,tc} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{T}{2} + \frac{\Delta_\mu}{2}, T\right\}\right\}$ und $e_Y^{FB,tc} = T - e_X^{FB,tc}$ betragen. Wie in Korollar 5.3 gezeigt wurde, kann für $sgn(\Delta_a) = sgn(\Delta_b)$ keine Zielkongruenz erreicht werden, wenn mit beiden Performancemaßen bei alleiniger Nutzung kein zielkongruentes Handeln induziert werden kann (d.h. $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b}(b_X + b_Y) < T$ und $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_a}(a_X + a_Y) < T$), $\mathbf{a} \neq \kappa\mathbf{b}$ gilt und lediglich nicht negative Beteiligungsraten erlaubt sind.

Zunächst wird der Fall betrachtet, wenn in der *first-best* Lösung beide Aufgaben bearbeitet werden. Das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz wird dann minimiert, wenn die Beteiligungsraten derart gewählt werden, dass der Abstand zwischen $v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a$ und Δ_μ so gering wie möglich ist, d.h. $\varphi \equiv \left|\Delta_\mu - v^{\dagger,tc}\Delta_b - u^{\dagger,tc}\Delta_a\right|$ wird minimiert, unter der Nebenbedingung, dass die Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft wird, $v^{\dagger,tc}(b_X + b_Y) + u^{\dagger,tc}(a_X + a_Y) \geq T$. Wird nur das Performancemaß z verwendet, lautet die optimale Beteiligungsrate, die das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz minimiert, $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X + b_Y}$, sodass $\varphi = \left|\Delta_b\left(\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} - \frac{T}{b_X + b_Y}\right)\right|$ folgt. Aus der Annahme, dass bei alleiniger Nutzung des Performancemaßes z keine Zielkongruenz erreicht werden kann, folgt $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} - \frac{T}{b_X + b_Y} < 0$. Der Prinzipal ist folglich an einer Verringerung der Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc}$ interessiert. Um sicherzustellen, dass die gesamte Arbeitszeit ausgeschöpft wird, muss $v^{\dagger,tc} \geq \frac{T}{b_X + b_Y} - u^{\dagger,tc}\frac{a_X + a_Y}{b_X + b_Y}$ gelten, sodass eine Verringerung von $v^{\dagger,tc}$ durch die Hinzunahme des Performancemaßes q möglich wird, d.h. $u^{\dagger,tc} > 0$. Wird die kleinst mögliche Beteiligungsrate $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X + b_Y} - u^{\dagger,tc}\frac{a_X + a_Y}{b_X + b_Y}$ in φ eingesetzt, resultiert $\varphi = \left|\Delta_b\left[\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} - \frac{T}{b_X + b_Y} - u^{\dagger,tc}\left(\frac{\Delta_a}{\Delta_b} - \frac{a_X + a_Y}{b_X + b_Y}\right)\right]\right|$, wobei wiederum $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} - \frac{T}{b_X + b_Y} < 0$ gilt. Die Hinzunahme des Performancemaßes q erhöht das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz, wenn $\frac{\Delta_a}{\Delta_b} - \frac{a_X + a_Y}{b_X + b_Y} \geq 0$ gilt. Folglich sollte dann das Performancemaß q nicht in den Entlohnungsvertrag aufgenommen werden, d.h. die optimalen Beteiligungsraten für $\frac{|\Delta_b|}{b_X + b_Y} \leq \frac{|\Delta_a|}{a_X + a_Y}$ lauten $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X + b_Y}$ und $u^{\dagger,tc} = 0$. Wird nur das Performancemaß q verwendet, gilt analog, dass das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz verringert werden kann, indem $u^{\dagger,tc}$ gesenkt wird. Um wiederum sicherzustellen, dass die Arbeitszeit vollständig ausgeschöpft wird, muss $u^{\dagger,tc} \geq \frac{T}{a_X + a_Y} - v^{\dagger,tc}\frac{b_X + b_Y}{a_X + a_Y}$ gelten. Das Ausmaß der fehlenden Zielkongruenz kann dann dargestellt werden durch $\varphi = \left|\Delta_a\left[\frac{\Delta_\mu}{\Delta_a} - \frac{T}{a_X + a_Y} - v^{\dagger,tc}\left(\frac{\Delta_b}{\Delta_a} - \frac{b_X + b_Y}{a_X + a_Y}\right)\right]\right|$, wobei $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_a} - \frac{T}{a_X + a_Y} < 0$ gilt. Demzufolge sollte das Performancemaß z nicht in den Entlohnungsvertrag aufgenommen werden, wenn $\frac{\Delta_b}{\Delta_a} - \frac{b_X + b_Y}{a_X + a_Y} \geq 0$ gilt. Die optimalen Beteiligungsraten für $\frac{|\Delta_b|}{b_X + b_Y} \geq \frac{|\Delta_a|}{a_X + a_Y}$ lauten somit $v^{\dagger,tc} = 0$ und $u^{\dagger,tc} = \frac{T}{a_X + a_Y}$.

Diese Ergebnisse können auf den Fall übertragen werden, wenn in der *first-best*-Lösung eine Spezialisierungslösung optimal ist, d.h. wenn $\left|\Delta_\mu\right| > T$ gilt. Gilt $sgn\,(\Delta_a) = sgn\,(\Delta_b) = sgn\,(\Delta_\mu)$, kann durch die alleinige Verwendung eines der beiden Performancemaße Zielkongruenz erreicht werden, da $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_b} - \frac{T}{b_X + b_Y} > \frac{T}{|\Delta_b|} - \frac{T}{b_X + b_Y} > 0$ bzw. $\frac{\Delta_\mu}{\Delta_a} - \frac{T}{a_X + a_Y} > \frac{T}{|\Delta_a|} - \frac{T}{a_X + a_Y} > 0$. Somit ist dieser Fall für die Analyse des Werts zusätzlicher Performancemaße irrelevant. Für $\left|\Delta_\mu\right| > T$ und $sgn\,(\Delta_a) = sgn\,(\Delta_b) \neq sgn\,(\Delta_\mu)$ gilt jedoch für lediglich nicht negative Beteiligungsraten $sgn\,(\Delta_\mu) \neq sgn\left(v^{\dagger,tc}\Delta_b + u^{\dagger,tc}\Delta_a\right)$. Folglich ist die Lösung des Optimierungskalküls zur Minimierung des Ausmaßes der fehlenden Zielkongruenz für den Fall einer Spezialisierungslösung und $sgn\,(\Delta_a) = sgn\,(\Delta_b) \neq sgn\,(\Delta_\mu)$, $\min_{u^{\dagger,tc},v^{\dagger,tc}} \left|T + v^{\dagger,tc}\,|\Delta_b| + u^{\dagger,tc}\,|\Delta_a|\right|$, äquivalent zur Lösung des Optimierungskalküls bei Bearbeitung beider Aufgaben, $\min_{u^{\dagger,tc},v^{\dagger,tc}} \left|\Delta_\mu - v^{\dagger,tc}\Delta_b - u^{\dagger,tc}\Delta_a\right|$.

Zusammenfassend gilt, dass die optimalen Beteiligungsraten, wenn keine Zielkongruenz durch die alleinige Verwendung eines Performancemaßes erreicht werden kann und $sgn\,(\Delta_a) = sgn\,(\Delta_b)$ sowie $\mathbf{a} \neq \kappa \mathbf{b}$ gilt, $v^{\dagger,tc} = \frac{T}{b_X + b_Y}$ und $u^{\dagger,tc} = 0$ lauten, wenn $\frac{|\Delta_b|}{b_X + b_Y} \leq \frac{|\Delta_a|}{a_X + a_Y}$, bzw. $v^{\dagger,tc} = 0$ und $u^{\dagger,tc} = \frac{T}{a_X + a_Y}$ lauten, wenn $\frac{|\Delta_b|}{b_X + b_Y} \geq \frac{|\Delta_a|}{a_X + a_Y}$. Das zusätzliche Performancemaß q wird folglich nur dann in den Entlohnungsvertrag aufgenommen, wenn $\frac{|\Delta_b|}{b_X + b_Y} \geq \frac{|\Delta_a|}{a_X + a_Y}$ gilt. ■

Literaturverzeichnis

Antle, Rick/Demski, Joel S. (1988): The Controllability Principle in Responsibility Accounting, The Accounting Review, 63 (4), 700-718.

Aoyagi, Masaki (2010): Information Feedback in a Dynamic Tournament, Games and Economic Behavior, 70 (2), 242-260.

Arya, Anil/Glover, Jonathan C./Sivaramakrishnan, K. (1997): The Interaction Between Decision and Control Problems and the Value of Information, The Accounting Review, 72 (4), 561-574.

Arya, Anil/Fellingham, John C./Schroeder, Douglas A. (2004): Aggregation and Measurement Errors in Performance Evaluation, Journal of Management Accounting Research, 16, 93-105.

Azmat, Ghazala/Iriberri, Nagore (2010): The Importance of Relative Performance Feedback Information: Evidence from a Natural Experiment Using High School Students, Journal of Public Economics, 94 (7-8), 435-452.

Baker, George P. (1992): Incentive Contracts and Performance Measurement, The Journal of Political Economy, 100 (3), 598-614.

Baker, George P. (2002): Distortion and Risk in Optimal Incentive Contracts, The Journal of Human Resources, 37 (4), 728-751.

Baker, George P./Jensen, Michael C./Murphy, Kevin J. (1988): Compensation and Incentives: Practice vs. Theory, The Journal of Finance, 43 (3), 593-616.

Baker, George P./Gibbons, Robert/Murphy, Kevin J. (1994): Subjective Performance Measures in Optimal Incentive Contracts, The Quarterly Journal of Economics, 109 (4), 1125-1156.

Baker, George P./Gibbs, Michael/Holmström, Bengt (1994): The Wage Policy of a Firm, The Quarterly Journal of Economics, 109 (4), 921-955.

Bandiera, Oriana/Larcinese, Valentino/Rasul, Imran (2014): Blissful Ignorance? A Natural Experiment on the Effect of Feedback on Students' Performance, Working Paper No. 511, Bocconi University.

Banker, Rajiv D./Datar, Srikant M. (1989): Sensitivity, Precision, and Linear Aggregation of Signals for Performance Evaluation, Journal of Accounting Research, 27 (1), 21-39.

Banker, Rajiv D./Thevaranjan, Alex (1997): Accounting Earnings and Effort Allocation, Managerial Finance, 23 (5), 56-70.

Banker, Rajiv D./Lee, Seok-Young/Potter, Gordon/Srinivasan, Dhinu (2001): An Empirical Analysis of Continuing Improvements Following the Implementation of a Performance-Based Compensation Plan, Journal of Accounting and Economics, 30 (3), 315-350.

Barankay, Iwan (2012): Rank Incentives: Evidence from a Randomized Workplace Experiment, Working Paper, University of Pennsylvania.

Berger, Jonah/Pope, Devin (2011): Can Losing Lead to Winning?, Management Science, 57 (5), 817-827.

Bevins, Frankki/Smet, Aaron De (2013): Making Time Management the Organization's Priority, The McKinsey Quarterly, 2013 (1), 26-41.

Bol, Jasmijn C. (2008): Subjectivity in Compensation Contracting, Journal of Accounting Literature, 27, 1-24.

Bolton, Patrick/Dewatripont, Mathias (2005): Contract Theory, Cambridge et al.: The MIT Press.

Botosan, Christine A./Harris, Mary S. (2000): Motivations for a Change in Disclosure Frequency and Its Consequences: An Examination of Voluntary Quarterly Segment Disclosures, Journal of Accounting Research, 38 (2), 329-353.

Brams, Steven J./Davis, Morton D. (1974): The 3/2's Rule in Presidential Campaigning, The American Political Science Review, 68 (1), 113-134.

Brams, Steven J./Davis, Morton D. (1982): Optimal Resource Allocation in Presidential Primaries, Mathematical Social Sciences, 3 (4), 373-388.

Bregman, Peter (2013): A Personal Approach to Organizational Time Management, The McKinsey Quarterly, 2013 (1), 42-47.

Brink, Alisa G./Rankin, Frederick W. (2013): The Effects of Risk Preference and Loss Aversion on Individual Behavior under Bonus, Penalty, and Combined Contract Frames, Behavioral Research in Accounting, 25 (2), 145-170.

Budde, Jörg (2000): Effizienz betrieblicher Informationssysteme - Vergleich unter Anreizaspekten, aus der Reihe: Albach, Horst/Albers, Sönke/Hax, Herbert/Pellens, Bernhard (Hrsg.): Beiträge zur betriebswirtschaftlichen Forschung, Band 93, Wiesbaden: Gabler/Deutscher Universitäts-Verlag.

Budde, Jörg (2007): Performance Measure Congruity and the Balanced Scorecard, Journal of Accounting Research, 45 (3), 515-539.

Bungard, Walter/Steimer, Susanne (2005): Feedback-Kultur in deutschen Unternehmen: Ergebnisse einer Expertenstudie bei den 100 umsatzstärksten Unternehmen, in: Jöns, Ingela/Bungard, Walter (Hrsg.): Feedbackinstrumente im Unternehmen: Grundlagen, Gestaltungshinweise, Erfahrungsberichte, Wiesbaden: Gabler, 295-313.

Campbell, Dennis (2008): Nonfinancial Performance Measures and Promotion-Based Incentives, Journal of Accounting Research, 46 (2), 297-332.

Casas-Arce, Pablo/Martínez-Jerez, F. Asís (2009): Relative Performance Compensation, Contests, and Dynamic Incentives, Management Science, 55 (8), 1306-1320.

Chambers, Elizabeth G./Foulon, Mark/Handfield-Jones, Helen/Hankin, Steven M./Michaels III, Edward G. (1998): The War for Talent, The McKinsey Quarterly, 1998 (3), 44-57.

Che, Yeon-Koo/Gale, Ian L. (1997): Rent Dissipation when Rent Seekers are Budget Constrained, Public Choice, 92 (1-2), 109-126.

Che, Yeon-Koo/Gale, Ian L. (1998): Caps on Political Lobbying, The American Economic Review, 88 (3), 643-651.

Christensen, Peter Ove/Demski, Joel S./Frimor, Hans (2002): Accounting Policies in Agencies with Moral Hazard and Renegotiation, Journal of Accounting Research, 40 (4), 1071-1090.

Christensen, Peter Ove/Feltham, Gerald A. (2005): Economics of Accounting: Volume II – Performance Evaluation, New York: Springer.

Christensen, Peter Ove/Feltham, Gerald A./Şabac, Florin (2005): A Contracting Perspective on Earnings Quality, Journal of Accounting and Economics, 39 (2), 265-294.

Clark, Derek J./Konrad, Kai A. (2007): Contests with Multi-Tasking, The Scandinavian Journal of Economics, 109 (2), 303-319.

Cleveland, Jeanette N./Murphy, Kevin R./Williams, Richard E. (1989): Multiple Uses of Performance Appraisal: Prevalence and Correlates, Journal of Applied Psychology, 74 (1), 130-135.

Darrough, Masako N./Stoughton, Neal M. (1990): Financial Disclosure Policy in an Entry Game, Journal of Accounting and Economics, 12 (1-3), 219-243.

Datar, Srikant/Kulp, Susan C./Lambert, Richard A. (2001): Balancing Performance Measures, Journal of Accounting Research, 39 (1), 75-92.

DeGroot, Morris H./Schervish, Mark J. (2012): Probability and Statistics, 4. Aufl., Harlow et al.: Pearson Education.

Demski, Joel S./Feltham, Gerald A. (1976): Cost Determination: A Conceptual Approach, Ames: Iowa State University Press.

Demski, Joel S./Frimor, Hans (1999): Performance Measure Garbling under Renegotiation in Multi-Period Agencies, Journal of Accounting Research, 37 (3), Supplement, 187-214.

DeNisi, Angelo S. (2000): Performance Appraisal and Performance Management: A Multilevel Analysis, in: Klein, Katherine J., Kozlowski, Steve W. J. (Hrsg.): Multilevel Theory, Research, and Methods in Organizations: Foundations, Extensions, and New Directions, San Francisco: Jossey-Bass, 121-156.

Dewatripont, Mathias/Jewitt, Ian/Tirole, Jean (2000): Multitask Agency Problems: Focus and Task Clustering, European Economic Review, 44 (4-6), 869-877.

DGB-Index Gute Arbeit GmbH (2012): Arbeitshetze – Arbeitsintensivierung – Entgrenzung: So beurteilen die Beschäftigten die Lage. Ergebnisse der Repräsentativumfrage 2011 der DGB-Index Gute Arbeit GmbH zum Thema »Arbeitshetze – Arbeitsintensivierung – Entgrenzung«, URL: http://index-gute-arbeit.dgb.de/veroeffentlichungen/jahresreports/++co++98de196e-dec4-11e3-9372-52540023ef1a (abgerufen am 18.02.2015).

Dijk, Frans van/Sonnemans, Joep/Winden, Frans van (2001): Incentive Systems in a Real Effort Experiment, European Economic Review, 45 (2), 187-214.

Dixit, Avinash K. (1990): Optimization in Economic Theory, 2. Aufl., Oxford et al.: Oxford University Press.

Dobzinski, Shahar/Lavi, Ron/Nisan, Noam (2012): Multi-Unit Auctions with Budget Limits, Games and Economic Behavior, 74 (2), 486-503.

Drago, Robert/Garvey, Gerald T. (1998): Incentives for Helping on the Job: Theory and Evidence, Journal of Labor Economics, 16 (1), 1-25.

Drucker, Peter F. (2002): The Effective Executive, New York: HarperCollins.

Dye, Ronald A. (1984): The Trouble with Tournaments, Economic Inquiry, 22 (1), 147-149.

Dye, Ronald A. (1985): Disclosure of Nonproprietary Information, Journal of Accounting Research, 23 (1), 123-145.

Ederer, Florian (2010): Feedback and Motivation in Dynamic Tournaments, Journal of Economics and Management Strategy, 19 (3), 733-769.

Eriksson, Tor/Poulsen, Anders/Villeval, Marie C. (2009): Feedback and Incentives: Experimental Evidence, Labour Economics, 16 (6), 679-688.

Feldman, Dorian/Fox, Martin (1991): Probability: The Mathematics of Uncertainty, New York et al.: Dekker.

Feltham, Gerald A./Xie, Jim (1994): Performance Measure Congruity and Diversity in Multi-Task Principal/Agent Relations, The Accounting Review, 69 (3), 429-453.

Franckx, Laurent/D'Amato, Alessio/Brose, Isabelle (2004): Multitask Rank Order Tournaments, Economics Bulletin, 10 (10), 1-10.

Frederickson, James R./Waller, William (2005): Carrot or Stick? Contract Frame and Use of Decision-Influencing Information in a Principal-Agent Setting, Journal of Accounting Research, 43 (5), 709-733.

Freeman, Richard B./Gelber, Alexander M. (2010): Prize Structure and Information in Tournaments: Experimental Evidence, American Economic Journal: Applied Economics, 2 (1), 149-164.

Fried, Yitzhak/Slowik, Linda H. (2004): Enriching Goal-Setting Theory with Time: An Integrated Approach, The Academy of Management Review, 29 (3), 404-422.

Garakani, Pouya A./Gürtler, Oliver (2011): Information Policy in Contests with Little Noise, Theoretical Economics Letters, 1 (3), 53-56.

Gershkov, Alex/Perry, Motty (2009): Tournaments with Midterm Reviews, Games and Economic Behavior, 66 (1), 162-190.

Gibbons, Robert (1998): Incentives in Organizations, Journal of Economic Perspectives, 12 (4), 115-132.

Gibbons, Robert/Waldman, Michael (1999): Careers in Organizations: Theory and Evidence, in: Ashenfelter, Orley/Card, David (Hrsg.): Handbook of Labor Economics, Volume 3B, Amsterdam: North-Holland, 2373-2437.

Gigler, Frank/Hemmer, Thomas (1998): On the Frequency, Quality, and Informational Role of Mandatory Financial Reports, Journal of Accounting Research, 36 (3), Supplement, 117-147.

Gigler, Frank/Kanodia, Chandra/Sapra, Haresh/Venugopalan, Raghu (2014): How Frequent Financial Reporting Can Cause Managerial Short-Termism: An Analysis of the Costs and Benefits of Increasing Reporting Frequency, Journal of Accounting Research, 52 (2), 357-387.

Gill, David/Prowse, Victoria (2012): A Structural Analysis of Disappointment Aversion in a Real Effort Competition, The American Economic Review, 102 (1), 469-503.

Gjesdal, Frøystein (1981): Accounting for Stewardship, Journal of Accounting Research, 19(1), 208-231.

Goltsman, Maria/Mukherjee, Arijit (2011): Interim Performance Feedback in Multistage Tournaments: The Optimality of Partial Disclosure, Journal of Labor Economics, 29 (2), 229-265.

Grabner, Isabella/Moers, Frank (2013): Managers' Choices of Performance Measures in Promotion Decisions: An Analysis of Alternative Job Assignments, Journal of Accounting Research, 51 (5), 1187-1220.

Green, Jerry R./Stokey, Nancy L. (1983): A Comparison of Tournaments and Contracts, The Journal of Political Economy, 91 (3), 349-364.

Grossman, Sanford J. (1981): The Informational Role of Warranties and Private Disclosure about Product Quality, The Journal of Law and Economics, 24 (3), 461-483.

Grossman, Sanford J./Hart, Oliver D. (1980): Disclosure Laws and Takeover Bids, The Journal of Finance, 35 (2), 323-334.

Gürtler, Oliver/Harbring, Christine (2010): Feedback in Tournaments under Commitment Problems: Experimental Evidence, Journal of Economics and Management Strategy, 19 (3), 771-810.

Hannan, R. Lynn/Hoffman, Vicky B./Moser, Donald V. (2005): Bonus versus Penalty: Does Contract Frame Affect Employee Effort?, in: Rapoport, Amnon/Zwick, Rami (Hrsg.): Experimental Business Research, Volume II, Dordrecht et al.: Springer, 151-169.

Hannan, R. Lynn/Krishnan, Ranjani/Newman, Andrew H. (2008): The Effects of Disseminating Relative Performance Feedback in Tournament and Individual Performance Compensation Plans, The Accounting Review, 83 (4), 893-913.

Hannan, R. Lynn/McPhee, Gregory P./Newman, Andrew H./Tafkov, Ivo D. (2013): The Effect of Relative Performance Information on Performance and Effort Allocation in a Multi-Task Environment, The Accounting Review, 88 (2), 553-575.

Hansen, Stephen E. (2013): Performance Feedback with Career Concerns, The Journal of Law, Economics, and Organization, 29 (6), 1279-1316.

Harbaugh, Rick/Klumpp, Tilman (2005): Early Round Upsets and Championship Blowouts, Economic Inquiry, 43 (2), 316-329.

Harbring, Christine/Irlenbusch, Bernd (2001): Eine experimentelle Studie zur strategischen Wahl von Entlohnungsschemata, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Ergänzungsheft 4/2001, 175-193.

Holmström, Bengt (1982): Moral Hazard in Teams, The Bell Journal of Economics, 13 (2), 324-340.

Holmström, Bengt/Milgrom, Paul (1991): Multitask Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design, The Journal of Law, Economics, and Organization, 7 (special issue), 24-52.

Horngren, Charles T./Sundem, Gary L./Burgstahler, David/Schatzberg, Jeff (2014): Introduction to Management Accounting, 16. Aufl., global edition, Harlow: Pearson Education Limited.

Indjejikian, Raffi J. (1999): Performance Evaluation and Compensation Research: An Agency Perspective, Accounting Horizons, 13 (2), 147-157.

Indjejikian, Raffi J./Nanda, Dhananjay (1999): Dynamic Incentives and Responsibility Accounting, Journal of Accounting and Economics, 27 (2), 177-201.

Intriligator, Michael D. (2002): Mathematical Optimization and Economic Theory, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Itami, Hiroyuki (1975): Evaluation Measures and Goal Congruence Under Uncertainty, Journal of Accounting Research, 13 (1), 73-96.

Jost, Peter-J. (2001): Die Prinzipal-Agenten-Theorie im Unternehmenskontext, in: Jost, Peter-J. (Hrsg.): Die Prinzipal-Agenten-Theorie in der Betriebswirtschaftslehre, Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 11-43.

Jung, Woon-Oh/Kwon, Young K. (1988): Disclosure When the Market Is Unsure of Information Endowment of Managers, Journal of Accounting Research, 26 (1), 146-153.

Knoeber, Charles R./Thurman, Walter N. (1994): Testing the Theory of Tournaments: An Empirical Analysis of Broiler Production, Journal of Labor Economics, 12 (2), 155-179.

Kräkel, Matthias (1998): Zur Ambivalenz einer unternehmensinternen Verwendung von Wettbewerbsmechanismen – eine personalpolitische Diskussion am Beispiel relativer Leistungsturniere, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, 118, 61-85.

Kräkel, Matthias (1999): Ökonomische Analyse der betrieblichen Karrierepolitik, 2. Aufl., München et al.: Rainer Hampp Verlag.

Kräkel, Matthias (2012): Organisation und Management, 5. Aufl., Tübingen: Mohr-Siebeck.

Kuhnen, Camelia M./Tymula, Agnieszka (2012): Feedback, Self-Esteem, and Performance in Organizations, Management Science, 58 (1), 94-113.

Kvasov, Dmitriy (2007): Contests with Limited Resources, Journal of Economic Theory, 136 (1), 738-748.

Lacho, Kenneth J./Stearns, G. Kent/Villere, Maurice F. (1979): A Study of Employee Appraisal Systems of Major Cities in the United States, Public Personnel Management, 8 (2), 111-125.

Laffont, Jean-Jacques/Martimort, David (2002): The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model, Princeton et al.: Princeton University Press.

Lambert, Richard A./Larcker, David F. (1987): An Analysis of the Use of Accounting and Market Measures of Performance in Executive Compensation Contracts, Journal of Accounting Research, 25 (3), Supplement, 85-125.

Lazear, Edward P. (2000): Performance Pay and Productivity, The American Economic Review, 90 (5), 1346-1361.

Lazear, Edward P. (2002): Personnel Economics, 4. print, Cambridge et al.: MIT Press.

Lazear, Edward P./Rosen, Sherwin (1981): Rank-Order Tournaments as Optimum Labor Contracts, The Journal of Political Economy, 89 (5), 841-864.

Liang, Pierre Jinghong/Nan, Lin (2014): Endogenous Precision of Performance Measures and Limited Managerial Attention, The European Accounting Review, 23 (4), 693-727.

Luft, Joan (1994): Bonus and Penalty Incentives, Contract Choice by Employees, Journal of Accounting and Economics, 18 (2), 181-206.

Malcomson, James M. (1984): Work Incentives, Hierarchy, and Internal Labor Markets, The Journal of Political Economy, 92 (3), 486-507.

Mankins, Michael/Brahm, Chris/Caimi, Gregory (2014): Your Scarcest Resource, Harvard Business Review, 92 (5), 74-80.

ManpowerGroup (2013): 2013 Talent Shortage Survey: Research Results, URL: http://www.manpowergroup.com/wps/wcm/connect/587d2b45-c47a-4647-a7c1-e7a74f68fb85/2013_Talent_Shortage_Survey_Results_US_high+res.pdf?MOD=AJPERES (abgerufen am 21.02.2015).

Mauch, Carolin (2014): Feedback and Output-Based Incentives in a Multi-Task Dynamic Tournament, Working Paper, Eberhard Karls Universität Tübingen.

Mauch, Carolin/Schöndube, Jens Robert (2014): Equilibrium Disclosure and the Value of Accounting Information in a Multi-Period Tournament, Working Paper, Eberhard Karls Universität Tübingen.

Mauch, Carolin/Schöndube, Jens Robert (2015): Controlling Scarce Executive Time in a Multi-Task Incentive Problem, Working Paper, Eberhard Karls Universität Tübingen.

McCue, Kristin (1996): Promotions and Wage Growth, Journal of Labor Economics, 14 (2), 175-209.

McKinsey & Company (2011): How Effectively Executives Spend Their Time, McKinsey Global Survey Results, 1-8.

McLaughlin, Kenneth J. (1988): Aspects of Tournament Models: A Survey, in: Ehrenberg, Ronald G. (Hrsg.): Research in Labor Economics, Volume 9, Greenwich: JAI Press, 225-256.

Milgrom, Paul R. (1981): Good News and Bad News: Representation Theorems and Applications, The Bell Journal of Economics, 12 (2), 380-391.

Murphy, Kevin J. (1999): Executive Compensation, in: Ashenfelter, Orley/Card, David (Hrsg.): Handbook of Labor Economics, Volume 3A, Amsterdam: North-Holland, 2485-2563.

Murphy, Kevin R./Cleveland, Jeanette N. (1991): Performance Appraisal: An Organizational Perspective, 2. print, Boston et al.: Allyn and Bacon.

Murphy, Kevin R./Cleveland, Jeanette N. (1999): Understanding Performance Appraisal: Social, Organizational, and Goal-Based Perspectives, Thousand Oaks et al.: Sage.

Nadler, David A. (1977): Feedback and Organization Development: Using Data-Based Methods, Reading et al.: Addison-Wesley.

Nagar, Venky (1999): The Role of the Manager's Human Capital in Discretionary Disclosure, Journal of Accounting Research, 37 (3), Supplement, 167-181.

Nalebuff, Barry J./Stiglitz, Joseph E. (1983): Prizes and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition, The Bell Journal of Economics, 14 (1), 21-43.

O'Keeffe, Mary/Viscusi, W. Kip/Zeckhauser, Richard J. (1984): Economic Contests: Comparative Reward Schemes, Journal of Labor Economics, 2 (1), 27-56.

Paarsch, Harry J./Shearer, Bruce (2000): Piece Rates, Fixed Wages, and Incentive Effects: Statistical Evidence from Payroll Records, International Economic Review, 41 (1), 59-92.

Prendergast, Canice (1999): The Provision of Incentives in Firms, Journal of Economic Literature, 37 (1), 7-63.

Prendergast, Canice/Topel, Robert (1993): Discretion and Bias in Performance Evaluation, European Economic Review, 37 (2-3), 355-365.

Reiß, J. Philipp/Schöndube, Jens Robert (2010): First-Price Equilibrium and Revenue Equivalence in a Sequential Procurement Auction Model, Economic Theory, 43 (1), 99-141.

Roberson, Brian (2006): The Colonel Blotto Game, Economic Theory, 29 (1), 1-24.

Robson, Alexander R. W. (2005): Multi-Item Contests, Working Paper No. 446, The Australian National University.

Salanié, Bernard (2005): The Economics of Contracts: A Primer, 2. Aufl., Cambridge et al.: MIT Press.

Schöndube, Jens Robert (2006): Nachverhandlungen in langfristigen Anreizbeziehungen, aus der Reihe: Jost, Peter J. (Hrsg.): Management, Organisation und ökonomische Analyse, Band 7, Wiesbaden: Gabler Edition Wissenschaft/Deutscher Universitäts-Verlag.

Sela, Aner/Erez, Eyal (2013): Dynamic Contests with Resource Constraints, Social Choice and Welfare, 41 (4), 863-882.

Stein, William E./Rapoport, Amnon (2005): Symmetric Two-Stage Contests with Budget Constraints, Public Choice, 124 (3-4), 309-328.

Strömberg, David (2008): How the Electoral College Influences Campaigns and Policy: The Probability of Being Florida, The American Economic Review, 98 (3), 769-807.

Sundaram, Rangarajan K. (2009): A First Course in Optimization Theory, 15. print, Cambridge et al.: Cambridge University Press.

Taylor, Curtis R. (1995): Digging for Golden Carrots: An Analysis of Research Tournaments, The American Economic Review, 85 (4), 872-890.

The Coca-Cola Company (2014): Annual Report, Fiscal Year Ended December 31, 2013, URL: http://assets.coca-colacompany.com/d0/c1/7afc6e6949c8adf1168a3328b2ad/2013-annual-report-on-form-10-k.pdf (abgerufen am 17. Juli 2014).

The Walt Disney Company (2014): Fiscal Year 2013 Annual Financial Report and Shareholder Letter, URL: http://cdn.media.ir.thewaltdisneycompany.com/2013/annual/10kwrap-2013.pdf (abgerufen am 17. Juli 2014).

Verrecchia, Robert E. (1983): Discretionary Disclosure, Journal of Accounting and Economics, 5, 179-194.

Verrecchia, Robert E. (2001): Essays on Disclosure, Journal of Accounting and Economics, 32 (1-3), 97-180.

Wagenhofer, Alfred (1990): Voluntary Disclosure with a Strategic Opponent, Journal of Accounting and Economics, 12 (4), 341-363.

Wagenhofer, Alfred/Ewert, Ralf (2015): Externe Unternehmensrechnung, 3. Aufl., Berlin et al.: Springer Gabler.

Weigelt, Keith/Dukerich, Janet/Schotter, Andrew (1989): Reactions to Discrimination in an Incentive Pay Compensation Scheme: A Game-Theoretic Approach, Organizational Behavior and Human Decision Processes, 44 (1), 26-44.

Yildirim, Huseyin (2005): Contests with Multiple Rounds, Games and Economic Behavior, 51 (1), 213-227.